

耦合腔链等效电路模型计算加速管场分布

施嘉儒¹⁾ 郑曙昕 陈怀璧

(清华大学工程物理系 北京 100084)

摘要 介绍利用耦合腔链等效电路模型计算加速管场分布的原理和方法. 把加速腔链等效为谐振电路, 通过求解回路方程组, 并引入分流阻抗等物理参数, 可计算加速腔链整管的电磁场幅值和相位分布. 这一计算方法对加速管动力学设计和加速管几何参数设计有很好的指导意义, 并在16MeV返波加速管设计调试过程中得到了应用和验证.

关键词 场分布计算 耦合腔链 等效电路模型 直线加速器

1 引言

目前的加速器主要采用微波谐振腔建立电场来加速电子, 直线加速器的加速管部分便是由一系列相互耦合的谐振腔链组成. 电磁场分布取决于区域的边界条件, 亦即谐振腔链的几何结构, 改变腔链结构便得到不同的加速电场. 在加速管设计过程中, 通常先通过粒子动力学模拟给出电磁场分布的要求, 然后再调节加速腔链的参数来实现这个电磁场分布. 因此由加速腔链结构来计算场分布, 是加速管物理设计中不可缺少的重要环节. 同时, 通过场分布计算还可以得到几何参数的允许变化范围, 给出加工和调谐的精确度要求, 指导加速管的建造^[1].

对于已知边界条件的电磁场, 可以通过求解Maxwell方程组得到场分布. SUPERFISH, MAFIA等电磁场模拟程序被广泛用来计算加速腔单腔的电磁场分布, 也是进行加速腔腔形设计的主要工具. 然而对于整个加速腔链, 通常由十几个或几十个包括多种腔形的谐振腔组成, 直接利用程序对整个加速腔链的结构进行电磁场模拟要求计算机有很大的内存和很快的计算速度, 由于硬件方面的限制, 这种模拟方法还没有普遍使用.

如果把微波谐振腔等效为一个谐振回路, 整个耦合腔链等效为一系列相互耦合的回路, 便可利用电路原理方程建立等效模型. 通过该方程组可以解出加速腔之间的能量关系, 再结合电磁场模拟程序求得单

腔场分布, 引入分流阻抗等参数, 就可以进一步计算出整个加速腔链的电场分布. 本文介绍了计算加速腔链场分布的方法, 并且给出了在加速管实际设计中的应用以及与实验结果的对比.

2 耦合腔链等效电路模型

一个单独的谐振腔可以简单等效为一个LC串联谐振回路, 用 L, C, R 分别表示等效回路中的电感, 电容和电阻, 这些等效元件的参数和谐振腔的微波参量之间有如下关系

$$L = \frac{Z}{\omega Q}, \quad C = \frac{Q}{\omega Z}, \quad R = \frac{Z}{Q^2}, \quad (1)$$

其中 $\omega = 2\pi f$ 为单腔角频率, Q 为加速腔无载品质因数, Z 为分流阻抗. 这些单腔微波参量可以通过实验测量得到, 也可利用电磁场模拟程序如SUPERFISH或MAFIA计算得到, 其定义为

$$Q = \frac{\omega U}{P}, \quad Z = \frac{|V_{\text{acc}}|^2}{P}, \quad (2)$$

其中 U 为腔内储能, 亦等效为LC谐振回路的储能, P 为腔的损耗功率, V_{acc} 为加速腔建立起的加速电压. 考虑到谐振回路储能为 $U = C \cdot |V_C|^2$, 加速腔两端的电压实际等效为电容电压 V_C .

根据耦合方式的不同, 耦合腔链通常可以分为磁耦合和电耦合两种类型; 磁耦合的结构中, 相邻腔之间主要通过磁场交换能量, 其等效耦合元件为电感,

2005 - 09 - 27 收稿

1) E-mail: shijiaru00@mails.tsinghua.edu.cn

等效电路参见图1(a); 电耦合的结构则通过电场交换能量, 其等效耦合元件为耦合电容, 等效电路参见图1(b)^[1-3]. 对于工作在TM₀₁₀模的加速腔链, 轴线电场强, 因此通过中心孔耦合的结构, 如盘荷波导等, 属于电耦合; 在边缘磁场较强的地方开耦合孔的腔链通常为磁耦合的结构.

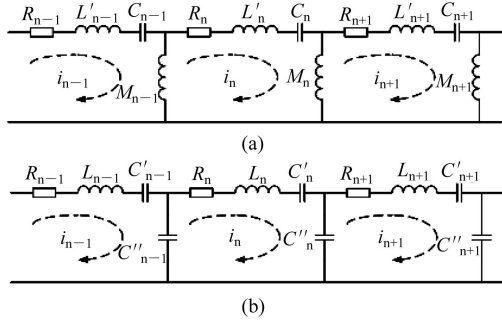


图1 耦合腔链等效电路模型

磁耦合和电耦合结构中耦合元件的区别使得回路方程有所不同, 下面分别讨论之.

2.1 磁耦合的腔链等效回路方程

磁耦合的耦合腔链等效电路模型中, 耦合元件为等效电感 M 和耦合系数 k 的关系

$$M_n = \frac{k_n}{2} \sqrt{L_n L_{n+1}}, \quad (3)$$

其中 L_n 为第 n 个腔的单腔等效电感, 并有 $L_n = L'_n + M_{n-1} + M_n$.

参考图1(a), 根据基尔霍夫定律, 第 n 个腔的回路方程为

$$(i_n - i_{n-1})j\omega M_{n-1} + i_n \left(R_n + j\omega L'_n + \frac{1}{j\omega C_n} \right) + (i_n - i_{n+1})j\omega M_n = 0. \quad (4)$$

令

$$X_n = i_n \sqrt{L_n} = \sqrt{U}, \quad (5)$$

利用(1), (3)式中的关系, (4)式可以化为

$$-\frac{k_{n-1}}{2} X_{n-1} + \left(-j \frac{\omega}{\omega_n Q_n} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) X_n - \frac{k_n}{2} X_{n+1} = 0. \quad (6)$$

2.2 电耦合的耦合腔链回路方程

电耦合的耦合腔链采用电场进行耦合, 参见图1(b), 其等效耦合元件为电容, 且和耦合系数 k 有如下关系

$$C''_n = \frac{2}{k_n} \sqrt{C_n C_{n+1}}, \quad (7)$$

其中 C_n 为单腔等效电容:

$$\frac{1}{C_n} = \frac{1}{C'_n} + \frac{1}{C''_{n-1}} + \frac{1}{C''_n}.$$

同样可得第 n 个腔的回路方程:

$$(i_n - i_{n-1}) \frac{1}{j\omega C''_{n-1}} + i_n \left(R_n + j\omega L_n + \frac{1}{j\omega C'_n} \right) + (i_n - i_{n+1}) \frac{1}{j\omega C''_n} = 0. \quad (8)$$

令

$$X_n = \frac{i_n}{\sqrt{C'_n}}, \quad (9)$$

利用(1), (7)式中的关系, (8)式可以化为

$$-\frac{k_{n-1}}{2} X_{n-1} + \left(-j \frac{\omega}{\omega_n Q_n} + 1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right) X_n - \frac{k_n}{2} X_{n+1} = 0. \quad (10)$$

2.3 耦合器及微波功率源等效

如图2(a)所示, 微波功率源及耦合器可以等效为一个恒压源和一个理想变压器, R 为耦合器所在腔的等效电阻, Z_{ext} 为耦合器外回路等效阻抗, 设微波源功率为 P_s , 单腔耦合度为 β , 等效恒压源电压为 V_s . 耦合器电路亦可等效为图2(b).

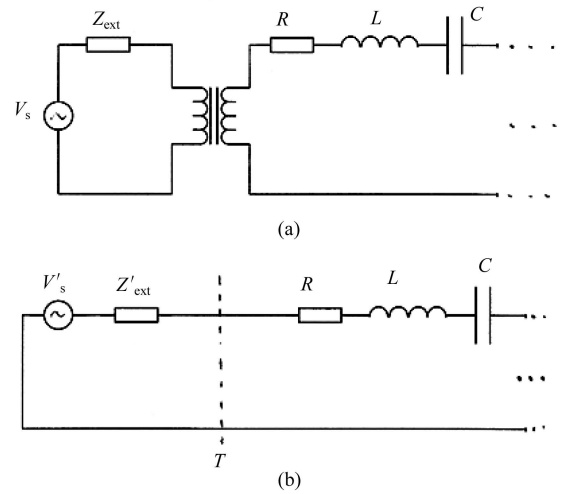


图2 耦合器等效电路图

考虑到耦合度 β 的定义为

$$\beta = \frac{P_{\text{ext}}}{P}, \quad (11)$$

其中 P 为腔内损耗功率, P_{ext} 为腔外的损耗功率, 容易得到 $Z'_{\text{ext}} = \beta R$. 在匹配情况下

$$Z_{\text{in}} = Z'_{\text{ext}} = \beta R, \quad (12)$$

其中 Z_{in} 表示参考面 T 处的输入阻抗, 由此可以求得恒压源的功率为

$$P_s = \frac{(V'_s / \sqrt{2})^2}{2\beta R}, \quad (13)$$

单腔场分布得到整个腔链的场分布. 然后在这个结果的基础上进行动力学模拟计算, 并对腔形和 k_n 进行适当调节, 确定最终设计方案. 根据最终设计腔形以及单腔频率 $\{f_n\}$ 和 $\{k_n\}$ 计算得到的场分布如图5(a)所示.

在确定设计腔形、单腔频率 f_n 和腔间耦合系数 k_n 之后, 再利用 MAFIA 进行模拟计算, 选择合适的腔间耦合孔大小, 使得 k 达到设计要求, 这样便得到最终加工几何参数^[6]. 然而在加工过程中, 单腔频率和腔间耦合系数不可能达到和设计值完全一致, 必须进行调谐. 所以在动力学设计时还需在一定范围内变化这些参数进行模拟计算, 得到允许的误差范围, 以指导腔链调谐. 图4(a)给出了设计的单腔频率和调谐后的单腔频率, 除了两个耦合器所在腔, 其余的频率偏差控制在0.6MHz以下; 图4(b)给出了设计的腔间耦合系数值和调谐后腔间耦合系数值, 相对偏差在 $\pm 5\%$ 以内. 调谐后的频率偏差以及耦合系数的偏差会引起场分布的变化, 为了进一步确认变化后是否仍然满足动力学需求, 利用冷测得到的实际单腔参数代入方程组(17)计算场分布, 并进行了动力学模拟, 结果能够满足要求. 同时, 整个腔链的场分布可以利用微扰法直接测量出来, 用以和计算值进行比较.

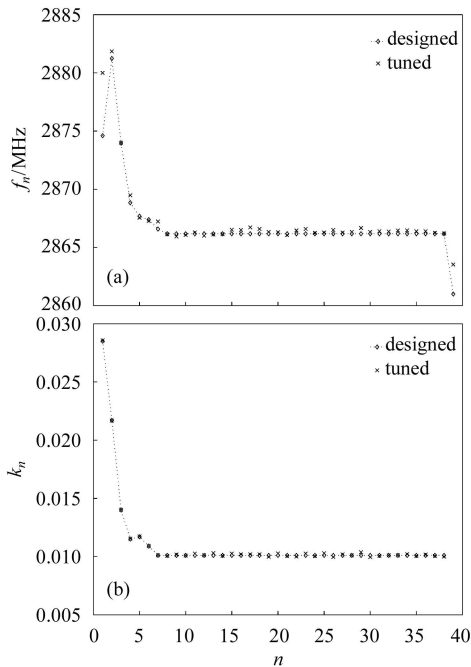


图4 实际调谐后的腔链参量和设计值比较
(a) 单腔频率实际值和设计值比较; (b) 腔间耦合系数实际值和设计值比较.

由冷测调谐结果计算得到的轴线纵向电场强度的

分布如图5(b)所示, 而图5(c)给出了测量得到的结果, 由于冷测时得到的幅值只是一个电场强度相对值, 所以用最大值进行了归一化处理, 比较两个图的形状, 即不同腔间的幅值相对比值, 可以看出计算结果和实际测量值非常接近.

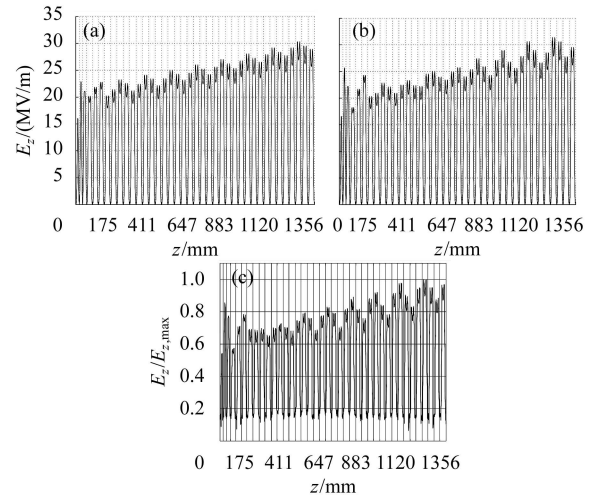


图5 16MeV 返波加速管轴线纵向电场分布——设计值、利用冷测单腔数据得到的计算结果及实验测量值的比较

(a) 16MeV 返波管最终设计的计算电场分布; (b) 利用16MeV 返波管冷测得到的实际单腔参数计算得到的电场分布; (c) 实验测量得到的电场分布.

4 总结

微波谐振腔等效为谐振回路是进行微波分析的重要手段, 通过把对“场”的分析等效为对“电路”的分析, 来求解微波传输、能量耦合等问题. 在耦合腔链的等效回路模型中, 能量关系是把实际腔链和等效电路直接联系起来的纽带, 包括谐振腔储能、损耗功率等物理量以及与此相关的品质因数等概念都可以在等效回路中直接找到对应. 由于在电路分析过程中可以利用一系列成熟的电路原理方程, 避免了对 Maxwell 方程组的直接求解, 可以使得计算过程简单快捷.

通过对16MeV 返波加速管场分布的计算, 可以认为耦合腔链等效电路模型计算场分布的方法是行之有效的, 在准确的单腔参数下, 该方法计算的场分布和实际测量结果十分接近. 加速器物理设计过程中, 这个方法在加速腔腔形计算和粒子动力学模拟之间建立了一座桥梁, 给加速管的设计和调谐都提供了一个很好的工具.

参考文献(References)

- 1 LIN Yu-Zheng. Principle of Low Energy Electron Linear Accelerators. Teaching Materials, Tsinghua University, 1990 (in Chinese)
(林郁正. 低能电子直线加速器原理. 清华大学讲义, 1990)
- 2 Nagel D E, Knapp E A, Knapp B C. Review of Scientific Instruments, 1967, **38**(11): 1583
- 3 Sekutowicz J. IEEE Transactions on Nuclear Science, 1985, **NS32**: 2854
- 4 CHEN Huai-Bi et al. HEP & NP, 1999, **23**(5): 496—503
(in Chinese)
(陈怀璧等. 高能物理与核物理, 1999, **23**(5): 496—503)
- 5 ZHENG Shu-Xin. Ph.D Thesis, Tsinghua University, 2000
(in Chinese)
(郑曙昕. 清华大学博士论文, 2000)
- 6 BIAN Xiao-Hao et al. HEP & NP, 2005, **29**(9): 900—902
(in Chinese)
(边晓浩等. 高能物理与核物理, 2005, **29**(9): 900—902)

Calculating Field Distribution of a Linear Accelerator Using Equivalent Circuit Model

SHI Jia-Ru¹⁾ ZHENG Shu-Xin CHEN Huai-Bi

(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Equivalent circuit model is used to calculate field distribution of a coupled cavity chain. An RF cavity can be represented as a resonant LC circuit and the coupler as an idealized transformer. By solving the equations of the circuit model and simulating each cavity shape, the field distribution of the entire cavity chain is calculated. This method is very useful in particle dynamics simulation and accelerator geometry design. Calculation result and experimental measurement of a 16MeV BTW(backward traveling wave) linac is presented.

Key words linear accelerator, coupled cavity chain, equivalent circuit model, electromagnetic field calculation