

超重核 ^{266}Hs 形成截面的入射道依赖*

刘祖华¹ 包景东²

1 (中国原子能科学研究院 北京 102413)

2 (北京师范大学物理系 北京 100875)

摘要 计算和比较了 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3 个反应系统的俘获截面和复合核 ^{270}Hs 形成截面. 在俘获截面计算中, 考虑了靶核形变效应. 穿越库仑势垒后, 反应系统由熔合谷进入不对称裂变谷. 只有越过不对称裂变谷中的条件鞍点的事件才进入复合核组态. 我们用考虑中子流动和径向运动的二参量 Smoluchowski 扩散方程来处理中间阶段的动力学过程. 此外, 还计算了经 4n 蒸发形成超重核 ^{266}Hs 的截面. 研究表明, 入射道的势垒分布, 中间阶段的条件鞍点高度对俘获截面, 复合核形成几率, 以及最终的超重核形成截面有显著影响.

关键词 超重核 势垒分布 条件鞍点 Smoluchowski 方程

1 引言

超重核合成实验极需理论配合与支持, 以便给出最佳的弹靶组合, 碰撞能量及可靠的形成截面估计. 目前, 超重核通过重离子熔合蒸发反应合成. 蒸发残余截面可写成,

$$\sigma_{\text{ER}}(E_{\text{c.m.}}) = \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J) \times P_{\text{CN}}(E_{\text{c.m.}}, J) W_{\text{sur}}(E_{\text{c.m.}}, J), \quad (1)$$

依赖于碰撞核越过入射道(库仑)势垒的分波俘获截面 σ_{c} , 俘获后复合核形成几率 P_{CN} 和激发的复合核存活几率 W_{sur} . 除最终的复合核去激发过程, 正确的理论预言不但要求对初始的俘获过程有可靠的理论模型, 更需要对反应系统的中间阶段, 即从接触到复合核形成的演化作合理的描述. 本文通过 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 熔合后经 4n 蒸发形成 ^{266}Hs , 讨论入射道的库仑势垒和中间阶段演化过程中的条件鞍点对超重核形成截面的影响.

2 俘获截面

俘获截面由分波截面求和得到,

$$\sigma_{\text{capt.}}(E_{\text{c.m.}}) = \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J). \quad (2)$$

而分波俘获截面为

$$\sigma_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J) = \pi \lambda^2 (2J+1) T_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J), \quad (3)$$

其中 $\lambda = \hbar^2 / (2\mu E_{\text{c.m.}})$ 为约化 de Broglie 波长, μ 是约化质量. 而在计算碰撞核穿越库仑势垒的几率, $T_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J)$ 时, 考虑靶核的四极形变 β_2 . 由于靶核的四极形变, 入射道的核势为

$$V_{\text{N}}(r, \theta) = - \frac{V_0}{1 + \exp \left\{ \left[r - R_1 - R_2 \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_2 p_2(\cos \theta) \right) \right] / a \right\}}, \quad (4)$$

其中 $V_0 = 16\pi\gamma_{\text{N}}\bar{c}$, $a=0.67\text{fm}$,

$$r_{\text{N}} = 1.2496 \left[1 - 2.3 \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \text{MeV}/\text{fm}^2, \quad (5)$$

$\bar{c} = c_1 c_2 / (c_1 + c_2)$, c_i 为半密度半径, $c_i = R_i - b^2 / R_i$, $b=1\text{fm}$, R_1, R_2 分别为弹核和靶核半径, N, Z, A 分别是复合核的中子数, 质子数和质量数. 而库仑势为

2006 - 03 - 02 收稿

* 国家自然科学基金(10235020, 10235030)资助

$$V_C(r, \theta) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \left[1 + \left(\frac{9}{20\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{R_2}{r} \right)^2 \beta_2 p_2(\cos \theta) \right], \quad (6)$$

θ 是靶核趋向与碰撞方向的夹角, Z_1, Z_2 是弹核和靶核的电荷数. 基于核势与库仑势之和 $[V_N(R, \theta) + V_C(R, \theta)]$, 计算 J 分波的穿透系数. 图1显示计算的 $^{26}\text{Mg} + ^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al} + ^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 俘获截面随复合核激发能 E_{ex} 的变化. 表1中列出了3个反应系统库仑势垒的平均高度 B_0 , 蒸发残余截面峰值 $E_{\text{ex}}^{\text{peak}}$ 处的俘获截面 σ_{capt} . 平均势垒高度 B_0 由 $^{26}\text{Mg} + ^{249}\text{Cm}$ 的 123.5 MeV 增加到 $^{32}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 的 158.1 MeV. 相应的俘获截面减小了近10倍. 因此入射道的库仑势垒对俘获截面有重大性的影响.

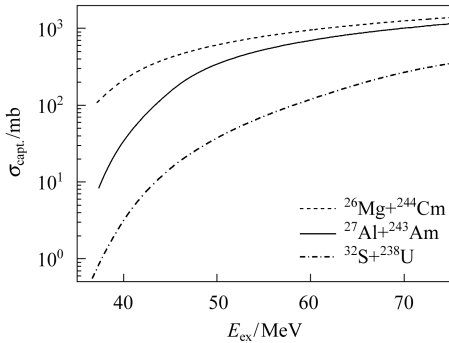


图1 $^{26}\text{Mg} + ^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al} + ^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S} + ^{238}\text{U}$ 3个系统俘获截面的比较
 $E_{\text{ex}} = E_{\text{c.m.}} + Q$ 是系统激发能.

3 准裂变与复合核形成的竞争

反应系统从相互接触到复合核形成的动力学演化过程用类似于布朗运动的扩散过程描述. 计算中, 考虑了二核之间有效表面的相对长度 s 和轻核的中子数 N . 相应的几率分布 $W(x, y, t)$ 用二参量的 Smduchowski 方程计算^[1],

$$\frac{\partial W(x, y, t)}{\partial t} = [L_x(x, y) + \gamma L_y(x, y)] W(x, y, t). \quad (7)$$

令 $x = s, y = N$. 而算符 L_x 和 L_y 分别为

$$L_x(x, y) = -\frac{\partial}{\partial x} D_x(x, y) + D_{xx} \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad (8)$$

$$L_y(x, y) = -\frac{\partial}{\partial y} D_y(x, y) + D_{yy} \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (9)$$

假定扩散系数 D_{xx} 和 D_{yy} 是常数, 即 $D_{xx} = kT/\alpha_x$, $D_{yy} = kT/\alpha_y$, T 是核温度; α_x, α_y 分别正比作用在自由度 x 和 y 的耗散.

反应系统穿越库仑势垒后, 进入了不对称裂变谷. 图2给出了3个反应系统的不对称裂变谷的势垒

$V_{\text{af}}(x, y)$ ^[2]. 计算中考虑了反应系统的质量不对称, 脖子和相对距离3个自由度. 用抛物线近似不对称裂变谷势 $V_{\text{af}}(x, y) = -a(y)[x - x_{\text{max}}(y)]^2/2$. 其中 x_{max} 为势的极大处, 相应的势垒称为条件鞍点. 扩散运动在排斥势 $V_{\text{af}}(x, y)$ 中进行. 越过 x_{max} 的事件进入复合核, 没有越过 x_{max} 的事件发生准裂变. 漂移系数 D_x 包含 x 方向的驱动力 $D_x = \alpha(y)(x - x_{\text{max}})/\alpha_x$.

控制中子流动的势,

$$V(y, x) = \{V_{p'T'}(x) - V_{pT}(x)\} + \{M_{p'} + M_{T'} - M_p - M_T\}, \quad (10)$$

其中 $M_p, M_T, M_{p'}$ 和 $M_{T'}$ 分别是弹核, 靶核中子转移前后的质量, 中子转移前后的势 V_{pT} 和 $V_{p'T'}$ 用参数化拆叠模型^[3] 计算. 中子转移发生在碰撞的早期阶段. 作为一种很好的近似, 控制中子流动的势 $V(y, x)$ 仍然可用双核模型, 即公式(10)计算. 计算所得的 $V(y, x)$ 可用抛物线公式 $V(y, x) = b(x)(y - y_{\text{eq}})^2/2$ 近似, 其中 y_{eq} 为平衡极小点. 由此可求得 Y 方向的漂移系数 $D_y = -b(x)(y - y_{\text{eq}})/\alpha_y$. 势 $V(y, x)$, 因而 D_y 对 x 的变化不灵敏^[1].

对于每一 x 值, 可解算符 L_y 的本征方程,

$$L_y(x, y)\phi_n(y, x) = -\lambda_n \phi_n(y, x). \quad (11)$$

当 $n=0$ 时, 有稳定解,

$$\phi_0(y, x) = \sqrt{\frac{b(x)}{2\pi kT}} \exp\left[-\frac{b(x)(y - y_{\text{eq}})^2}{2kT}\right], \quad (12)$$

$\lambda_0 = 0$. 这表明系统达到 N/Z 平衡时, 中子数为高斯分布.

公式(7)中, 引入参量 γ , 以表明不同的时标. 众所周知, 在低能重离子碰撞中, N/Z 平衡比其他集体自由度, 例如核系统的整体长度的改变, 快得多的时标内发生. 在 $\gamma \gg 1$ 的条件下, 二参量 Smoluchowski 方程约化为单参量方程^[1],

$$\frac{\partial W(x, t)}{\partial t} = L_{00} W(x, t). \quad (13)$$

算符 L_{00} 取以下形式,

$$L_{00} = -\frac{\partial}{\partial x} \bar{D}_x(x) + D_{xx} \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad (14)$$

$$\bar{D}_x(x) = \int D_x(x, y) \phi_0(y, x) dy. \quad (15)$$

Fokker-Plank 方程(13)有高斯型解. 而到达复合核组态的几率等于 $x \leq x_{\text{max}}$ 区域的积分, 得

$$P_{\text{CN}}(E_{\text{c.m.}}, J) = \frac{1}{2} \text{erfc} \sqrt{\beta}, \quad (16)$$

$\bar{\beta} = \bar{B}_{\text{af}}/kT$, erfc 是误差函数互补, 即 $(1 - \text{erf})$. 如 $t = 0$ 时刻反应系统进入 x_0 处的不对称裂变变谷, 则条件鞍点高度

$$B_{\text{af}}(y) = \frac{1}{2}a(y)(x_0 - x_{\text{max}}(y))^2, \quad (17)$$

而 \bar{B}_{af} 是对中子平衡分布的平均,

$$\bar{B}_{\text{af}} = \int B_{\text{af}}(y)\phi_0(y, x_0)dy. \quad (18)$$

应当指出, 图 2 显示的不对称裂变变谷中的势垒 $V_{\text{af}}(x, y)$ 是 $J = 0$ 时的计算结果. 事实上 $V_{\text{af}}(x, y)$ 因而 B_{af} 及 $\bar{\beta}$ 与系统角动量有关. 因此公式 (16) 计算的复合核形成几率 P_{CN} 是 J 的函数.

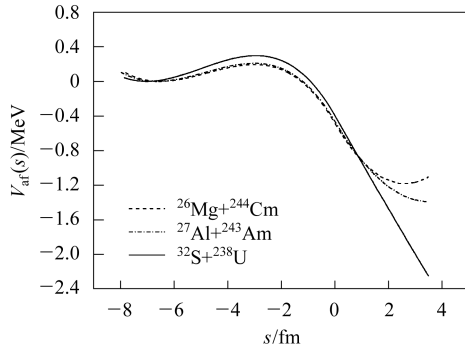


图 2 作为二碰撞核有效表面距离 S 函数的沿着不对称裂变变谷的宏观形变能 $V_{\text{af}}(s)$ 曲线是对 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$, $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3 个系统中子分布平衡值即 $y = y_{\text{eq}}$ 时计算的结果.

复合核形成截面,

$$\sigma_{\text{comp.}}(E_{\text{c.m.}}) = \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{\text{c}}(E_{\text{c.m.}}, J) P_{\text{CN}}(E_{\text{c.m.}}, J). \quad (19)$$

图 3 显示 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 复合核形成截面随激发能 E_{ex} 的变化. 由图 3 可见, 3 个反应系统的复合核形成截面有显著差别. 表 1 中也列出了 3 个系统的平均条件鞍点高度及在激发能 $E_{\text{ex}}^{\text{peak}}$ 处的复合核形成截面.

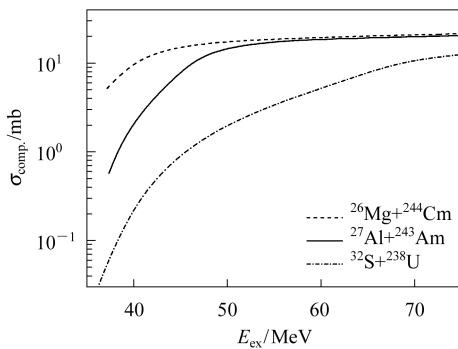


图 3 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3 个系统复合核形成激发函数的比较

表 1 平均库仑势垒 B_0 , 条件鞍点平均高度 \bar{B}_{af} , 蒸发残余截面峰值激发能 $E_{\text{ex}}^{\text{peak}}$ 以及相应的俘获截面, 复合核形成截面和 ^{266}Hs 形成截面数据

系统	B_0 /MeV	\bar{B}_{af} /MeV	$E_{\text{ex}}^{\text{peak}}$ /MeV	σ_{capt} /mb	σ_{comp} /mb	σ_{ER} /pb
$^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$	119.5	1.179	41.88	302	12.5	1.65
$^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$	128.0	1.202	43.84	114	6.04	0.79
$^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$	151.8	1.403	49.04	32.5	1.75	0.23

4 复合核存活几率及蒸发残余截面

存活几率可写成

$$W_{\text{surv}}(E_0^*, J) = G_{\text{xn}}(E_0^*, J) \times \prod_k \left[\frac{\Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J)}{\Gamma_f(U_{k,f}^{\text{max}}, J) + \Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J)} \right]_k, \quad (20)$$

J 是得合核自旋, $E_0^* = E_{\text{c.m.}} + Q$ 是质心系能量与反应 Q 值之和. G_{xn} 是初始激发能为 E_0^* 的复合核刚好蒸发 x 个中子的几率^[4, 5]. 中子宽度^[4, 6],

$$\Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J) = \frac{gm_0\sigma_n U_k^{\text{max}}}{\pi^2 \hbar^2 a_n} \times \exp\left(2\sqrt{a_n U_k^{\text{max}}} - 2\sqrt{a_n U_{k-1}}\right), \quad (21)$$

g 为中子自旋简并因子, m_0 , σ_n 为中子质量和衰变核逆过程中子截面, $gm_0\sigma_n/(\hbar^2) \approx A^{2/3}/10\text{MeV}^{-1}$ ^[5], A 是衰变核的质量数, $a_n = A/12.0\text{MeV}^{-1}$ ^[7, 8] 是能级密度参数. 母核蒸发 k 个中子时的最大热激发能,

$$U_k^{\text{max}} = E_0^* - \sum_{i=1}^{k-1} (S_n(i) + 2T_i) - S_n(k) - E_k^{\text{rot}}, \quad (22)$$

S_n 是中子分离能, T_i 是蒸发第 i 中子时的核温度, E_k^{rot} 是母核蒸发等 k 个中子时的子核的转动能. 转动能按刚使转动惯量计算. 对于偶-偶核, 奇-偶核和奇-奇核, $\Delta = 24/\sqrt{A}$, $12/\sqrt{A}$ 和 0 ^[6]. 裂变宽度^[4, 6],

$$\Gamma_f(U_{k,f}^{\text{max}}, J) = \frac{2\sqrt{a_f U_{k,f}^{\text{max}}} - 1}{4\pi a_f} \times \exp\left(2\sqrt{a_f U_{k,f}^{\text{max}}} - 2\sqrt{a_n U_{k-1}}\right), \quad (23)$$

a_f 是裂变鞍点处的能级密度参数, 假定 $a_f = 1.07a_n$ ^[4]. $U_{k,f}^{\text{max}}$ 是母核蒸发 $(k-1)$ 个中子后, 子核在鞍点处的最大热激发能,

$$U_{k,f}^{\text{max}} = E_0^* - \sum_{i=1}^{k-1} (S_n(i) + 2T_i) - B_f(k) - E_{\text{sd}}^{\text{rot}}, \quad (24)$$

$E_{\text{sd}}^{\text{rot}}$ 是在鞍点形变下的转动能. 裂变位垒

$$B_f(k) = B_{\text{LD}} - \Delta_{\text{sh}} \exp(-U_k^{\text{max}}/E_d), \quad (25)$$

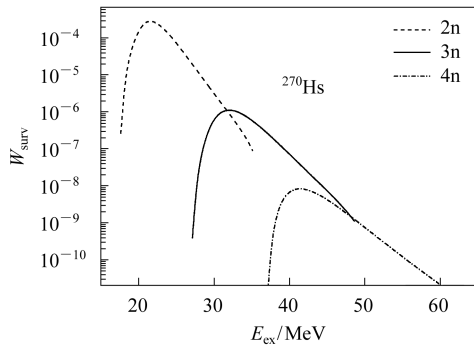


图4 作为激发能函数的 ^{270}Hs 蒸发2n, 3n, 4n的存活几率

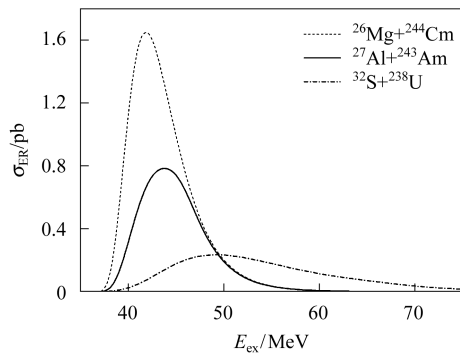


图5 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3个系统各自熔合后经4n蒸发的超重核 ^{266}Hs 形成截面

B_{LD} 是裂变位垒的液滴部分, Δ_{sh} 是壳修正能, $E_d=25\text{MeV}^{[9]}$ 为壳效应衰减因子. 计算的 ^{270}Hs

的4n蒸发存活几率 W_{surv} 如图4所示. 图5给出 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3个反应系统的 ^{266}Hs 形成截面. 由图可见, 从 $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$ 到 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$, 蒸发残余截面 $\sigma_{\text{ER}}(E_{\text{c.m.}})$ 下降了近7倍. 峰值处的 $\sigma_{\text{ER}}(E_{\text{ex}}^{\text{peal}})$ 也列于表1中.

5 讨论与结论

二重核从无尽远穿越入射道的库仑势垒, 经历中子流动, 脖子形成等, 由熔合谷进入不对称裂变谷. 只有越过在不对称裂变谷中的条件鞍点的事件才到达复合核组态, 否则二核经核子交换后再度分离而发生准裂变. 在俘获过程中, 我们考虑了靶核的四有形变效应. 在中间阶段, 考虑了中子流动, 脖子形成及径向运动, 并用二参量Smoluchowski扩散方程模拟从接触到越过条件鞍点的动力学演化过程. 据此, 计算和比较了 $^{26}\text{Mg}+^{243}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ 和 $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ 3个反应系统的俘获截面, 复合核形成截面, 经4n蒸发形成超重核 ^{266}Hs 截面. 计算表明, 入射道的库仑势垒, 中间阶段的条件鞍点高度对俘获截面, 复合核形成几率, 以及最终的超重核形成截面有显著影响. 因此, 在进行超重核实验之前, 作深入的理论评估, 挑选最佳弹靶组合, 至关重要.

参考文献(References)

- LIU Zu-Hua, BAO Jing-Dong. Chin. Phys. Lett., 2005, **22**: 3044
- Swiatecki W J, Siwek-Wilezyska K, Wilezyski J. Phys. Rev., 2005, **C71**: 014602
- Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. Nucl. Phys., 1998, **A633**: 409
- Vandenbosch R, Huizenga J R. Nuclear Fission. New York: Academic Press, 1973, 233
- LI Wen-Fei et al. Chin. Phys. Lett., 2004, **21**: 636
- Siwek-Wilczynska K, Skwira I. Phys. Rev., 2005, **C72**: 034605
- Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W et al. Nucl. Phys., 1998, **A633**: 409
- Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. Nucl. Phys., 2000, **A678**: 24
- Adamian G G, Antonenko N V, Ivanova S P et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 064303; Zubov A S et al. ibid. 2002, **65**: 024308

Entrance Channel Dependence of Production Cross Sections of Superheavy Nucleus ^{266}Hs *

LIU Zu-Hua¹ BAO Jing-Dong²

¹ (China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

² (Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract For the $^{26}\text{Mg}+^{244}\text{Cm}$, $^{27}\text{Al}+^{243}\text{Am}$ and $^{32}\text{S}+^{238}\text{U}$ systems, the capture cross sections and the formation of the compound nucleus ^{270}Hs are calculated and compared. In the entrance channel, the projectile is captured after overcoming the Coulomb barrier that has a distribution due to the deformation of the target nucleus. After contact, the system is assumed to be injected into an “asymmetric fission valley” by the neutron induced neck formation. The dynamic process of the composite nucleus in the “asymmetric fission valley” is treated in a two-parameter Smoluchowski equation in which neutron flow and diffusion in elongation coordinates are taken into account. The compound nucleus configuration is achieved only for those events where the system has diffused over the conditional saddle-point in the “asymmetric fission valley”. Our results show that the Coulomb barrier in the entrance channel and the height of the conditional saddle-point in the “asymmetric fission valley” have obvious influence in the processes of the capture and compound nucleus formation.

Key words superheavy nuclei, Coulomb barrier, conditional saddle-point, Smoluchowski equation