第29卷 第2期
2005年2月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.29, No.2
Feb., 2005

电子的轴沟道辐射作为γ激光的可能性

罗诗裕[1)] 邵明珠
(东莞理工学院 广东东莞 523106)

摘要 将沟道辐射与自由电子激光进行类比,讨论了电子轴沟道辐射作为γ激光的可能性.引入等效磁场描述电子的运动行为,并通过等效磁场与辐射场相互作用描述了电子的纵向运动,导出了系统的摆方程和能量增益,得到了与自由电子激光完全类似的结果.

关键词 γ激光 增益 摆方程 沟道辐射

1 引言

1945年,苏联物理学家维克斯勒发现,在高频场中运动的带电粒子具有保持相位稳定的能力.接着,人们进一步指出,只要在磁场中运动粒子的轨道长度与能量正比相关,粒子和外场(比如电场或磁场)的相互作用就可以保持同步.于是,对于同步加速器来说,粒子就能不断加速;对于自由电子激光器来说,电子就能保证纵向聚束,从而保证辐射的相干性.自由电子激光的相干性是自由电子通过摆动器(场)同辐射场相互作用形成"拍波"(有质动力波),并被"拍波"俘获(同步)来实现的.正是基于这一概念,50年代初,H. Motz首次提出自由电子激光设想[1],70年代中期,美国斯坦福大学宣布第一台自由电子激光器问世[2].事实上,自由电子激光已成为应用越来越广的新光源.目前,人们把注意力集中在研制短波长、大功率的自由电子激光器上,远紫外或软X射线自由电子激光将是下一代光源中的重要成员.但是,要用传统的自由电子激光器把自由电子激光推向更短的波长(比如X激光或γ激光)将在技术上遇到严重挑战.比如,摆动频率不能作得很高(或相邻磁极之间的距离不能太小),而摆动场强度也不能作得太强,即使采用超导技术也不过10T,这就注定了自由电子激光很难向短波进一步推进;再加上随着频率的增加,谐振腔的概念也不复存在.自由电子激光和带电粒子沟道辐射相结合可望得到X激光或γ激光,从而引起了人们的密切注意.

注意到,当带电粒子沿着晶体某些方向(特别是低晶面指数方向)运动时,就像进入一条通道一样很容易穿透到晶体内部,这个现象称为沟道效应[3,4].经典物理学证明,在电磁场中运动的带电粒子,只要它的加速度不为零,就要自发地向外辐射电磁波.在晶格场中运动的带电粒子也不例外,强大的晶格场可以使辐射能量达到很高.作沟道运动的带电粒子将不断向外辐射能量,这种辐射称为沟道辐射.

晶体沟道分(平)面沟道和(晶)轴沟道两种.带电粒子在沟道中的运动行为决定于粒子-晶体相互作用势.对于面沟道,常用的粒子-晶体相互作用势有Lindhard,Moliere势和正弦平方势[5].在平面连续近似下,正电子在面沟道中的运动行为就像在两个带(正)电平面之间运动一样,正电子总是在中心平面附近振荡,其行为类似于电子在线极化摆动器中的运动.同样,在连续近似下,电子在轴沟道中的运动行为类似于高速运动的电子绕无限长带(正)电直线运动一样.电子沿晶轴前进的同时将绕晶轴作椭圆运动,且这些椭圆还不断绕晶轴进动.在垂直于沟道轴平面内,轨道投影呈玫瑰花状.电子在轴沟道中的运动行为十分类似于具有螺旋结构(圆极化)的摆动器.

2004-05-13 收稿
1) E-mail: oul901@163.com

同自由电子激光器相比,作沟道运动的带电粒子将受到上百万高斯的晶格场作用,而晶格间距只有埃的量级,正是这个原因导致沟道辐射的能量比自由电子激光高得多.比如,对于56MeV的正电子,硅(110)面沟道辐射的能量可达360keV[6,7].带电粒子的沟道辐射是自发辐射,如何把它改造为相干辐射是问题的关键.如果能在晶体中产生一种稳定的驻波,则电子同驻波场相互作用的结果,可望得到一种相干的沟道辐射.值得注意的是,因为γ激光的能量高,不能用常规的反射镜方法(谐振腔),于是有人提出利用弯曲晶体(弯晶),并通过自发的沟道辐射在弯晶中的动力学衍射来获得相干光;近年来,又有人提出用声振方法使沟道平面呈波纹状,带电粒子在波浪形沟道中运动可望得到相干的沟道辐射[8,9];也有人设想,利用沟道辐射与超晶格多层薄膜结构的动力学衍射来得到相干光.文献[10]对面沟道辐射作为γ激光的几种方法进行了综述.文献[8,9]在讨论如何用声振方法获得相干光的同时,还讨论了粒子退道效应对辐射相干性的影响;而文献[11]则进一步指出了量子效应对相干辐射的破坏,并对此作了深入分析.当然,即使理论问题已完全解决,技术上的问题也许更严重.比如高能激光面临的最大问题之一就是随着能量的增加强度越来越弱,为了获得高强度的γ激光,人们担心晶体会“熔化”,而使沟道受到破坏.

我们曾对带电粒子的沟道效应和沟道辐射作过比较仔细的研究[12—14].本文就如何把电子的轴沟道辐射改造为相干辐射进行讨论.假设在晶体中存在稳定的驻波场,并不断将沟道辐射同自由电子激光类比,讨论如何把自发的沟道辐射改造为相干辐射,以及如何获得X激光或γ激光的可能性.

2 电子的轴沟道辐射

注意到晶体的特点是晶格原子规则地排列在格点上,而外层(价)电子通常都游离在点阵之间,因此可以认为占据格点的不再是原子而是带正电的离子.对于三维点阵如此,对于一维晶轴也不例外.在偶极近似下,还可以假设电荷是沿晶轴连续分布的.电子在晶轴附近的运动行为与电子在带正电的长直导线附近的运动行为一样.若进一步假设晶轴是一条带正电的无限长直线,则电子同这条带电直线之间的相互作用势可表示为

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} + C, \tag{1}$$

其中Z是带电直线的等效正电荷数,e是电子电荷,r是电子离开晶轴的距离,C是势参数.电子轴沟道辐射问题是一个典型的有心力问题.在柱坐标中,电子的运动方程可表示为

$$\begin{aligned} & m(\ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2) = -\frac{\partial V(r)}{\partial r}, \\ & m\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r^2\dot{\vartheta}) = 0, \\ & m\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = 0, \end{aligned} \tag{2}$$

(假设坐标z沿着晶轴方向),m是电子质量.由式(2)的第二式可以看出

$$r^2\dot{\vartheta} = L,$$

电子的角动量守恒;由式(2)的第三式可以看出z方向的电子速度保持不变.

注意到

$$r^2 = x^2 + y^2. \tag{3}$$

在x,y平面内,电子的运动轨道是一串不断进动的椭圆轨道,且可表示为

$$\left.\begin{aligned} x &= a(\cos\delta - \mu) \\ y &= a\sqrt{1-\mu^2}\sin\delta \\ t &= \frac{1}{\langle\omega\rangle}(\delta - \mu\sin\delta) \end{aligned}\right\}, \tag{4}$$

其中

$$\begin{aligned} & a = \frac{Ze^2}{2E_\perp}, \mu = \sqrt{1 - \frac{E_\perp L^2}{m_0\gamma(Ze^2)^2}}, \\ & \langle\omega\rangle = \frac{(2E_\perp)^{3/2}}{Ze^2 m_0^{1/2}\gamma^{1/2}}, \beta_z = \beta_0\left(1 - \frac{\langle\omega\rangle^2 a^2}{2c^2}\right) \\ & \quad = \beta_0\left(1 - \frac{\beta_\perp^2}{2}\right). \end{aligned} \tag{5}$$

考虑到相对论效应,电子质量$m = m_0\gamma$(m_0是电子静止质量,γ是相对论因子),β_0是电子无量纲初速度,$\beta_\perp$是无量纲的横向速度,β_z是无量纲的纵向速度,c是光速,μ是偏心率,$E_\perp$是电子的横向能量.在偶极近似下,电子轴沟道辐射的谱分布可表示为[3,4]

$$\frac{\mathrm{d}I_k}{\mathrm{d}\omega} = \frac{3\langle I_k\rangle\omega}{\omega_{km}^2}\left[1 - 2\frac{\omega}{\omega_{km}} + 2\left(\frac{\omega}{\omega_{km}}\right)^2\right], \tag{6}$$

其中ω_{km}是k次谐波的最大频率,而$\langle I_k\rangle$是k次谐波平均辐射强度,且可表示为

$$\langle I_k\rangle = \frac{8e^2k^2a^2\langle\omega\rangle^4\gamma^4}{3c^3}\left[J_k(k\mu) - \frac{1-\mu^2}{\mu^2}J_k^2(k\mu)\right], \tag{7}$$

$J_k(k\mu)$是k阶Bessel函数,c是光速.沟道辐射主要

集中在电子运动的正前方,立体角 $\Omega \approx \gamma^{-1}$的狭窄范围内,考虑到 Doppler 效应,$k$ 次谐波最大辐射频率可表示为

$$\omega_{km} = 2k\langle\omega\rangle\gamma^2.$$

将式(5)代入,上式化为

$$\omega_{km} = 2k\omega_0\gamma^{3/2}, \tag{8}$$

其中

$$\omega_0 = \frac{(2E\_)^{3/2}}{Ze^2 m_0^{1/2}} \tag{9}$$

是电子在静止坐标中的振动频率.式(8)表明,由于质量的相对论效应和静止坐标与运动坐标之间的 Doppler 效应,最大辐射频率与 $\gamma^{3/2}$成正比,这说明电子能量越高,辐射能量越大.事实上,当电子能量为 MeV 量级时,辐射能量可达 keV 量级[4,5].

3　相干的轴沟道辐射

当椭圆偏心率 μ 比较小时,轨道方程(4)可化为

$$x = a\cos\langle\omega\rangle t,\ y = a\sin\langle\omega\rangle t, \tag{10}$$

其中 a 由式(5)给出.引入无量纲速度 β_x, β_y, β_z,式(10)可用矢量形式表示为

$$\boldsymbol{\beta}_T = \frac{a\langle\omega\rangle}{c}(-\sin\langle\omega\rangle t, \cos\langle\omega\rangle t, 0). \tag{11}$$

引入等效磁场 $\boldsymbol{B}^*$,可把电子在势场(1)中的运动行为,等效地转化为在磁场 $\boldsymbol{B}^*$ 中的运动,相应的 Lorentz 方程为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\beta}_T}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{m_0 c\gamma}(\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{B}^*)_T, \tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = 0, \tag{13}$$

$$\gamma^{-2} = 1 - \beta_z^2 - \beta_T^2. \tag{14}$$

式(13)表明,在等效磁场 $\boldsymbol{B}^*$ 中运动的电子能量守恒.如果电子束不是严格地沿着轴向注入,则式(11)可改为

$$\boldsymbol{\beta}_T = \frac{a\langle\omega\rangle}{c}[-\sin\langle\omega\rangle t + \theta, \cos(\langle\omega\rangle t), 0], \tag{15}$$

这里假设了电子束与轴向的偏离只出现在 x 方向上,且假定这一偏离为 θ.如果假设在晶体中存在一驻波,波矢量 $\boldsymbol{A}_n$ 为

$$\boldsymbol{A}_n = \frac{\boldsymbol{E}}{nk_1}(\sin\psi, \cos\psi, 0), \tag{16}$$

其中 $n = 1,2,3,\cdots$是谐波数,E 是电场强度,而:

$$\left.\begin{aligned} &\psi = nk_1 z - n\omega_1 t + \psi_0 \\ &\omega_1 = k_1 c \\ &\omega = nk_1 c = \omega_n \end{aligned}\right\}. \tag{17}$$

由于外场作用,电子能量不再守恒,Lorentz 方程的第 4 分量变为

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \frac{e}{mc^2}\frac{\partial\boldsymbol{A}_n}{\partial t}\cdot\boldsymbol{\beta}_T. \tag{18}$$

注意到 $\partial\psi/\partial t = -n\omega_1$,将式(15)和(16)代入方程(18),并注意到方程(17),可得

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = \frac{eEa\omega_1\omega}{mc^3 k_1}[\sin(\langle\omega\rangle t + \psi) + \theta\cos\psi]. \tag{19}$$

引入等效摆动器参数 k_n^* 和 ω_n^*

$$k_n^* = \frac{\omega_n^*}{c}, \tag{20}$$

并令 $k_n^* z = \langle\omega\rangle t$,可得

$$\omega_n^* = \langle\omega\rangle/\beta_z,\ \lambda_n^* = 2\pi c\beta_z/\langle\omega\rangle. \tag{21}$$

如果我们从位相 $k_n^* z + \psi$ 中分离出快变化和慢变化部分,则可用一个周期内的平均 $\int_0^{2\pi/\omega_n^*}\mathrm{d}t(\cdots)$ 消去快变化项,其结果可表示为[2]

$$\frac{\mathrm{d}\langle\gamma\rangle}{\mathrm{d}t} = \frac{eEK^* l^*}{m_0\gamma c}J_{n-1}(nx)\cos(\zeta + \varphi - n\Delta\nu\tau), \tag{22}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} &\zeta = (k_1 + k_n^*)z - \omega t \\ &x \cong 2K^*\gamma\theta/(1 + K^{2*} + \gamma^2\theta^2) \\ &\Delta\nu = 2\pi N^*\gamma^2\theta^2/(1 + K^{2*} + \gamma^2\theta^2) \end{aligned}\right\}, \tag{23}$$

$$\tau = \frac{c}{l^*}t,\quad l^* = N^*\lambda_n^* \tag{24}$$

l^*是等效晶体厚度,N^*是等效的摆动器周期数,而

$$K^* = \sqrt{2\gamma_\perp\gamma},\ \gamma_\perp = E_\perp/m_0 c^2. \tag{25}$$

于是,可将轴沟道运动的等效磁场 B^* 表示为

$$B^* = \frac{(2E_\perp)^2}{Ze^3\beta_z}. \tag{26}$$

在式(22)中使用了

$$\langle\gamma\rangle^2 = \langle\gamma^2\rangle. \tag{27}$$

下面把电子运动方程(22)化为标准的摆方程.令 v 为电子相速度,根据定义

$$v = \frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[(k_1 + k_n^*)z - \omega_1 t]\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}. \tag{28}$$

注意到

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = c\beta_z = c\left(1 - \frac{1 + K^{2*}}{\gamma^2}\right)^{1/2}. \tag{29}$$

由式(28)可得

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\mathrm{d}^2\zeta}{\mathrm{d}\tau} = \frac{(k_1 + k_n^*)l^*(1 + K^{2*})}{\langle\gamma\rangle^3}\frac{\mathrm{d}\langle\gamma\rangle}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}. \tag{30}$$

将式(22)代入到方程(30),并注意到

$$\frac{(k_1+k_n^*)(1+K^{2*})l^*}{\langle\gamma\rangle^2}\approx 4\pi N^*, \qquad (31)$$

则方程(30)化为

$$n\frac{d^2\zeta}{d\tau^2}=4\pi N^*\frac{d\langle\gamma\rangle}{d\tau}/\langle\gamma\rangle = A\sin(n\zeta+\varphi-n\Delta v\tau), \qquad (32)$$

其中 A 是无量纲的相干辐射振幅.由式(22),可将它表示为

$$A=\frac{2nl^*E}{Ze\beta_z}\gamma_\perp J_{n-1}(nx). \qquad (33)$$

注意到 $\gamma_\perp$ 是电子的无量纲横向能量,上式表明,要得到大的振幅或大的增益(后面将看到增益与 A^2 成正比),电子的横向振幅要大.一个可供选择的方案是考察电子在低晶面指数的轴沟道运动.令

$$\xi=n(\zeta-\Delta v\tau)+\pi, \qquad (34)$$

则方程(32)可化为标准的摆方程[15,16]

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2}+A\sin(\xi-\varphi)=0. \qquad (35)$$

4 增益方程

将方程(35)改写为

$$\frac{d\xi}{d\tau}=W,\frac{dW}{d\tau}=-A\sin(\xi+\varphi). \qquad (36)$$

利用摄动法将 ξ 和 W 表示为

$$\xi=\xi_0+\varepsilon\xi_1+\varepsilon^2\xi_2+\cdots, \qquad (37)$$

$$W=W_0+\varepsilon W_1+\varepsilon^2W_2+\cdots, \qquad (38)$$

其中 ε 是小参数.将式(37)和(38)代入方程(36),比较 ε 的同次幂系数,可得一级近似下的动量[17,18]

$$W_1=\frac{2A}{W_0}\left[\sin\left(\frac{W_0\tau+2\xi_0}{2}\right)\sin\frac{W_0\tau}{2}\right]. \qquad (39)$$

将 W_1 对初始状态平均,可知 $\langle W_1\rangle=0$.这表明在一级近似下,系统的动量增量平均值为零.为此,必须寻找系统的二级近似解.令 ε^2 的系数相等,并利用常微分方程知识,可求得方程(36)的二级近似解为

$$\xi_2=-\frac{A}{W_0}\left(\tau\cos\xi_0-\frac{1}{W_0}\sin(W_0\tau+\xi_0)+\frac{\sin\xi_0}{W_0}\right), \qquad (40)$$

$$W_2=\frac{A^2}{W_0^2}\left\{\frac{1}{4W_0}\cos2(W_0\tau+\xi_0)+\frac{\sin\xi_0}{W_0}\sin(W_0\tau+\xi_0)+\frac{\cos\xi_0}{W_0}\cos(W_0\tau+\xi_0)+\tau\cos\xi_0\sin(W_0\tau+\xi_0)-\frac{4+\cos2\xi_0}{4W_0}\right\}. \qquad (41)$$

完成对初始状态的平均,可求得系统的平均动量增量

$$\langle W-W_0\rangle=\langle W_2\rangle=\frac{A^2}{2W_0^3}\{W_0\tau\sin W_0\tau-2(1-\cos W_0\tau)\}, \qquad (42)$$

其中使用了 $\langle W_1\rangle=0$,假设电子的初始动量分布为 δ 型,则归一化的初始相空间分布可表示为[3]

$$\rho(\xi_0,W_0)=\frac{1}{2\pi}\delta(W_0-\langle W_0\rangle). \qquad (43)$$

考虑到系统增益定义为动量对初始状态的平均,即

$$G=\iint\rho(\xi_0,W_0)[W(\tau,\xi_0,W_0)-W_0]dW_0d\xi_0=\langle\Delta W\rangle=\langle W_2\rangle=A^2\frac{\partial}{\partial W_0}\left[\frac{\sin\frac{1}{2}W_0\tau}{W_0}\right]^2. \qquad (44)$$

这就是熟知的增益方程[15,16].

5 讨论

方程(35)和(44)是自由电子激光物理中的经典方程,这一结果表明,只要能够在晶体中形成稳定驻波,带电粒子沟道辐射就可以改造为相干辐射.注意到电子的轴沟道辐射同摆动器中自由电子的自发辐射非常相似,而辐射频率又位于X波段或γ波段,只要将沟道辐射改造为相干辐射,就可望获得X激光或γ激光.注意到束流品质越好获得相干光的可能性越大,如何提高束流品质也是一个很重要的因素,常用的方法是束流冷却[19—21].

参考文献(References)

1 Motz H. J. Appl., 1951, **22**: 527

2 Elias L R et al. Phys. Rev. Lett., 1976, **36**: 717

3 LUO S Y. Chin. Phys. (USA), 1984, **4**: 670

4 SHAO M Z. Acta Phys. Sin., 1992, **41**: 1825(in Chinese)
(邵明珠. 物理学报, 1992, **41**: 1825)

5 LUO S Y, SHAO M Z. Acta Phys. Sin., 2004, **53**: 1157(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 物理学报, 2004, **53**: 1157)

6 LUO S Y, SHAO M Z. Chin. J. of Semiconductors, 2003, **24**: 485(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 半导体学报, 2003, **24**: 485)

7 LUO S Y et al. Acta Phys. Sin., 1988, **37**: 1394 (in Chinese)
(罗诗裕等. 物理学报, 1988, **37**: 1394)

8 Korol A, Solovyov A V, Greiner W J. Phys. G., 1998, **24**: 145

9 Korol A, Solovyov A V, Greiner W. Int. J. Mod. Phys., 1999, **E8**:

49
10 ZHANG Q R, GAO C Y, YAO S D. Chin. Sci. Bull., 2001, **46**:651 (in Chinese)
(张启仁, 高春媛, 姚淑德. 科学通报, 2001, **46**: 651)
11 ZHANG Q R. Int. J. Mod. Phys., 1999, E**8**:493
12 LUO S Y, SHAO M Z. Acta Phys. Sin., 1988, **37**: 1278(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 物理学报, 1988, **37**: 1278)
13 LUO S Y, MA R K, SHAO M Z et al. Nucl. Phys. Rev., 2002, **19**: 407(in Chinese)
(罗诗裕, 马如康, 邵明珠等. 原子核物理评论, 2002, **19**: 407)
14 LUO S Y, SHAO M Z. Nucl. Phys. Rev., 2003, **20**:55(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 原子核物理评论, 2003, **20**: 55)
15 Colson W B, Ride S K. Phys. Quan. Electr., 1980, **7**:377
16 Madey J M J. J. de Physique, 1983, 44, Suppl.**2**:C1-169
17 Nayfeh A H. Introduction to Perturbation Technigues. John Wiley & Sons, 1981.245
18 LUO S Y, SHAO M Z. Chin. J. Semicond., 2003, **24**:513(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠. 半导体学报, 2003, **24**:513)
19 SHAO M Z, LUO S Y, Hofmann I. Acta Phys. Sin., 1990, **39**: 1189 (in Chinese)
(邵明珠, 罗诗裕, Hofmann I. 物理学报,1990, **39**:1189)
20 LUO S Y, SHAO M Z, HU X D. HEP & NP, 2004, **28**(1): 96(in Chinese)
(罗诗裕, 邵明珠, 胡西多. 高能物理与核物理,2004,**28**(1):96)
21 HU X D, SHAO M Z, LUO S Y. HEP & NP, 2004, **28**(2): 196(in Chinese)
(胡西多, 邵明珠, 罗诗裕. 高能物理与核物理,2004,**28**(2): 196)

Possibility of Reforming the Electron Axial Channeling Radiation as the γ-Laser

LUO Shi-Yu[1)]　SHAO Ming-Zhu
(Dongguan University of Technology, Guangdong Dongguan 523106, China)

Abstract In this paper the electron axial channeling radiation has been compared with a free electron laser (FEL), and the possibility of reforming this type of radiation as γ-laser has been discussed. Introducing equivalent magnetic field to describe electron's motion, the pendulum equation and energy gain of the electron longitudial motion have been obtained using interaction of the electron with the radiation field. It shows that the channeling radiation is very similar to FEL, if there exists standing wave field in the crystal.

Key words γ-laser, gain, pendulum equation, channeling radiation

Received 13 May 2004
1) E-mail: oul901@163.com