

# 相对论平均场理论框架下对关联的类壳 模型方法(SLAP)处理\*

孟杰<sup>1,2,3;1)</sup> 张双全<sup>1</sup> 郭建友<sup>1,4</sup>

1 (北京大学物理学院 北京 100871)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3 (中国科学院理论物理研究所 北京 100080)

4 (安徽大学物理系 合肥 230039)

**摘要** 在相对论平均场(RMF)框架下,利用类壳模型方法(SLAP)处理对关联,采用 TMA 对 Ne 同位素链进行了研究.计算结果与实验数据和其它理论进行了比较.结果表明,RMF+SLAP 方法可以给出原子核的基态和低激发态结合能,半径,形变等性质,并能自洽地处理堵塞效应,给出单粒子能级占据.

**关键词** 相对论平均场理论 对关联 类壳模型方法(SLAP)

## 1 引言

相对论平均场(RMF)理论是迄今为止原子核物理中最成功的微观模型之一,得到了越来越广泛的关注<sup>[1]</sup>.它不仅能够很好地描述稳定核<sup>[1]</sup>与奇特核<sup>[2,3]</sup>的结合能,密度分布,形变等基态性质,而且可以更好地描述核物质的饱和性质,自然地给出自旋-轨道势,赝自旋对称性的起源<sup>[4,5]</sup>以及反核子谱中的自旋对称性<sup>[6]</sup>等.

对关联在核物理中扮演重要的角色.它是诸如原子核质量及丰度,低激发能谱,转动惯量等许多物理量表现出奇偶差异的本质因素,是原子核在高角动量,高同位旋情况下出现奇异现象(如回弯现象,晕核,幻数的消失和新幻数等)的主要原因.如何更合理地处理对关联成为核物理理论研究的重要课题.处理对关联的普遍方法是BCS近似或Bogoliubov变换.对于稳定核,BCS近似是简单有效的,但对于奇特核,它会导致连续区中非物理态的占据.需要首先挑选出连续区中的共振态(如RMF+rBCS方法<sup>[7]</sup>)或采用Bogoliubov变换(如RCHB理论<sup>[2,8]</sup>)来进一步处理.除此之外,对于原子核这样的有限费米子系统,BCS方

法和Bogoliubov变换还存在着其它的严重缺陷,如粒子数不守恒,Pauli堵塞效应的近似处理,假态问题等<sup>[9]</sup>.

粒子数守恒方法<sup>[9]</sup>可以避免BCS和Bogoliubov方法所遇到的困难,它通过在合理的多粒子组态空间下直接对角化对力哈密顿量来处理对关联.与通常壳模型计算中采用单粒子能级截断不同的是,在计算中它需要采用组态能量截断的概念,可称之为类壳模型方法(Shell-model-Like Approach, SLAP).关于多粒子组态空间中组态能量截断的有效性以及与单粒子能级截断的比较可参考文献[10].SLAP方法不仅保证了粒子数守恒,而且自动地考虑了堵塞效应,在同等级上处理奇核子和偶核子系统,对于低激发能谱也可以方便的获得.结合Nilsson模型或基于形变Woods-Saxon单粒子势,采用SLAP方法处理对关联已经得到了广泛应用<sup>[11-14]</sup>.

结合两者的优点,在RMF理论框架下采用SLAP处理对关联的方法必将有广阔的应用前景.这方面的工作现在才刚刚开展<sup>[15]</sup>.本文将简要介绍该方法的基本框架,并以Ne同位素为例,列出相关的计算结果,及与实验数据和其它理论比较.

\* 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077407)和国家自然科学基金(10025522, 10221003,10047001,10475001)资助

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn

## 2 理论框架

相对论平均场理论的出发点是包含了核子场、介子场和光子场及其相互作用的有效拉氏量密度:

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu - g_\rho \gamma^\mu \tau \rho_\mu - e\gamma^\mu \frac{1-\tau_3}{2} A_\mu)\psi + \frac{1}{2} \partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 - \frac{1}{3} g_3 \sigma^4 - \frac{1}{4} \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + \frac{1}{4} c_3 (\omega^\mu \omega_\mu)^2 - \frac{1}{4} \rho^{\mu\nu} \rho_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho^\mu \rho_\mu - \frac{1}{4} A^{\mu\nu} A_{\mu\nu}, \quad (1)$$

这里把核子看成是在  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  介子和光子产生的势场中运动的Dirac粒子. 通过变分, 得到核子运动的Dirac方程以及描述介子和光子的Klein-Gordon方程. 取无海近似和平均场近似后, 进行自洽迭代求解, 可以得到单核子的波函数和能量.

采用类壳模型方法处理对关联, 即将包含对力的哈密顿量在多粒子组态(MPC)空间中展开. 其哈密顿量表为

$$H = H_{s.p.} + H_{pair} = \sum_\nu \varepsilon_\nu a_\nu^\dagger a_\nu + G \sum_{\mu, \nu > 0}^{\mu \neq \nu} a_\mu^\dagger a_\mu^\dagger a_\nu a_\nu. \quad (2)$$

其中,  $\nu$  标记由上面RMF得到的单粒子能级,  $\bar{\nu}$  是  $\nu$  的时间反演态,  $G$  是平均对力强度. MPC空间可根据核子(质子或中子)的配对行为来构造. 对于一个偶核子系统 ( $N = 2n$ ), 组态的构造如下:

(a) 完全配对组态:

$$\phi_i^n = |\rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_n \bar{\rho}_n\rangle = a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_n}^\dagger a_{\bar{\rho}_n}^\dagger |0\rangle,$$

(b) 一对粒子拆散组态:

$$\phi_j^{n-1} = |\mu \bar{\nu} \rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle = a_\mu^\dagger a_{\bar{\nu}}^\dagger a_{\rho_1}^\dagger a_{\bar{\rho}_1}^\dagger \cdots a_{\rho_{n-1}}^\dagger a_{\bar{\rho}_{n-1}}^\dagger |0\rangle,$$

等. 对于奇核子系统, 组态构造会自动考虑奇核子的堵塞. 在实际计算中, 引入组态能量截断的概念, 即只考虑能量  $E$  小于截断能量  $E_c$  的组态. 对于基态和低激发态, 只需选取足够大的  $E_c$  将成分大于0.1%的组态考虑进来, 结果就相当精确了<sup>[9]</sup>.

原子核的波函数可以按组态展开为

$$\psi^\beta = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_n} V_{\rho_1, \dots, \rho_n}^\beta |\rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_n \bar{\rho}_n\rangle + \sum_{\mu, \nu} \sum_{\rho_1, \dots, \rho_{n-1}} V_{\mu\nu\rho_1, \dots, \rho_{n-1}}^\beta |\mu\nu\rho_1 \bar{\rho}_1 \cdots \rho_{n-1} \bar{\rho}_{n-1}\rangle + \cdots$$

其中  $\beta = 0, 1, 2, \dots$  标记系统的激发态,  $\beta = 0$  对应系统的基态. 通过在MPC空间中对角化哈密顿量(2), 可以得到相应的展开系数. 对于某一激发态  $\beta$ , 第  $i$  能级的占据几率由不加对力时的1或0变为

$$n_i^\beta = \sum_{\rho_1, \dots, \rho_{n-1}} |V_{\rho_1, \dots, \rho_{n-1}, i}^\beta|^2 + \sum_{\mu, \nu} \sum_{\rho_1, \dots, \rho_{n-2}} |V_{\mu\nu\rho_1, \dots, \rho_{n-2}, i}^\beta|^2 + \cdots.$$

能级占据几率的变化将引起平均场的变化, 而平均场的变化又反过来决定单粒子能级的排布. 在具体数值计算中, 将占据几率引入迭代计算, 直到结果收敛到给定的精度, 给出体系的波函数和总能量. 其中, 系统的总能量包含对能部分的贡献  $E_{pair} = \langle \psi^\beta | H_{pair} | \psi^\beta \rangle$ . 关于理论的具体细节可参考文献[15].

## 3 计算结果与讨论

本文在计算中采用TMA<sup>[16]</sup>以便于与文献[7]比较, 其所得结果与采用PK1<sup>[17]</sup>相仿. 谐振子频率取为  $\hbar\omega_0 = 41A^{-1/3}$  MeV, 费米子和玻色子场展开的谐振子基主壳数  $n_{of(b)}$  均取为14. 对力强度取  $G = C/A$  的形式. 截断能量  $E_c = 40$  MeV, 相应选取  $C = 10$  MeV以再现  $^{24-26}\text{Ne}$  奇偶质量差的实验值.

在RMF框架下采用SLAP方法处理对关联可以有效地得到原子核基态性质, 比如结合能、半径、密度分布、形变等. 表1 列出了对于  $^{24,25}\text{Ne}$  的计算结果, 还有相应实验数据以及轴对称RMF和RMF+rBCS理论<sup>[7]</sup>计算的结果. 可以看到, RMF理论可以很好地再现实验结合能, 而RMF+SLAP与RMF+rBCS方法是在此基础上小的改变, 并与实验值更好地符合. 对于整个同位素链的计算表明, RMF+SLAP方法能够很好地再现结合能奇偶差.

表 1 RMF+SLAP方法计算的  $^{24}\text{Ne}$  和  $^{25}\text{Ne}$  基态性质. 采用TMA相互作用

$^{24}\text{Ne}$	B/MeV	半径 $R_m$ /fm	形变 $\beta$
EXP	191.836		-0.45
RMF	191.135	2.950	-0.260
RMF+rBCS	191.392	2.882	-0.222
RMF+SLAP	191.861	2.956	-0.257
$^{25}\text{Ne}$	B/MeV	半径 $R_m$ /fm	形变 $\beta$
EXP	196.020		
RMF	195.496	3.029	0.282
RMF+rBCS	195.991	2.949	-0.088
RMF+SLAP	196.154	3.035	0.280

图 1 给出了由RMF+SLAP方法得到的  $^{24}\text{Ne}$  和  $^{25}\text{Ne}$  基态的中子单粒子能级及相应的占据几率。可

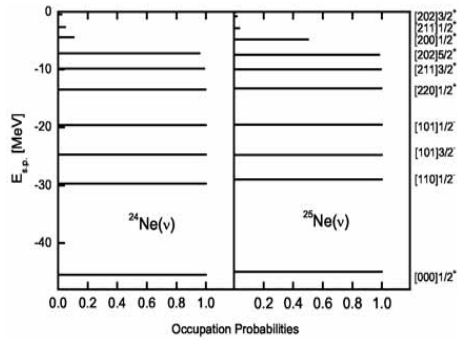


图 1 RMF+SLAP方法得到的  $^{24}\text{Ne}$  和  $^{25}\text{Ne}$  基态的中子单粒子能级及相应的占据几率采用TMA相互作用。

以看到, 对于Fermi面附近的能级, 占据几率已不再是0或1. 对于奇  $A$  核  $^{25}\text{Ne}$ , 由于奇中子所在轨道  $1/2^+$  [200]带来的堵塞效应, Fermi面以上的几条能级的占据几率与  $^{24}\text{Ne}$  相比反而有所减少. 利用RMF+SLAP方法还可以更好地描述核低激发谱性质, 详见文献[15].

## 4 结论

本文在相对论平均场框架下, 采用SLAP方法处理对关联, 结果显示它可以很好地描述核的基态性质, 并能够自然地考虑堵塞效应, 给出了适当的单粒子能级占据. 另外RMF+SLAP方法还适合描述核的低激发谱, 有着广阔的应用前景.

## 参考文献(References)

- 1 Ring P. Prog. Part. Nucl. Phys., 1996, **37**: 193
- 2 MENG Jie, RING P. Phys. Rev. Lett., 1996, **77**: 3963
- 3 MENG Jie, RING P. Phys. Rev. Lett., 1998, **80**: 460
- 4 Ginocchio J N. Phys. Rev. Lett., 1997, **78**: 436
- 5 MENG Jie et al. Phys. Rev., 1998, **C58**:R628; ibid. 1999, **C59**: 154
- 6 ZHOU S G, MENG J, RING P. Phys. Rev. Lett., 2003, **91**: 262501
- 7 GENG L S et al. Nucl. Phys., 2004, **A730**: 80
- 8 MENG Jie. Nucl. Phys., 1998, **A635**:3
- 9 ZENG J Y, CHENG T S. Nucl. Phys., 1983, **A405**: 1
- 10 WU C S, ZENG J Y. Phys. Rev., 1989, **C39**: 666
- 11 WU C S, ZENG J Y. Phys. Rev., Lett. 1991, **66**: 1022
- 12 ZENG J Y et al. Phys. Rev., 1994, **C50**: 1388
- 13 ZENG J Y et al. Phys. Rev., 2002, **C65**: 044307
- 14 Molique H, Dudek J. Phys. Rev., 1997, **C56**:1795
- 15 GUO J Y et al. to be published. See also: nucl-th/0407059
- 16 Sugahara Y, Toki H. Nucl. Phys., 1994, **A579**: 557
- 17 LONG W H et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: 034319

## SLAP for Pairing in the Relativistic Mean Field Theory\*

MENG Jie<sup>1,2,3;1)</sup> ZHANG Shuang-Quan<sup>1</sup> GUO Jian-You<sup>1,4</sup>

1 (School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

3 (Institute of Theoretical Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

4 (Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract** A Shell-model-Like Approach (SLAP) is suggested for the pairing correlations within the relativistic mean field (RMF) theory. With the TMA interaction, the ground state properties and low-lying excited states for Ne isotopes are obtained and compared with the data available and BCS approximation. With SLAP for pairing, the blocking effect of odd nucleon can be treated consistently.

**Key words** pairing correlations, relativistic mean field theory, shell-model-like approach(SLAP)

\* Supported by Major State Basic Research Development Program(G2000077407) and National Natural Science Foundation of China(10025522, 10221003, 10047001, 10475001)

1) E-mail: mengj@pku.edu.cn