

O 同位素的相对论平均场计算中对能隙参数的研究*

丁斌刚^{1,2;1)} 鲁定辉¹

1 (浙江大学近代物理中心 杭州 310027)

2 (浙江湖州师范学院理学院 湖州 313000)

摘要 在相对论平均场理论框架下,研究了各种对能隙参数对 O 同位素偶偶核的适用性. 通过对原子核结合能和四极形变的系统计算表明,在 O 同位素区域,对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p 均可取为 0.5, 这样既简化了计算,又可得到比较满意的结果.

关键词 相对论平均场 对能隙参数 O 同位素

1 引言

原子核奇-偶质量差及偶偶核基态自旋宇称为 O^+ 等性质,促使人们认识到核子除了受平均场作用外,核子间还存在很强的对关联作用^[1, 2]. 而描述对关联强度的一个重要物理量,对能隙参数 Δ , 一般定义为 $\Delta = G \sum u_i v_i$, 其中 G 为对力强度, u_i 和 v_i 为 BCS 理论中试探波函数的 2 个实系数. Bohr A 和 Mottelson BR 根据对力产生原子核奇-偶质量差的基本要求,于 1969 年提出了下列公式^[3].

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \frac{1}{4} [B(Z, N-2) - 3B(Z, N-1) + \\ &\quad 3B(Z, N) - B(Z, N+1)], \\ \Delta_p &= \frac{1}{4} [B(Z-2, N) - 3B(Z-1, N) + \\ &\quad 3B(Z, N) - B(Z+1, N)], \end{aligned} \quad (1)$$

其中 B 为原子核的总结合能,由实验数据确定. 另外,文献[4, 5]也提到过类似的计算公式(俗称三点和五点公式). 但公式(1)计算的对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p , 并不直接代表对关联能量,而是准粒子能量,原子核的表面能、库仑能以及对称能的差异也没有被考虑^[6].

如果没有结合能的实验数据,对力一般可由经验公式给出,如 Moller P 等提出的公式^[7]

$$\Delta_n(\Delta_p) = 4.8/N(Z)^{\frac{1}{3}}, \quad (2)$$

$$\Delta_n(\Delta_p) = 11.2/\sqrt{A}. \quad (3)$$

Vogel P 等在 1984 年以及 Madland DG 等在 1988 年则考虑了同位旋对称性,给出了改进的对能隙计算公式^[6, 8]

$$\Delta_n = \Delta_p = \frac{7.2 - 4.4[(N-Z)/A]^2}{A^{\frac{1}{3}}}, \quad (4)$$

和

$$\begin{aligned} \Delta_n &= \frac{r}{N^{\frac{1}{3}}} \exp(-SI - tI^2), \\ \Delta_p &= \frac{r}{Z^{\frac{1}{3}}} \exp(SI - tI^2), \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中的 $I = (N-Z)/A$. 但是,公式(4)的适用性仅是通过了 $50 < Z < 82$ 和 $82 < N < 126$ 区域的检验;而公式(5)适用的范围,是 $A > 16$. 另外,国内也有作者将偶偶核的 $\Delta_n(\Delta_p)$ 取为 $\frac{12}{\sqrt{A}}$, 而奇 A 核则减半^[9]的办法.

相对论平均场理论(RMF)^[10, 11]考虑了介子自由度,用介子场的交换代替了 Hatree-Fock 理论中的有效二体相互作用. 如果是严格的相对论多体理论,它应当自动考虑了对关联效应,但由于多种原因,忽略了高阶过程,且对介子场作平均场近似处理,所以对关联必须另外加入. 在实际计算中,对能隙参数 $\Delta_n(\Delta_p)$ 的取值大小,对运算结果有明显的影 响. 所以,对不同的核,或者对不同的质量区域,对能隙参数的最佳值应取多少? 对远离 β 稳定线的区域,对能隙参数是否仍能沿用原来的值,是一个值得深入研究的问题.

2005 - 04 - 20 收稿

* 国家自然科学基金(10475026, 10235030, 10175052)资助

1) E-mail: dingbingang@163.com

2 计算结果和分析

2.1 理论模型

本文用轴对称形变的相对论平均场理论研究了 O 同位素链偶偶核(从 $A = 12$ 一直延续到 $A = 28$), 即从丰质子滴线变化到丰中子滴线的一系列核素的性质. 一方面, 是 RMF 理论对较轻核素的适用性作一个细致的检验; 另外, 也是对能隙参数 Δ 是否应作适当调节的一个很好检验. 有关的相对论平均场理论的详细论述, 请参考有关文献 [12—18], 本文只给出主要公式.

采用的拉氏密度为

$$\begin{aligned}
 L = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2 - \\
 & \frac{1}{3!}g_2 \sigma^3 - \frac{1}{4!}g_3 \sigma^4 - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu - \\
 & \frac{1}{4}\mathbf{R}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{R}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{4}F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \\
 & g_\sigma \bar{\psi} \psi \sigma - g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \omega_\mu \psi - g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu \psi - \\
 & e \bar{\psi} \gamma^\mu A_\mu \frac{1+\tau_3}{2} \psi, \tag{6}
 \end{aligned}$$

其中 ψ 和 M 代表核子场和其质量, 介子场分别为 σ , ω 和 $\boldsymbol{\rho}$, 相应的质量和与核子耦合常数分别是 m_σ , m_ω , m_ρ 和 g_σ , g_ω , g_ρ , A^μ 代表光子场. 而 g_2 和 g_3 是 σ 介子的自相互作用非线性耦合常数, $\boldsymbol{\tau}$ 是同位旋泡利算符, τ_3 是其第 3 分量. 拉氏密度中的矢量介子场张量 $\Omega^{\mu\nu}$, $\mathbf{R}^{\mu\nu}$ 和电磁场张量 $F^{\mu\nu}$ 取如下形式:

$$\begin{aligned}
 \Omega^{\mu\nu} &= \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu, \\
 \mathbf{R}^{\mu\nu} &= \partial^\mu \boldsymbol{\rho}^\nu - \partial^\nu \boldsymbol{\rho}^\mu, \\
 F^{\mu\nu} &= \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu. \tag{7}
 \end{aligned}$$

在 RMF 计算中, 假定原子核有轴对称形变, 对场方程的求解在柱坐标系中采用谐振子基展开的方法. 计算中对费米子波函数选用 12 个谐振子壳层, 对玻

色子波函数则选用 20 个谐振子壳层. 谐振子参数取为 $b_0 = 41A^{1/3}$. 由于 O 同位素形变的实验值都是正的^[19], 故初始的形变参数取为 $\beta = 0.1$ (经过验算, 取 $0 < \beta < 0.2$, 对结合能计算结果的影响十分小, 最多在 1keV).

2.2 用公式(1)得到的 $\Delta_n(\Delta_p)$ 进行运算

为了使运算结果更加可靠, 分别用 NL-3^[20], NL-2^[21], NL-SH^[22], NL-RA1^[12] 4 组参数对 O 同位素偶偶核进行了运算, 给出的结合能与核子数的关系见图 1. 可以看出, NL-2 参数偏离实验值最大, 而其他 3 组参数给出的结合能大致相同. 为了下面叙述的简明, 选较新的一组 NL-3 参数的运算结果作为主要对象. 从图 1 知, 按 NL-3 参数计算的结合能理论值均小于实验值, 特别是在丰质(中)子核区域. 具体的数据见表 1. 分析后认为结合能理论值偏小的主要原因是按公式(1)计算的对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p 过大, 需要修正. 表 2 给出对每个核在运算开始时所输入的 Δ_n 和 Δ_p 值. 从表 2 可见, Δ_n 和 Δ_p 值最大的达到 4.660, 最小的也有 1.879, 远大于对关联引起的对能隙^[6]. 用公式(2), (3), (4), (5)对每个 O 同位素偶偶核计算了对能隙, 由于 O 同位素的核子数 A 较小, 对应结果也偏大.

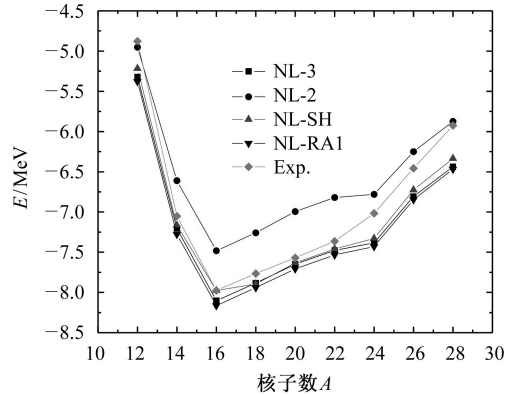


图 1 NL-3, NL-2, NL-SH, NL-RA1 4 组参数对相应的 O 同位素结合能

表 1 用 NL-3 参数组计算的结合能理论值和实验值的比较

	12O	14O	16O	18O	20O	22O	24O	26O	28O
E_{th}	-5.322	-7.205	-8.102	-7.883	-7.648	-7.477	-7.383	-6.808	-6.437
E_{xep}	-4.879	-7.052	-7.976	-7.767	-7.569	-7.365	-7.016	-6.457	-5.925
$\Delta E = E_{exp} - E_{th}$	0.443	0.153	0.126	0.116	0.079	0.112	0.367	0.351	0.512

注: 表 1 和公式(1)中用到的结合能的实验数据均来自文献[23].

表 2 用 RMF 计算 O 同位素偶偶核时按公式(1)所取的对能隙参数

	12O	14O	16O	18O	20O	22O	24O	26O	28O
Δ_n	3.233*	3.961	3.49	2.000	1.879	2.430	4.660	2.197*	2.117*
Δ_p	3.233*	2.194	3.326	2.745	2.820	3.805	2.815	2.197*	2.117*

注: 由于没有结合能的实验数据, 打*号的数据为用公式(3)计算所得.

2.3 新的对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p 值的确定

从以上讨论可知, 对于 O 同位素链等较轻的核素, 至今还没有一个适用的对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p 的确定方法. 我们只能通过结合能的理论计算值和实验值比较的方法, 来确定 Δ_n 和 Δ_p . 由于涉及两个变量, 先仔细计算幻核 ^{16}O 的结合能和四极形变系数 β_2 . 因为 ^{16}O 的质子数和中子数相同, 为了简化计算, 先取 $\Delta_n = \Delta_p$, 然后让 $\Delta_n(\Delta_p)$ 从 0 变化到 4, 结果如图 2 所示. 图 2(a) 显示, $\Delta_n(\Delta_p)$ 在 0—1 区间内变化时, 结合能之差和 β_2 变化均不大, 结合能差最小时所对应的对能隙约在 $\Delta_n(\Delta_p) = 0.5$ 处, 而 $\Delta_n(\Delta_p)$ 超过 1 以后, 结合能差随 $\Delta_n(\Delta_p)$ 的增加明显地增大. 而图 2(b) 表明, 若认为 ^{16}O 是双幻核, 其四极形变参数 β_2 应接近于零, 则取 $\Delta_n(\Delta_p) = 0.5$ 也是可接受的.

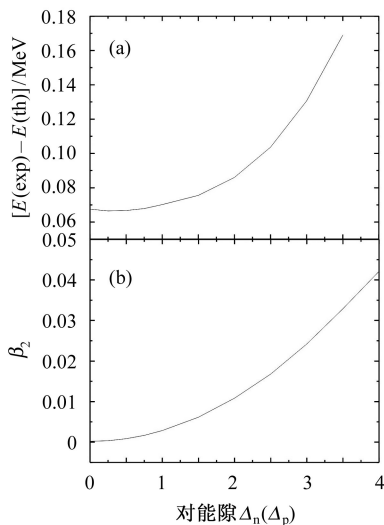


图 2 (a) ^{16}O 的结合能实验值和理论值之差; (b) β_2 随 $\Delta_n(\Delta_p)$ 的变化关系

还对其他的 O 同位素偶偶核进行了计算, 发现也有类似的情况. 图 3 给出了典型的 ^{12}O , ^{22}O , ^{28}O 3 个核的对能隙参数 Δ_n 和结合能计算结果的关系(因质子数不变, 故仍先取 $\Delta_p = 0.5$). 与图 2 比较可以看出, ^{12}O , ^{16}O , ^{22}O , ^{28}O 4 个核的结合能计算结果与对能隙参数 Δ_n 和 Δ_p 都有相似的依赖关系:

- (1) Δ_n 和 Δ_p 越大, 结合能计算结果偏离实验值越大;
- (2) Δ_n 和 Δ_p 为零时, 结合能计算值并不一定最小, 而是接近最小;
- (3) 在 Δ_n 和 Δ_p 小于 1 范围内, 结合能的计算值随 Δ_n 和 Δ_p 的变化不显著;
- (4) 在固定 Δ_n 为 0.5 的条件下, 改变 Δ_p 从 0.5 到 1

或从 0.5 到 0, 其结合能的计算值几乎不变.

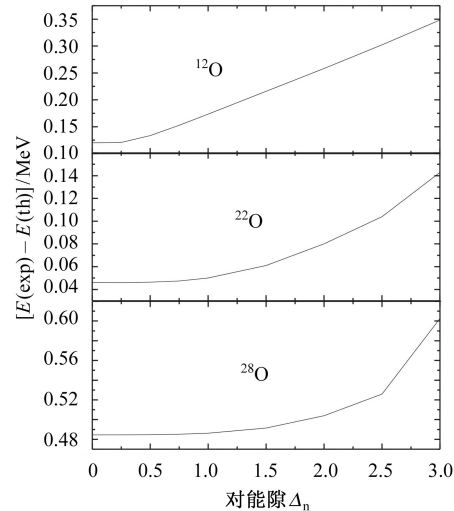


图 3 ^{12}O , ^{22}O , ^{28}O 3 个核的结合能实验值和理论值之差随对能隙 Δ_n 的变化

根据上述分析, 可以推断: 由公式(1)计算出的对能隙参数 $\Delta_n(\Delta_p)$ 在 O 同位素区域是不适用的; 文献中每个计算 $\Delta_n(\Delta_p)$ 的公式, 应该都只能在一定的质量区域内适用; 用 RMF 计算 O 同位素偶偶核的结合能时, Δ_n 和 Δ_p 均可简单地取为 0.5, 这和最佳的 Δ_n 和 Δ_p 取值所得到的结果, 不会超过 0.02 MeV.

图 4 给出了在 NL-3 参数下 Δ_n 和 Δ_p 均取 0.5 时的结合能实验值和计算值之差(用 ΔE_2 表示). 作为对比, 也将表 1 中的结合能实验值和计算值之差一并给出(用 ΔE_1 表示). 很显然, 和图 1 比较, Δ_n 和 Δ_p 减小后, 结合能差值也随之减小, 更接近实验值; 在 O 同位素丰中子滴线区, 理论值和计算值偏离仍然较大, 不如 NL-2 参数给出的数据好. 这是因为 RMF 理论本质上仍是一种唯象理论, 其各套相互作用参数仍是通过拟合部分实验数据得到的, 所以各有其最佳的适用区域.

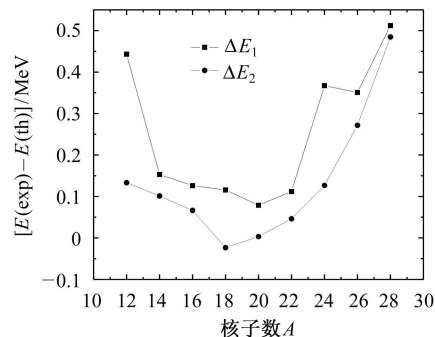


图 4 在不同能隙取法下, O 同位素结合能的实验值和理论值之差

3 结论

通过对 O 同位素链的计算和分析表明, 尽管 RMF 理论在处理核物质, 特别是有限核基态问题上已取得很大的成功, 能用一组相互作用参数拟合大量核数据, 从而给出比较可信的物理预言. 但作为一种唯象理论, 其相互作用强度只能通过拟合部分实验值得到,

不同的拟合方法, 会得到不同的参数, 都会有一定的适用范围. 利用包含对关联的 RMF 理论进行计算时, 特别是滴线附近核性质的研究中, 对能隙参数 $\Delta_n(\Delta_p)$ 的取值, 仍是一个值得深入研究的问题. 它既和核素所处的区域有关, 也和所用的介子-核子耦合参数有关. 对于 O 同位素区域, 传统的计算对能隙的公式已不再适用, 我们推荐对能隙参数 $\Delta_n(\Delta_p)$ 应取为 0.5.

参考文献(References)

- 1 Bohr A, Mottelson B R, Pines D. Phys. Rev., 1958, **110**: 936
- 2 Ogle W et al. Rev. Mod. Phys., 1971, **43**: 424
- 3 Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure Vol.1, Benjamin, New York, 1969. 169
- 4 ZENG Jin-Yan, SUN Hong-Zhou. Structure of the Atomic Nuclei. Shanghai: Science and Technique Press of Shanghai, 1987. 251—267 (in Chinese)
(曾谨言, 孙洪洲. 原子核结构理论. 上海: 上海科技出版社, 1987. 251—267)
- 5 WU Ji-Min, YANG Bo-Jun, ZHENG Chun-Kai. Nuclear Theory. Beijing: Atomic Energy Press, 1987. 65—77 (in Chinese)
(胡济民, 杨伯君, 郑春开. 原子核理论. 北京: 原子能出版社, 1987. 65—77)
- 6 Vogel P, Jonson B, Hansen P G. Phys. Lett., 1984, **B139**: 227
- 7 Moller P, Nix J R. Nucl. Phys., 1990, **A536**: 20
- 8 Madland D G, Nix J R. Nucl. Phys., 1988, **A476**: 1
- 9 MENG Jie, ZHANG Wei, ZHANG Huan-Qiao. Nuclear Physics Review, 2003, **20**: 13(in Chinese)
(孟杰, 张炜, 张焕乔. 原子核物理评论, 2003, **20**: 13)
- 10 Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann. Phys., 1990, **198**: 132
- 11 Horowitz C J. Nucl. Phys., 1981, **368**: 503
- 12 Ring P, Gambhir Y K, Lalazissis G A. Comp. Phys. Commun., 1997, **105**: 77
- 13 LONG Wen-Hui, MENG Jie, ZHOU Shan-Gui. HEP & NP, 2002, **26**: 823(in Chinese)
(龙文辉, 孟杰, 周善贵. 高能物理和核物理, 2002, **26**: 823)
- 14 TAI Fei, CHEN Ding-Han, REN Zhong-Zhou. Nuclear Physics Review, 2003, **20**: 154(in Chinese)
(邵非, 陈鼎汉, 任中洲. 原子核物理评论, 2003, **20**: 154)
- 15 REN Zhong-Zhou, Mitting W, CHEN Bao-Qiu. Phys. Rev., 1995, **C52**: R20
- 16 MENG J, Ring P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 260
- 17 ZHONG Xian-Hui, LI Lei, ZHANG Xiao-Bing et al. HEP & NP, 2003, **27**: 598(in Chinese)
(钟显辉, 李磊, 张小兵等. 高能物理和核物理, 2003, **27**: 598)
- 18 CHEN Ding-Han, TAI Fei, REN Zhong-Zhou. HEP & NP, 2003, **27**: 70(in Chinese)
(陈鼎汉, 邵非, 任中洲. 高能物理和核物理, 2003, **27**: 70)
- 19 Moller P et al. At. Data Nucl. Data Tables, 1995, **59**: 185
- 20 Lalazissis G A, Konig J, Ring P. Phys. Rev., 1997, **C55**: 540
- 21 Lee Suk-Joon, Fink J, Balantekin A B et al. Phys. Rev. Lett., 1986, **57**: 2916
- 22 Sharman M M, Nagaranjan A M, Ring P. Phys. Lett., 1993, **B312**: 377
- 23 Audi G, Wapstra A H, Thibault C. Nucl. Phys., 2003, **A729**: 337

Study on Pairing Energy Gap Parameter for O-isotopes in Relativistic Mean Field Theory*

DING Bin-Gang^{1,2;1)} LU Ding-Hui¹

¹ (Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

² (College of Science, Huzhou Teacher College, Huzhou 313000, China)

Abstract In the framework of RMF theory, we study gap parameters for the pairing energy in the chain of O-isotopes. By examining the binding energies and the quadrupole deformations of nuclei, we find that the gap parameters, Δ_n and Δ_p , can simply be fixed to a value of 0.5 in this mass range, in accordance with satisfactory descriptions.

Key words relativistic mean field theory, pairing energy gap parameters, O-isotopes

Received 20 April 2005

*Supported by NSFC (10475026, 10235030, 10175052)

1) E-mail: dingbingang@163.com