

$A \approx 150$ 区超形变带的特性分析和自旋指定*

李明亮¹⁾ 朱胜江

(清华大学物理系 北京 100084)

摘要 首先概述了对 $A \approx 150$ 区超形变带的自旋指定的进展情况, 到目前为止, 所提出的各种方法对该区超形变带自旋值的指定并不一致. 发现了该区超形变带的实验能谱特性和动力学转动惯量的特性. 并将此特性用于指定 $A \approx 150$ 区超形变带的自旋.

关键词 超形变带 自旋指定 转动惯量 转动谱公式

1 引言

自从实验上在 ^{152}Dy 核中发现第一条超形变带^[1]以来, 已在 $A \approx 60, 80, 130, 150$ 及 190 质量区观测到 200 多条超形变带. 但是, 到目前为止除少数几条超形变带外, 绝大多数超形变带的自旋值在实验上还未能确定. 由于自旋是研究原子核性质的一个重要的基本物理量, 近年来从理论上探讨超形变带的自旋指定问题引起人们很大的关注. 到目前为止, 人们提出了多种自旋指定方案, 大致可以分为 3 种: (1) 最佳拟合法; (2) 两类转动惯量随角动量的变化; (3) 带首转动惯量系统学. 这些方法都能较好地描述 $A \approx 190$ 质量区超形变带的能谱变化规律.

对超形变带转动谱的描述, 常用 Bohr-Mottelson 公式, Harris 公式和 ab 公式.

Bohr 根据对称性分析得出^[2], 在绝热近似下, 对于轴对称变形核 $K=0$ (K 是原子核角动量 I 在对称轴上的投影) 的转动带, 能级能量由下式给出:

$$E(I) = A\xi^2 + B\xi^4 + C\xi^6 + D\xi^8 + \dots, \quad (1)$$

式中 $\xi = \sqrt{I(I+1)}$. 而对于 $K \neq 0$ 的带, 只需把 ξ 换为 $\xi = \sqrt{I(I+1) - K^2}$ 即可 (但 $K = 1/2$ 带需考虑脱耦合项).

Harris 建议^[3] 用 ω^2 展开代替 $I(I+1)$ 展开 ($\omega = dE/d\xi$ 为角频率), 能级能量为:

$$E = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6 + \delta\omega^8 + \dots. \quad (2)$$

根据 Bohr 哈密顿量, 考虑稳定变形核小的非轴对称性以及振动的影响, 得出了一个简单的封闭的表达式 (ab 公式)^[4]. 对于偶偶核转动带, 其能级能量为:

$$E(I) = a[\sqrt{1+bI(I+1)} - 1]. \quad (3)$$

根据式 (1), (2) 或 (3), 可求出相应的运动学与动力学转动惯量 $J^{(1)}$ 与 $J^{(2)}$:

$$J^{(1)}/\hbar^2 = \xi \left(\frac{dE}{d\xi} \right)^{-1}, \quad J^{(2)}/\hbar^2 = \left(\frac{d^2E}{d\xi^2} \right)^{-1}. \quad (4)$$

可以根据实验测定的 γ 跃迁能量 E_γ , 按下述公式提取 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$:

$$J^{(1)}(I-1)/\hbar^2 = (2I-1)/E_\gamma(I \rightarrow I-2), \quad (5)$$

$$J^{(2)}(I)/\hbar^2 = \frac{4}{\Delta E_\gamma(I)} = \frac{4}{E_\gamma(I+2 \rightarrow I) - E_\gamma(I \rightarrow I-2)}, \quad (6)$$

$$\omega(I-1) = \frac{E_\gamma(I \rightarrow I-2)}{2\hbar}. \quad (7)$$

人们尝试用各种理论公式和方法对超形变带进行自旋指定. 在 $A \approx 190$ 区, 对大多数核用不同的方法指定的自旋值是一致的, 可以参见文献[5]的表 1, 2, 3, 4. 但在 $A \approx 150$ 区, 对大多数核用不同的方法指定的自旋值是不一致的, 可以参见文献[6]的表 8 等. 我们在文献[7]中提出了用 Bohr-Mottelson 公式和 Harris 公式同时指定超形变带的带首自旋值, 并充分考虑了带首转动惯量系统学性质. 在对 $A \approx 190$ 区超形变带的自旋

2006-02-23 收稿

* 国家自然科学基金(10575057)和国家教育部博士点专项基金(20030003090)资助

1) E-mail: liml03@mails.tsinghua.edu.cn

指定中, 用以上两种方法对大多数核的自旋指定结果都是一致的. 然而, 将上述方法用于 $A \approx 150$ 区的超形变带时, 发现对大多数核来说, 用 Bohr-Mottelson 公式和 Harris 公式指定的自旋值并不一致.

不少作者对 $A \approx 150$ 区的超形变带的自旋指定进行了报道. 文献[8]描述了利用多重 V 形图的方法, 指定了 $A \approx 150$ 区的全部自旋. 在文献[9]中, 作者用 Harris 公式指定了该区 Tb 和 Dy 同位素的自旋. 在文献[10]中, 作者考虑了跃迁能量中存在着的振荡起伏问题, 用 ab 公式指定了 $A \approx 150$ 区超形变带的自旋. 文献[11]对跃迁能量进行光滑化处理后, 采用 ab 公式或改进的 ab 公式, 对 $^{142,143,144,147}\text{Eu}$ 的 7 条超形变带进行了自旋指定. 在文献[12, 13]中, 作者利用代数模型公式指定了 $A \approx 150$ 区的超形变带自旋. 在最近的报道^[6]中又发展了一种新的有效的自旋指定方法, 并运用到了 150 区的超形变带研究. 但各种方法指定的自旋值多数是不一致的. 这表明各种理论公式对该质量区的超形变带不再很好地自洽. 而我们目前也不能分辨哪一种理论公式占绝对优势. 所以当前的任务应该是: (1) 在实验上尽量测定该区超形变带的自旋; (2) 深入探讨各理论公式的适用性; (3) 分析该区超形变带的特点, 并在自旋指定中加以应用. 在实验条件有限且其理论自旋指定又相互不一致的情况下, 第三点就变得很重要, 其研究进展将对实验测量和理论公式适用性分析具有指导作用. 尤其在目前实验测量受限的情况下, 我们应该仔细挖掘已有的实验数据所展示的规律性.

2 $A \approx 150$ 区超形变带的特性分析

在对 $A \approx 150$ 区超形变带转动谱分析时, 我们发现 γ 跃迁能量 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 和 I 之间有好的线性关系. 而 $A \approx 190$ 区超形变带的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 对 I 曲线有个明显下弯. 图 1 是 ^{143}Eu 和 ^{190}Hg 的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 随自旋 I 变化图. 实际上, 有少数 $A \approx 150$ 区超形变带的带头或带尾稍许偏离线性, 为防其影响超形变带整体性质, 我们将其剔除, 获得处理后的能谱数据. 以下对 $A \approx 150$ 区超形变带的计算都是针对处理后的数据. 图 2 是 $A \approx 150$ 区超形变带和 190 区超形变偶偶核晕带的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 随 I 变化图. 从图 1 和图 2, 可以看出, $A \approx 150$ 区超形变带转动谱的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 和 I 之间存在着很好的线性关系. 而 $A \approx 190$ 区超形变带的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 随 I 变化曲线上有个明显的下弯, $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 和 I 之间不是很好的线性关系(这

或许就是包含有 I 高次项的 Bohr-Mottelson 公式等在 $A \approx 190$ 区取得成功的原因). 总结以上实验能谱展示的规律, 我们可以得到 $A \approx 150$ 区超形变带的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 和 I 之间线性关系式, 设为

$$E_\gamma(I \rightarrow I-2) = KI + b, \tag{8}$$

其中 K 和 b 对具体的超形变带是常数.

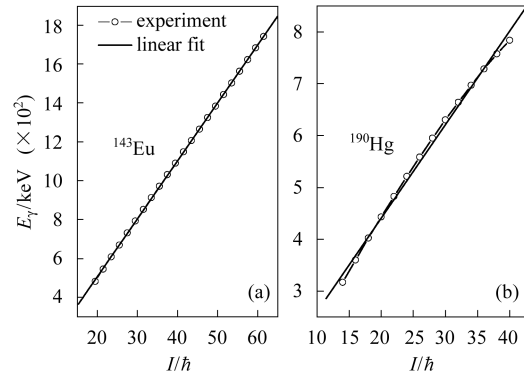


图 1 ^{143}Eu 和 ^{190}Hg 的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 随自旋 I 变化图

^{143}Eu 的实验点和拟合直线很好地重合, 而 ^{190}Hg 的实验点和拟合直线有明显的偏差.

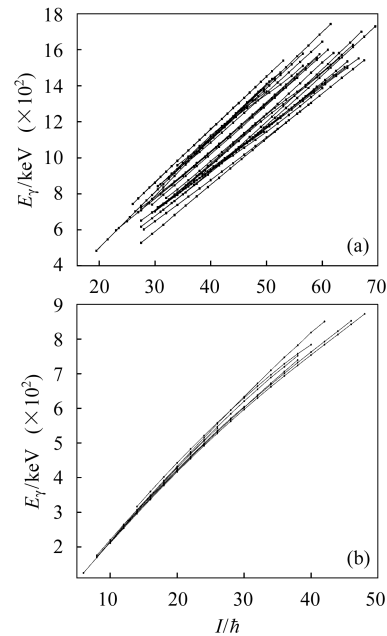


图 2 $A \approx 150$ 区超形变带(a)和 $A \approx 190$ 区偶偶核超形变晕带(b)的 $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ 随自旋 I 变化图

从上式出发, 结合公式 (6), 我们可以得到:

$$J^{(2)}(I)/\hbar^2 = \frac{2}{K}, \tag{9}$$

此式表明, 在 $A \approx 150$ 区超形变带中 $J^{(2)}$ 对每个具体的超形变带为常数. 我们利用公式(6)从能谱中提取 $A \approx 150$ 区超形变带的 $J^{(2)}$ 的实验值, 如图 3(a) 所示, 大多数超形变带的 $J^{(2)}$ 值在一定的误差范围内是常

数. 对 $A \approx 190$ 区偶偶核晕带的 $J^{(2)}$ 值, 如图3(b)所示, 随着转动频率 ω 的增大, $J^{(2)}$ 有明显的上升趋势. 这验证了我们发现的对 $A \approx 150$ 区超形变带的特征式(8)和(9)是正确的. 也表明, $A \approx 150$ 区与 $A \approx 190$ 区超形变带的确具有不同的特征.

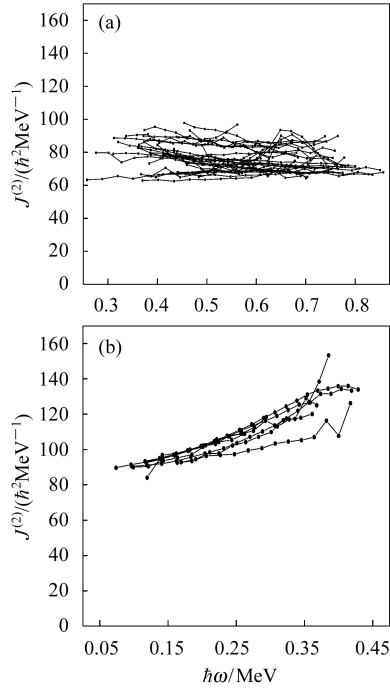


图3 $A \approx 150$ 区超形变带(a)和 $A \approx 190$ 区超形变带偶偶核晕带(b)的动力学转动惯量

3 $A \approx 150$ 区超形变带的自旋指定

鉴于各种理论公式对 $A \approx 150$ 区超形变带所指定的自旋不相一致, 以及该区超形变带具有(8)和(9)式所表示的特性, 我们对自旋的指定应充分考虑 $A \approx 150$ 区实验能谱和实验转动惯量呈现的这些特征.

一种方法是用 Harris 公式拟合 $J^{(1)}$, 同时使 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 偏差最小. 该方法有效地利用了实验转动惯量呈现的特征, 现介绍如下.

利用从(2)式导出的 Harris 转动惯量三参数公式

$$J^{(1)} = 2\alpha + \frac{4}{3}\beta\omega^2 + \frac{6}{5}\gamma\omega^4 \quad (10)$$

拟合实验提取的 $J_{\text{exp}}^{(1)}(I-1)$ 值, 其中 $J_{\text{exp}}^{(1)}$ 由(5)式算出. 将拟合得到的参数 α , β 和 γ 代入公式

$$J_{\text{cal}}^{(2)} = 2\alpha + 4\beta\omega^2 + 6\gamma\omega^4 \quad (11)$$

和(6)式, 可分别得到动力学转动惯量的计算值和实验值.

由前述分析, $A \approx 150$ 区超形变带的 $J^{(2)}$ 在一定的误差范围内是常数, 不随 ω 变化. 但实际的 $J^{(2)}$ 实验

取值总是围绕常数有些波动, 我们取实验值的平均代替该常数, 记作 $\bar{J}_{\text{exp}}^{(2)}$.

为比较计算值和实验值的差异, 我们定义拟合偏差:

$$\sigma(J^{(1)}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i [J_{\text{cal}}^{(1)}(i) - J_{\text{exp}}^{(1)}(i)]^2}, \quad (12)$$

$$\sigma(J^{(2)}) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i [J_{\text{cal}}^{(2)}(i) - J_{\text{exp}}^{(2)}(i)]^2}, \quad (13)$$

$$\sigma(J) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i [J_{\text{cal}}^{(2)}(i) - \bar{J}_{\text{exp}}^{(2)}]^2}. \quad (14)$$

通过假定带首自旋取不同的值, 我们利用(8)和(5)式, 通过最小二乘法对超形变带的运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 进行了拟合, 然后计算 $J_{\text{cal}}^{(2)}$, 进而利用(12), (13)和(14)式计算 $\sigma(J^{(1)})$, $\sigma(J^{(2)})$ 和 $\sigma(J)$ 的值. 当 $\sigma(J^{(1)})$, $\sigma(J^{(2)})$ 和 $\sigma(J)$ 对某个带首自旋值都取最小值, 表明不仅 $J^{(1)}$ 得到最佳的拟合, 而且 $J^{(2)}$ 的计算值和实验值符合最佳, 最好地体现了 $A \approx 150$ 区转动惯量呈现的特征, 我们相信这样自旋指定是可靠的. 图4是我们对 $A \approx 150$ 区若干个超形变带的拟合偏差图和自旋指定的结果.

图4(f)是对 ^{152}Dy 超形变带的计算结果, 该超形变带的带头自旋值已经被实验测定为 $24\hbar^{[14]}$. 虽然3个偏差值随带头自旋的变化趋势不一致, 但 $\sigma(J)$ 确实在 $I_0=24\hbar$ 附近最小. 这表明动力学转动惯量为常数这个特征, 确实是我们分析 $A \approx 150$ 区超形变带时首先需要考虑的. 如果忽略此特征, 仅考虑 $J^{(1)}$ 最佳拟合, 就可能把 ^{152}Dy 超形变带的带头自旋错误地指定为 $34\hbar$. 本文提出的自旋指定方案中, 首次包含了 $\sigma(J)$ 偏差最小的判据, 相信其自旋指定是有效的. 当然, 同时要求 $\sigma(J^{(1)})$, $\sigma(J^{(2)})$ 和 $\sigma(J)$ 都最小, 限制条件可能太严格, 但方案中包含了 $\sigma(J)$ 这一判据, 这无疑是一个有意义的尝试.

4 Bohr-Mottelson 转动谱公式参数之间的关系

我们从能级能量的 Harris 三参数展开式:

$$E = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6 \quad (15)$$

曾经导出 Bohr-Mottelson 转动谱公式参数之间的一个新关系^[15]

$$12(ABC - 2B^3)/A^2D = 1, \quad (16)$$

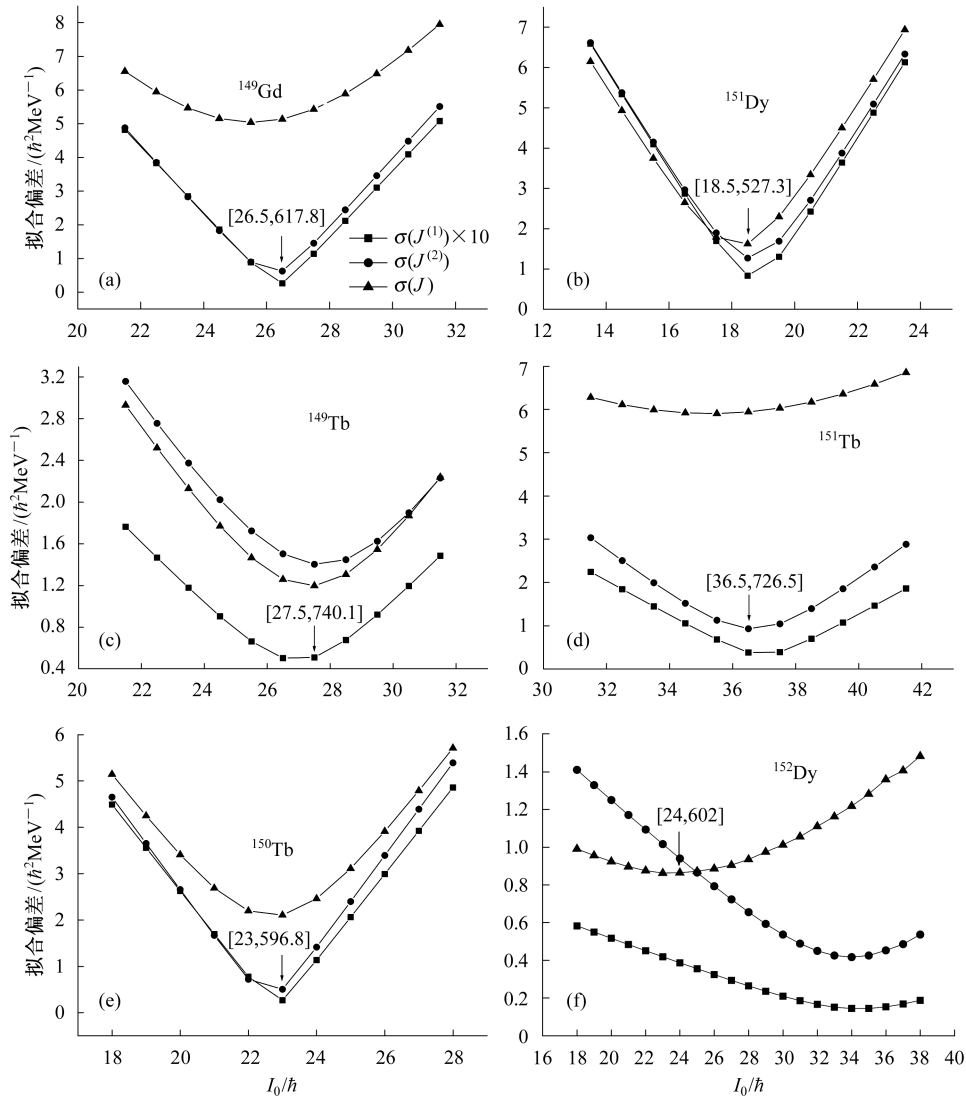


图 4 $\sigma(J^{(1)})$, $\sigma(J^{(2)})$ 和 $\sigma(J)$ 随带首自旋的变化

由于 $\sigma(J^{(1)})$ 相对较小, 图中均以 $\sigma(J^{(1)}) \times 10$ 显示. 图中箭头指出我们指定的带首自旋 I_0 , 箭尾表示 $(I_0, E_\gamma(I_0 + 2 \rightarrow I_0))$ 的数值.

而从 ab 公式导出的结果是^[15]

$$12(ABC - 2B^3)/A^2D = 0, \quad (17)$$

这里, 我们用新指定的自旋, 用 Bohr-Mottelson 四参数转动谱公式拟合上述被指定自旋的 $A \approx 150$ 区的超形变带, 获得参数 A, B, C 和 D, 从而提取了 $12(ABC - 2B^3)/A^2D$ 的值, 做图如图 5 所示.

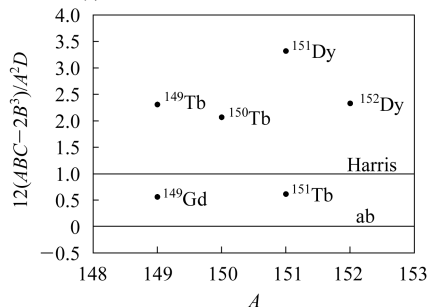


图 5 提取的 $A \approx 150$ 区超形变带的 $12(ABC - 2B^3)/A^2D$ 值随核质量数 A 的分布

从图中我们不难看出, 对 $A \approx 150$ 区超形变带, 从 Harris 三参数公式导出的新关系式 (14) 较 ab 公式的推论式 (15) 更符合实验提取值. 这和文献 [7, 14] 的结论是一致的.

5 结论

本文首先概述了 $A \approx 150$ 区超形变带自旋指定的现状, 发现各种方法在该区对超形变带的自旋值的指定并不一致. 经过分析, 我们发现了 $A \approx 150$ 区实验能谱和实验动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 分别呈现线性和常数的特征. 根据这些特征, 我们尝试用 Harris 公式拟合运动学转动惯量 $J^{(1)}$, 同时使 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$ 偏差最小, 指定了该区若干超形变带的自旋.

其实, 本工作中发现的能谱规律式 (8) 和 (9), 对

$A \approx 60, 80, 130$ 和 140 区超形变带和 $A \approx 190$ 区奇奇核超形变带也能适用, 具体分析和自旋指定将另文讨论.

各质量区的超形变带自旋可以在充分利用这些规律的基础上进行进一步的指定.

参考文献(References)

- 1 Twin P J et al. Phys. Rev. Lett., 1986, **57**: 811
- 2 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. Vol. II. New York: Benjamin, 1975
- 3 Harris S M. Phys. Rev. Lett., 1964, **13**: 663; Phys. Rev., 1965, **B138**: 509
- 4 WU C S, ZENG J Y. Common in Theory Phys., 1987, **8**: 51
- 5 LIU Shu-Xin, ZENG Jin-Yan. HEP & NP, 1999, **23**: 701—708 (in Chinese)
(刘树新, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1999, **23**: 701—708)
- 6 LIANG L Z, WU C S. Common in Theory Phys., 2005, **43**: 719
- 7 LI Ming-Liang, ZHU Sheng-Jiang, XU Fu-Xin. HEP & NP, 2005, **29**: 954—959 (in Chinese)
(李明亮, 朱胜江, 徐辅新. 高能物理与核物理, 2005, **29**: 954—959)
- 8 CHEN Xing-Qu, XING Zheng, WANG Yang-Li. HEP & NP, 1994, **3**: 256—262 (in Chinese)
(陈星冀, 邢正, 王养丽. 高能物理与核物理, 1994, **3**: 256—262)
- 9 GUO Jian-You, CHEN Yong-Jing, XU Fu-Xin. Nucl. Phys. Rev., 2001, **18**: 85 (in Chinese)
(郭建友, 陈永静, 徐辅新. 原子核物理评论, 2001, **18**: 85)
- 10 LI Zhong-Hua, WU Chong-Shi. HEP & NP, 2000, **1**: 71—76 (in Chinese)
(李中华, 吴崇试. 高能物理与核物理, 2000, **1**: 71—76)
- 11 WU Chong-Shi, LI Zhong-Hua. HEP & NP, 2001, **2**: 121—128 (in Chinese)
(吴崇试, 李中华. 高能物理与核物理, 2001, **2**: 121—128)
- 12 LIU Yu-Xin, SUN Di, ZHAO En-Guang. Phys. Rev., 1999, **C59**: 2511
- 13 LIU Yu-Xin, SUN Di, WANG Jia-Jun et al. Phys. Rev., 2001, **C63**: 054314
- 14 Lauritsen T, Carpenter M P, Døssing T et al. Phys. Rev. Lett., 2002, **88**: 042501
- 15 LI Ming-Liang, XU Fu-Xin. HEP & NP, 2003, **27**: 511—514 (in Chinese)
(李明亮, 徐辅新. 高能物理与核物理, 2003, **27**: 511—514)

Property Analysis and Spin Assignments Superdeformed Bands in $A \approx 150$ Region*

LI Ming-Liang¹⁾ ZHU Sheng-Jiang

(Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In the previous publications, the assignments of spin values of the superdeformed bands in $A \approx 150$ region are not consistent by different methods. In the present work, through systematical comparison and analysis of the experimental energy spectra of the superdeformed bands in this region, we obtained two formula to describe the energy spectra and moments of inertial. Using the formulas, we assigned the spins of the superdeformed bands for several nuclei in $A \approx 150$ region.

Key words superdeformed band, spin assignment, moment of inertial, rotational spectra formula

Received 23 February 2006

* Supported by National Natural Science Foundation of China (10575057) and Doctoral Fund of Ministry of Education of China (20030003090)

1) E-mail: liml03@mails.tsinghua.edu.cn