

# BEPC 同步辐射专用模式横向耦合测量及补偿

罗云<sup>1)</sup> 黄楠 温雪梅

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 对北京正负电子对撞机(BEPC)同步辐射专用模式下的横向二阶差共振耦合做了研究。应用二阶差共振微扰理论,首先测量了 BEPC 同步辐射专用模式的耦合系数,然后通过数值分析和程序模拟找出耦合来源,最后通过引入斜四极子,成功地对横向耦合进行了补偿。

**关键词** 二阶差共振耦合 耦合系数 耦合补偿

## 1 引言

北京正负电子对撞机(BEPC)作为一机两用,每年大约有两、三个月的时间为同步辐射专用模式运行,为来自全国各地的同步光用户提供高亮度、高稳定性的同步辐射光。对于同样的光通量,束团的横向截面面积越小,或束团的横向发射度越小,光源的亮度就越高;BEPC 环属于水平弯转,现在的横向工作点接近二阶差共振线,在垂直色散可以忽略的情况下,束团的垂直发射度主要来自横向二阶差共振耦合。垂直发射度  $\epsilon_v$  和水平发射度  $\epsilon_h$  之比为  $g$ (有些文献称之为发射度耦合,或简称耦合),根据二阶差共振微扰理论<sup>[1]</sup>,

$$g = \frac{|C^-|^2}{|C^-|^2 + 2\Delta^2}, \quad (1)$$

其中  $C^-$  是二阶差共振耦合系数,  $\Delta$  是没有耦合扰动时横向工作点到二阶差共振线的距离。

在水平弯转电子储存环中存在着不同的耦合源。比如,一个聚焦强度为  $k_1$  的正四极聚焦磁铁,如果存在一个以束流管道中心为转动轴的转角  $\Delta\theta$ ,引入的斜四极场分量  $k_x$  为  $k_1 \cdot \Delta\theta$ ;强度为  $k_2$  的正六极磁铁,如果相对于束流轨道中心轴有垂直方向的准直误差  $\Delta y$ ,引入的斜四极场分量为  $k_2 \cdot \Delta y$ ;同样,对运行中的电子储存环,如果在正六极磁铁处有相对磁铁中心轴的垂直方向束流闭轨  $\Delta y$ ,引入斜四极场分量为  $-k_2 \cdot \Delta y$ 。二阶差共振耦合不仅引入垂直方

向发射度,而且对 Lattice 参数也有扰动,所以在国外许多的同步辐射光源中,都有意安放了必要的斜四极磁铁组,以求对环耦合进行必要的补偿和控制,本文工作正是基于 BEPC 同步辐射专用模式,在这方面所作的尝试。

## 2 耦合系数及其测量

当电子储存环中存在斜四极场分量  $k_z$  时,电子的横向运动方程为

$$\begin{cases} x'' + k_x(s)x = -k_z(s)y \\ y'' + k_y(s)y = -k_z(s)x \end{cases}, \quad (2)$$

根据二阶差共振耦合微扰理论,在存在斜四极场分量时,电子运动的水平和垂直方向发生了耦合,水平方向不再像没有耦合时只有一个振荡频率,此时的水平方向运动实际上是两个本征模运动的合成,垂直方向亦然。定义线性二阶差共振耦合系数  $C^-$ <sup>[1]</sup>,

$$C^- = \frac{1}{2\pi} \int_0^L \sqrt{\beta_x(s)\beta_y(s)} \cdot k_z(s) \cdot e^{i[\varphi_x(s) - \varphi_y(s) - (Q_{x,0} - Q_{y,0} - p) \cdot 2\pi s/L]} \cdot ds, \quad (3)$$

其中  $\beta_x(s), \beta_y(s), \varphi_x(s), \varphi_y(s), Q_{x,0}, Q_{y,0}$  是没有耦合扰动时的横向包络函数、相移和工作点,  $p$  是最接近  $(Q_{x,0} - Q_{y,0})$  的整数。该积分沿储存环一周,本文以 BEPC 南对称点为积分起点。值得注意的是,耦合系数  $C^-$  一般是复数,以下简称线性二阶差耦合系数为耦合系数。

2002-05-30 收稿

1) E-mail: luoy@mail.ihep.ac.cn

根据微扰理论,两个本征模在一个束流回旋周期的振荡波数,或本征模工作点为<sup>[1]</sup>

$$\nu_{1,2} = Q_{x,y,0} \mp \frac{\Delta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + |C^-|^2}, \quad (4)$$

式中  $\Delta = (Q_{x,0} - Q_{y,0} - p)$ , 是没有耦合扰动时横向工作点距二阶差共振线的距离。当  $\Delta = 0$  时, 即达到差共振, 两个本征模工作点小数部分的分离量达到最小, 耦合系数达到最大,  $|\nu_1 - \nu_2 - p| = |C^-|$ 。当  $\Delta \neq 0$  时, 两个本征模工作点小数部分的分离量为

$$|\nu_1 - \nu_2 - p| = \sqrt{\Delta^2 + |C^-|^2}, \quad (5)$$

特别是, 当远离差共振线时, 两个本征模工作点和没有耦合扰动时的横向工作点基本一致。

对于现在的 BEPC 同步辐射运行模式, 不计入 3W1 和 4W1 两个 Wiggler 时, 理论横向工作点小数部分为 0.72/0.752, 而实际运行中, 加上 3W1 和 4W1 后, 本征模工作点小数部分为 0.751/0.764, 非常接近二阶差共振线, 属于二阶差共振耦合微扰理论应用范畴。图 1 是 BEPC 同步辐射模式运行 2002 年 5 月 21 日夜班, 加上 3W1 和 4W1 后, 调变四极磁铁 Q16 电源电流, 改变距二阶差共振线的距离, 实验扫描出来的本征模工作点小数部分的变化。图中直线是根据远离二阶差共振线时的本征模工作点小数部分, 拟合出来的没有耦合扰动情况下的横向工作点的小数部分。

在上面的实验中, Q16 只须调小 0.4A 即到达严格差共振, 根据远离差共振线时两个本征模工作点的小数部分随 Q16 电流的变化, 得到实际运行条件下没有耦合扰动时的横向工作点距二阶差共振线的距离  $\Delta = 0.005$ , 实测有耦合时的本征模工作点小数部分的差  $|\nu_1 - \nu_2 - p| = 0.0128$ , 根据式(5), 由此得到该情况下耦合系数为  $|C^-| = 0.0118$ , 横向发射度之比  $g = 99.6\%$ 。

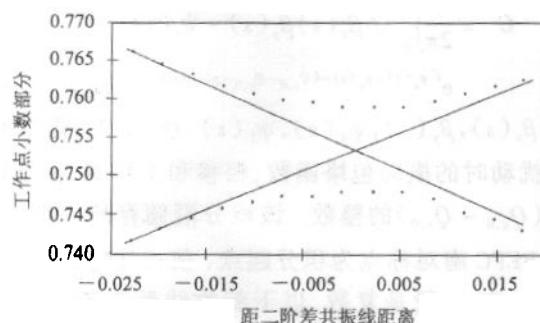


图 1 本征模工作点小数部分变化曲线

表 1 是在 BEPC 同步辐射专用模式 2002 年 5 月 21 日运行夜班, 不同情况下实测到的本征模工作点

小数部分的最小分离量。对于 BEPC 环, 束流的回旋频率为 1247 kHz。从中可见, 3W1 和 4W1 对耦合的影响并不太大。

表 1 不同实验条件下 BEPC 同步模式本征模工作点  
小数部分的最小分离量

3W1 状态	4W1 状态	最小分离量/kHz	最大耦合系数
合	ON	13.75	0.0110
开	ON	13.98	0.0112
开	OFF	12.35	0.0099

### 3 耦合源分析和模拟计算

假设储存环内存在一定分布的六极磁铁垂直方向的准直误差, 或六极磁铁处存在垂直方向的束流闭轨, 那么全环耦合系数为

$$C^- = \sum_n k_n \cdot \delta y_n \quad (6)$$

其中  $k_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\beta_x(s)\beta_y(s)} \cdot (k_2 l) \cdot e^{i[(\varphi_x(s) - \varphi_y(s)) (Q_{x,0} - Q_{y,0} - p) 2\pi s/L]} |_n$ ,  $n$  是六极磁铁的序号。如果误差均方值为  $\delta y^2$ , 全环耦合系数的均方值可估算为<sup>[2]</sup>

$$\langle |C^-|^2 \rangle = K^2 \cdot \overline{\delta y^2} = \left( \sum_n |k_n|^2 \right) \cdot \overline{\delta y^2}, \quad (7)$$

系数  $K$  只与储存环 Lattice 有关, 与误差分布无关。

对于 BEPC 同步辐射模式, 计算得到对于由六极磁铁垂直方向的准直误差, 或六极磁铁处存在垂直方向的闭轨引入的耦合, 其系数  $K = 11.81$ 。在假设该误差分布满足高斯分布, 不同误差均方根的情况下, 表 2 比较 3 种耦合系数计算方法所给出的数值。方法 1 是按式(7)得到的耦合系数的估算值; 方法 2 是随机产生一定均方根值的 60 组高斯误差分布, 严格按照公式(3)所计算得到的耦合系数平均值和标准偏差; 方法 3 是对方法 2 中产生的第一组误差分布, 用 MAD 程序<sup>[2]</sup>模拟扫描 Q16 电源电流, 得到的最大耦合系数。从表中可见式(7)给出的耦合系数的简单估算是可信的。

3 种耦合系数计算方法所给出的耦合系数比较

误差均方根/m	方法 1	方法 2	方法 3
0.001	1.20 %	1.10 % $\pm$ 0.64 %	1.15 %
0.002	2.36 %	2.17 % $\pm$ 1.3 %	2.31 %
0.003	3.54 %	3.26 % $\pm$ 1.9 %	3.47 %

同理, 对于正四极磁铁因旋转准直误差引入的耦合, 其系数  $K = 9.85$ 。对于 BEPC 准直要求, 磁铁

的横向误差应小于 0.2mm, 旋转误差应小于 0.2mrad, 那么两者共同引入的本征模频率分离小于 3.8kHz。以上是以准直要求算出的最大值, 而准直后的误差均方根一般比最大值要小, 所以从实验所测来看, 正四极磁铁的旋转准直误差和六极磁铁的垂直方向准直误差不应是环内主要的耦合来源。

对于 BEPC 同步辐射模式实际运行中, 全环垂直方向闭轨均方根值在 1.0mm 左右, 可估算得到因六极磁铁内垂直方向闭轨引入的耦合系数大小约为 0.012, 相当于最小本征模频率分离量在 15kHz 左右, 该数值和实验观测比较接近, 所以可以断言六极磁铁内垂直方向束流闭轨是全环最大的耦合来源。因此, 对六极磁铁内垂直方向闭轨必须加以局部控制, 或进行必要的耦合局部补偿或耦合全环补偿。

#### 4 耦合全环补偿

BEPC 储存环内有三组斜四极磁铁, 每组各两块, 相对于环南对称点东西对称安放, 由同一电源供电, RQR1, RQR2 比较靠近南对称点, QR3 靠近东西对称点。为了补偿对撞模式运行时探测器螺线管场引入的耦合, 现在每组同名的两块斜四极磁铁励磁电流大小相同, 电流方向相反。

由于 BEPC 环和 Lattice 均是四折对称, 不难证明, BEPC 的每一组斜四极磁铁, 当它们电流大小一样, 电流方向相同时, 共同对耦合系数的贡献为纯实数; 当它们电流方向相反时, 共同对耦合系数的贡献为纯虚数。那么, 在同步辐射模式下, 可以采用现在的两组斜四极磁铁来对环内残余的耦合进行补偿, 或对耦合大小进行控制。对于 BEPC 同步辐射模式, 2.2GeV 的束流能量, 依据式(3), 不计 3W1 和 4W1, 计算得到当电流大小为 100A, 电流同向和反向情况下, 每组斜四极磁铁对耦合系数的贡献, 见表 3。下面实验将采用 RQR1 斜四极磁铁组来补偿环耦合系数的实部, 东西两块 RQR1 电流改为同方向供电; 采用 RQR3 斜四极磁铁组来补偿环耦合系数的虚部, 东西两块 RQR3 电流仍为反方向供电。另外, 因实际运行中耦合系数实部和虚部的符号未知, 所以实验中有可能要改换 RQR1 和 RQR3 电源输出极性。

表 3 3 组斜四极磁铁对耦合系数大小的调变能力

斜四极磁铁组	电流同向	电流反向
RQR1	0.024/100A	0.033/100A
RQR2	0.061/100A	0.015/100A
RQR3	0.063/100A	0.030/100A

根据以上估计, 在 2002 年 5 月 23 日白班机器研究前, 先把 BEPC 南对称点西侧的 RQR1 磁铁的电流输入接线换了方向。实验中, 在正常同步运行模式, 加上 3W1 和 4W1, 此时环内有 20mA 的单束团负电子束流。调变 Q16 的电源电流, 测得没有耦合补偿时两本征模波峰的最小分离量为 13.2kHz。

调变 RQR1 电源电流, 当电流约为 +6A 时, 测得两本征模峰的最小分离量达到最小, 为 10.95kHz, 认为此时环内耦合实部基本被补偿了, 由此得到环原耦合系数的实部约为 0.0018。然后调 RQR3 的电流, 发现只要给电流, 两本征模峰的最小分离量都会增大; 于是改变 RQR3 的电源电流极性, 当电流为 -30A 时, 测得两本征模峰最小分离量达到最小, 为 0.9kHz, 认为此时环内耦合的虚部也基本被补偿了, 由此得到环原耦合系数的虚部为 0.0081。对照表 3, 分析计算得到 6A 的 RQR1 组对耦合系数实部的贡献为 0.0024, 30A 的 RQR3 组对耦合系数虚部的贡献为 0.0108。

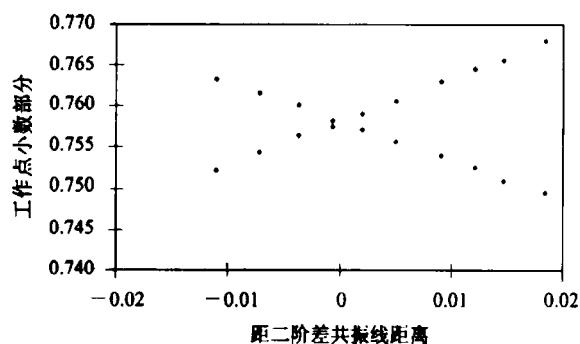


图 2 耦合补偿后本征模波数小数部分随 Q16 电源的变化曲线

图 2 是在上耦合补偿后, 调变 RQ16 电源的电流, 扫描出来的两本征模工作点的小数部分变化曲线。在本次实验中, 目前 BEPC 同步辐射专用模式运行工作点, 没有耦合时横向工作点距差共振线的距离  $\Delta = 0.003$ , 有耦合时两本征模工作点小数部分的

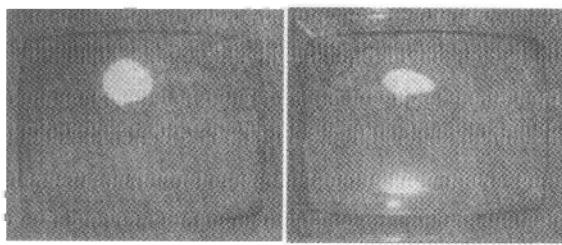


图 3 耦合补偿前后在正常运行工作点处的同步光斑大小比较

分离量为  $4.75\text{kHz}$ , 由此计算得到这时的耦合系数  $|C^-| = 0.0023$ , 横向发射度之比  $g = 22.7\%$ , 约为没有耦合补偿时的四分之一, 理论上垂直方向尺寸约减小到一半, 图 3 是耦合补偿前后同一探测器所测量到的同步光斑大小。另外, 补偿前后并未见束流寿命有明显的变化。

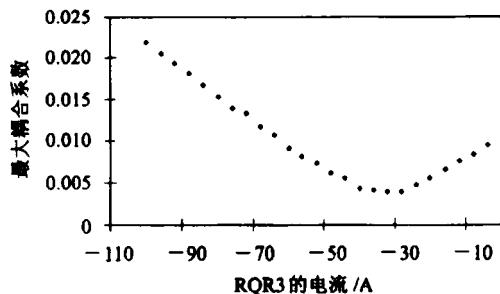


图 4 最大耦合系数随 RQR3 电流的变化

当然, 也可以通过引入斜四极磁铁, 达到对耦合

系数的调变。比如, 在 BEPC 同步辐射专用模式, 加上 3W1 和 4W1 时, 反向加 RQR3 电流, 图 4 是实验测到的两本征模峰的最小分离量, 或最大耦合系数, 随 RQR3 电流的变化曲线。

## 5 结语

通过理论分析和实验验证, 认为 BEPC 同步辐射专用模式运行中, 六极磁铁内的垂直闭轨是二阶差共振耦合的主要来源, 通过引入斜四极磁铁, 对环原有耦合进行了富有成效的补偿。鉴于实际运行工作点过于接近二阶差共振线, 所以在对耦合进行补偿的同时, 为获得较小的垂直发射度, 还必须适当拉大横向工作点到二阶差共振线的距离。

作者衷心感谢 BEPC 运行组同事对实验的支持和帮助。

## 参考文献 (References)

1 Guignard G. Phys. Rev. E51(1995), 6104

- 2 Wolski A. A Coupling Correction Scheme for the NLC Main Damping Rings. LBNL LCC-0064
- 3 Grote H, Iselin F C. The MAD Program. CERN/SL/90-13(AP), 1990

## Coupling Measurements and Compensation for BEPC SR Mode

LUO Yun<sup>1)</sup> HUANG Nan WEN Xue-Mei

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** Based on the linear difference resonance coupling perturbation theory, studies on the coupling in Beijing Electron-Positron Collider (BEPC) synchrotron radiation mode are carried out. The coupling coefficients are measured and the sources of coupling are analytically calculated and simulated. After introducing skew quadrupoles, the residual coupling is successfully compensated.

**Key words** linear difference coupling resonance, coupling coefficient, coupling compensation

Received 30 May 2002

1) E-mail: luoy@mail.ihep.ac.cn