

# 核物质对称能和对称自由能的温度相关性\*

徐骏<sup>1)</sup> 陈列文<sup>1,2)</sup> 李宝安<sup>3)</sup> 马红孺<sup>1)</sup>

1(上海交通大学理论物理研究所 上海 200240)

2(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3(Department of Physics, Texas A&M University-Commerce, Commerce, TX 75429, and Department of Chemistry and Physics, P.O. Box 419, Arkansas State University, State University, AR 72467-0419, USA)

**摘要** 基于同位旋和动量相关的MDI相互作用,研究了核物质对称能和对称自由能的温度相关性.利用得到的密度和温度相关的对称能,分析了同位旋标度实验的数据.

**关键词** 对称能 对称自由能 同位旋标度

## 1 引言

对非对称核物质的状态方程(EOS),特别是核物质的对称能的认识,不仅有助于理解核物理的很多领域,也有助于理解天文物理中的许多重大问题<sup>[1-6]</sup>.冷丰中子物质对称能对于理解放射性核的基态性质以及冷的中子星的结构有着重要的意义.对于冷丰中子物质对称能的饱和以及亚饱和密度的行为,同位旋弥散数据以及<sup>208</sup>Pb的中子皮厚度数据已给出了比较强的约束<sup>[7-11]</sup>.然而,对热丰中子物质对称能的研究至今为止还远远不够<sup>[12-14]</sup>.热丰中子物质的对称能信息对于理解非对称核物质的液-气相变,致密星体动力学性质和超新星爆炸的机制有着至关重要的作用.在本报告中,基于同位旋和动量相关的MDI相互作用<sup>[15]</sup>,研究了核物质对称能 $E_{\text{sym}}(\rho, T)$ 和对称自由能 $F_{\text{sym}}(\rho, T)$ 的温度相关性,并对重离子碰撞中同位旋标度的实验数据进行了分析.

以表示为

$$U(\rho, T, \delta, \mathbf{p}, \tau) = A_u(x) \frac{\rho^{\tau'}}{\rho_0} + A_l(x) \frac{\rho^{\tau}}{\rho_0} + B \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\sigma} (1 - x\delta^2) - 8\tau x \frac{B}{\sigma + 1} \frac{\rho^{\sigma-1}}{\rho_0^{\sigma}} \delta \rho_{\tau'} + \frac{2C_{\tau, \tau}}{\rho_0} \int d^3 p' \frac{f_{\tau}(\mathbf{r}, \mathbf{p}')}{1 + (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 / \Lambda^2} + \frac{2C_{\tau, \tau'}}{\rho_0} \int d^3 p' \frac{f_{\tau'}(\mathbf{r}, \mathbf{p}')}{1 + (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 / \Lambda^2}, \quad (1)$$

其中对于中子(质子) $\tau = 1/2(-1/2)$ 且 $\tau \neq \tau'$ ;  $\sigma = 4/3$ ;  $f_{\tau}(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ 为相空间分布函数.参数 $A_u(x)$ ,  $A_l(x)$ ,  $B, C_{\tau, \tau}, C_{\tau, \tau'}$ 和 $\Lambda$ 与温度无关,由核物质的基态性质拟和确定.引入参数 $x$ 是为了改变核物质对称能的密度相关性的,而同时保持对称核物质的其他性质不变<sup>[8]</sup>.

在有限温度时,相空间分布函数为一费米分布函数

## 2 同位旋及动量相关的MDI相互作用

基于同位旋和动量相关的MDI相互作用<sup>[15]</sup>,当温度为 $T$ 时,一个动量为 $\mathbf{p}$ 的核子在总密度为 $\rho$ ,不对称度为 $\delta$ 的热平衡非对称核物质中所受到的单粒子势可

$$f_{\tau}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{2}{h^3} \frac{1}{\exp \left( \frac{\frac{p^2}{2m_{\tau}} + U(\rho, T, \delta, \mathbf{p}, \tau) - \mu_{\tau}}{T} \right) + 1}, \quad (2)$$

\*国家自然科学基金(10334020,10575071),教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0392),上海市青年科技启明星计划(06QA14024)和美国国家科学基金(PHY-0354572,PHY-0456890)资助

1) E-mail: xujuna0307291@sjtu.edu.cn

其中  $\mu_\tau$  为化学势, 可由下式确定

$$\rho_\tau = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp\left(\frac{\frac{p^2}{2m_\tau} + U(\rho, T, \delta, \mathbf{p}, \tau) - \mu_\tau}{T}\right) + 1}. \quad (3)$$

式(1), (2)和(3)构成一组自洽方程, 可由迭代方法求解<sup>[16]</sup>, 从而得到势能密度<sup>[15]</sup>, 熵以及自由能等.

### 3 对称能和对称自由能

理论研究表明<sup>[12-14]</sup>, 非对称核物质的能量  $E$  和自由能  $F$  能较好地满足二次近似关系, 即

$$C(\rho, T, \delta) = C(\rho, T, \delta = 0) + C_{\text{sym}}(\rho, T)\delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4), \quad (4)$$

其中  $C$  表示能量  $E$  或自由能  $F$ . 于是, 对称能  $E_{\text{sym}}(\rho, T)$  和对称自由能  $F_{\text{sym}}(\rho, T)$  可定义为

$$C_{\text{sym}}(\rho, T) = C(\rho, T, \delta = 1) - C(\rho, T, \delta = 0). \quad (5)$$

图1是在  $x=0$  和  $-1$  两种情况下温度分别为 0, 5, 10, 15 MeV 时 MDI 相互作用给出的对称能及对称自由能随密度的变化关系. 我们可以看到, 当  $x=0(-1)$  时, 对于一个确定的温度  $T$ , 对称能或对称自由能在低密度下相对较大(小), 高密度下相对较小(大). 在不同温度下看, 对称能及对称自由能的温度效应在低密度下较强.  $E_{\text{sym}}(\rho, T)$  随温度的升高而逐渐变小, 这是因为高温下泡利阻塞这一量子效应变得不重要<sup>[12-14]</sup>. 而对称自由能  $F_{\text{sym}}(\rho, T)$  则随温度的升高而升高, 因为  $F_{\text{sym}}(\rho, T) = E_{\text{sym}}(\rho, T) + TS_{\text{SN}}(\rho, T) - TS_{\text{PN}}(\rho, T)$ , 同等条件下对称核物质的熵  $S_{\text{SN}}(\rho, T)$  总是大于纯中子物质的熵  $S_{\text{PN}}(\rho, T)$ . 因此对称自由能总是比对称能大, 且总体效应使得  $F_{\text{sym}}(\rho, T)$  随温度的升高而升高.

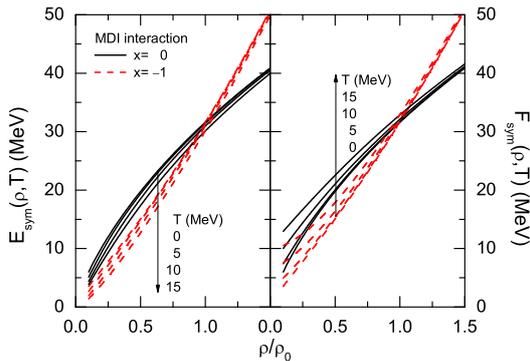


图1 在  $x=0$  和  $-1$  两种情况下温度分别为 0, 5, 10, 15 MeV 时 MDI 相互作用给出的对称能及对称自由能随密度的变化关系

### 4 同位旋标度实验数据

基于一些统计力学和动力学模型<sup>[17-20]</sup>, 对称能  $C_{\text{sym}}(\rho, T)$  可以通过

$$\alpha = \frac{4C_{\text{sym}}(\rho, T)}{T} \Delta[(Z/A)^2], \quad (6)$$

得到. 其中  $\alpha$  为同位旋标度系数,  $(Z/A)^2$  是两种反应物的  $(Z/A)^2$  值之差. 在文献[14]中提到, 由于假设或理论推导过程不同, 难以确定  $C_{\text{sym}}(\rho, T)$  究竟是对称能还是对称自由能. 依照文献[14], 在本文中假定  $C_{\text{sym}}(\rho, T)$  是核物质的对称能  $E_{\text{sym}}(\rho, T)$ .

图2是在  $x=0$  和  $-1$  两种参数下, MDI 相互作用给出的不同密度下的对称能及对称自由能随温度的变化关系. 可见, 对称能  $E_{\text{sym}}(\rho, T)$  随温度的变化情况和<sup>[14]</sup>中十分类似, 当密度不太低 ( $\rho_0$  附近) 时, 对称能  $E_{\text{sym}}(\rho, T)$  和对称自由能  $F_{\text{sym}}(\rho, T)$  随温度的变化不大. 值得注意的是, 在饱和密度  $\rho_0$  附近, 对称能和对称自由能的差别比较小, 只相当于零温时的几个百分点, 所以在低温和密度不太低时, 将对称自由能近似为对称能是合理的<sup>[17, 21]</sup>. 然而, 在低密度时, 对称自由能和对称能的差别随温度的升高迅速变大, 这是由于低密度下熵的贡献变得很大. 我们注意到, 在低密度下结团效应将起到较大作用<sup>[22, 23]</sup>, 在我们的模型中并未考虑这一点.

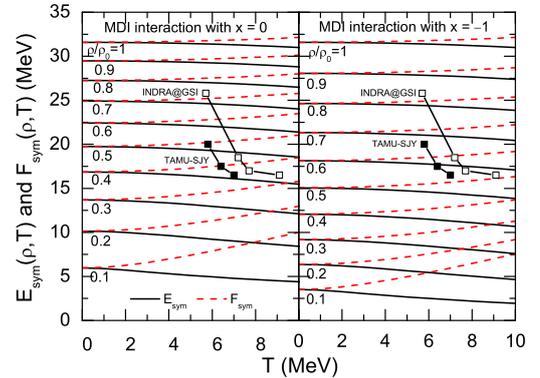


图2  $x=0$  和  $-1$  两种参数下, MDI 相互作用给出的不同密度下的对称能及对称自由能随温度的变化关系

■: Texas A&M 大学 SJY 研究小组的实验数据<sup>[21]</sup>;  
□: 在 GSI 的 INDRA-ALADIN 合作小组的实验数据<sup>[24]</sup>.

图2同时还包括了 Texas A&M 大学 SJY 研究小组<sup>[21]</sup> 以及 GSI 的 INDRA-ALADIN 合作小组<sup>[24]</sup> 的实验数据. 正如<sup>[14]</sup>所发现的那样, 对称能的变化主要

是密度而不是温度的变化所引起的. 当 $x=0$ 时, 由图2我们可以看出SJY研究小组的实验得到的平均的发射源密度 $\rho_f$ 大约在 $0.36\rho_0$ 和 $0.49\rho_0$ 之间, 而GSI的INDRA-ALADIN合作小组的 $\rho_f$ 则大约在 $0.33\rho_0$ 和 $0.72\rho_0$ 之间. 另一方面, 当 $x=-1$ 时, 前者的 $\rho_f$ 大约在 $0.52\rho_0$ 和 $0.66\rho_0$ 之间, 而后的 $\rho_f$ 大约在 $0.51\rho_0$ 和 $0.83\rho_0$ 之间. 可见,  $\rho_f$ 随 $x$ , 即对称能的密度相关性的变化十分敏感, 说明在发射源的平均密度已知的情况下, 同位旋标度实验能很好地给出对称能随密度的变化关系.

## 5 总结

基于同位旋和动量相关的MDI相互作用, 研究了核物质对称能 $E_{\text{sym}}(\rho, T)$ 和对称自由能 $F_{\text{sym}}(\rho, T)$ 的温度依赖性. 发现核物质对称能 $E_{\text{sym}}(\rho, T)$ 随温度的升高而逐渐降低, 而对称自由能 $F_{\text{sym}}(\rho, T)$ 则呈现相反的温度依赖性. 在饱和密度附近, 发现核物质对称能和对称能自由能差别很小. 利用得到的密度和温度相关的对称能, 估计了一些同位旋标度实验中发射源的平均密度.

## 参考文献(References)

- 1 LI B A, Ko C M, Bauer W. Topical Review, Int. Jour. Mod. Phys., 1998, **E7**: 147
- 2 Isospin Physics in Heavy-Ion Collisions at Intermediate Energies, Eds.. LI Bao-An, Udo Schröder W. (Nova Science Publishers, Inc, New York, 2001)
- 3 Danielewicz P, Lacey R, Lynch W G. Science, 2002, **298**: 1592
- 4 Lattimer J M, Prakash M. Phys. Rep., 2000, **333**: 121; Astrophys. J., 2001, **550**: 426; Science, 2004, **304**: 536
- 5 Baran V, Colonna M, Greco V et al. Phys. Rep., 2005, **410**: 335
- 6 Steiner A W, Prakash M, Lattimer J M et al. Phys. Rep., 2005, **411**: 325
- 7 Tsang M B et al. Phys. Rev. Lett., 2004, **92**: 062701
- 8 CHEN L W, Ko C M, LI B A. Phys. Rev. Lett., 2005, **94**: 032701
- 9 LI B A, CHEN L W. Phys. Rev., 2005, **C72**: 064611
- 10 Steiner A W, LI B A. Phys. Rev., 2005, **C72**: 041601(R)
- 11 CHEN L W, Ko C M, LI B A. Phys. Rev., 2005, **C72**: 064309
- 12 CHEN Lie-Wen et al. J. Phys., 2001, **G27**: 1799
- 13 ZUO W et al. Phys. Rev., 2003, **C69**: 064001; *ibid*, 2006, **C73**: 035208
- 14 LI B A, CHEN L W. arXiv:nucle-th/0605002, Phys. Rev. C, 2006, in press
- 15 Das C B, Das Gupta S, Gale C et al. Phys. Rev., 2003, **C67**: 034611
- 16 Dale C et al. Phys. Rev., 1990, **C41**: 1545
- 17 Tsang M B et al. Phys. Rev. Lett., 2001, **86**: 5023
- 18 Tsang M B et al. Phys. Rev., 2001, **C64**: 054615
- 19 Botvina A S, Lozhkin O V, Trautmann W. Phys. Rev., 2002, **C65**: 044610
- 20 Ono A, Danielewicz P, Friedman W A et al. Phys. Rev., 2003, **C68**: 051601(R); 2004, **70**: 041604; arXiv:nucl-ex/0507018
- 21 Shetty D V et al. arXiv:nucl-ex/0606032
- 22 Kowalski S et al. nucl-ex/0602023
- 23 Horowitz C J, Schwenk A. nucl-th/0507033
- 24 Le Fèvre A et al. for the ALADIN and INDRA collaborations, Phys. Rev. Lett., 2005, **94**: 162701

# Temperature Dependence of the Nuclear Symmetry Energy and Symmetry Free Energy<sup>\*</sup>

XU Jun<sup>1)</sup> CHEN Lie-Wen<sup>1,2</sup> LI Bao-An<sup>3</sup> MA Hong-Ru<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Institute of Theoretical Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

<sup>2</sup>(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy-Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

<sup>3</sup>(Department of Physics, Texas A&M University-Commerce, Commerce, TX 75429, and Department of Chemistry and Physics, P.O. Box 419, Arkansas State University, State University, AR 72467-0419, USA)

**Abstract** Based on the isospin and momentum dependent MDI interaction constrained by the isospin diffusion data in heavy-ion collisions, we study the temperature dependence of the nuclear matter symmetry energy and symmetry free energy. Using the resulting density and temperature dependent symmetry energy, the isotopic scaling data in heavy-ion collisions is then discussed.

**Key words** symmetry energy, symmetry free energy, isotopic scaling

<sup>\*</sup> Supported by National Natural Science Foundation of China (10334020, 10575071), MOE of China (NCET-05-0392), Shanghai Rising-Star Program (06QA14024) and US National Science Foundation (PHY-0354572, PHY-0456890)

1) E-mail: xujuna0307291@sjtu.edu.cn