第 27 卷 第 4 期
2003 年 4 月

高 能 物 理 与 核 物 理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol.27, No.4
Apr., 2003

干涉项对 $e^+e^- \to q\bar{q} + ng$ 两种色连接几率的影响*

金毅 谢去病 李世渊

(山东大学物理与微电子学院 济南 250100)

摘要 传统高能 $e^+e^- \to$ hadrons 事例产生器普遍采用大 N_c 近似，使色单态链产生几率达到 100% 而色分离态几率为 0. 本文在 $N_c = 3$ 的真实情况下，研究了干涉项中颜色部分和动量部分的来源及性质后发现，对 $e^+e^- \to q\bar{q} + ng$ 部分子末态中胶子数 2,3，干涉项使色单态链产生几率进一步下降到 67%，58%，而 $n = 2$ 时的色分离态几率则增大至不考虑干涉项的 2 倍. 由上推断当胶子数 n 更大时色单态链几率将远小于 1，色分离态几率将更显著增加.

关键词 颜色数目 色单态链 色分离态 截断 三胶子顶点

1 引言

高能 $e^+e^- \to$ hadrons 的研究，对发展和检验微扰量子色动力学(PQCD)和非微扰强子化模型起重要作用. 目前对理论的检验，主要通过事例产生器(如 JETSET、HERWIG 和 ARIADNE 等)给出的描写与实验结果相比较得到. 它们的标准版本都基于大 N_c 近似(颜色数 $\to \infty$)，对于 $q\bar{q} + ng$ 系统，每个胶子都带有一个色和反色，其中任何两个胶子颜色相同的几率为 $1/(N_c^2 - 1) = 0$，夸克总可与带有相反色荷的胶子 g_1 连接，g_1 的色与带有相反色荷的 g_2 相连，……，直到 g_n 的色与反夸克的反色相连. 并且已证明，这种近似下每两个胶子间的色弦或集团不仅是色中性，而且是色单态，因此整个部分子系统便连接成惟一的色单态链(Singlet Chain states，以下用 SC 表示)[1-3]. 但对 $N_c = 3$ 的真实情况，任何两个胶子颜色相同的几率并不为零，而是 1/8. 因此 $q\bar{q} + ng$ 系统必然存在多种色连接方式，特别是有一定的几率形成可独立强子化的几个色单态集团(例如 2 个或 2 个以上的胶子形成色单态，$q\bar{q}$ 与其余胶子连成单态)，称为色分离态(Color Separate states，以下用 CS 表示)[4]. 文献[3]的计算表明，不考虑干涉项(确切含义见下节)时，SC 的几率在胶子数为 2 时只有 83%，为 3 时进一步下降到 77%，预示 CS 及其它色连接方式的几率，将随 n 增加. 文献[4]则深入研究了构成与性质和 SC 完全不同的 CS，并指出当 $n > 2$ 后，CS 的几率并非简单的 $1/(N_c^2 - 1)$，而可能随 n 的增加变得不容忽略.

判定 $e^+e^- \to q\bar{q} + ng$ 按何种色连接方式强子化，将为 QCD 微扰与非微扰界面的研究及非微扰 QCD 动力学的探索提供重要信息. 在文献[4—7]中发现，为突出 CS 连接与 SC 连接(即 JETSET 中的标准连接)导致的强子末态差别，即使假定 CS 几率为 100%，与已有的实验也不矛盾，只有某些特选事例中的某些特定观察量才能对此作出鉴别[7]. 较早认为 CS 的几率为 $\sim 1/(N_c^2 - 1) = 1/8$[8]，这实际上是 $n = 2$ 时不考虑干涉项的结果；文献[4]虽对 CS 进行过深入研究，却未给出具体的计算. 在第 4 节将会看到，干涉项使这一数值几乎增大了一倍，约为 24%，因此干涉项的影响非常重要.

为在清洁背景下进一步检验 QCD 在内的标准模型和发现新物理，国际上正积极筹建 e^+e^- TeV 级的 Linear Collider (TSLC)，在这种质心能量下，平均胶子数 $\langle n \rangle$ 可达几十，色分离的几率有可能很大.

本文在文献[3,4]基础上进一步研究 SC 与 CS 两种色连接几率随 n 变化的起因与趋势，特别是干涉

2002 - 10 - 14 收稿

* 国家自然科学基金(10075031，10205009)资助

项的影响．第 2 节给出计算 2 种色连接几率的公式及其干涉项的定义，其中颜色因子的正负决定干涉项对几率的影响趋势；第 3 节以 $n=2$ 为例，对颜色因子作了深入分析，清楚看出正是 CS 和 SC 中干涉项颜色因子符号的正和负，导致两者几率的进一步增和减；干涉项的动量部分则决定增减的幅度．第 4 节以 $\sqrt{S}=91\mathrm{GeV}$（Z^0 共振）下的 $q\bar{q}+ng$ 系统为例，给出干涉项动量部分的计算结果，并从中分析研究其随截断改变的原因，确定合理的截断范围．第 5 节是总结与讨论．

2 色连接几率中的干涉项

当 n 增多时，可供末态部分子选择的连接方式迅速增多，除 JETSET 中标准的惟一 SC 方式外，还有许多其它的连接方式，如 n 个胶子形成一个色单态，夸克与反夸克形成另一个色单态，……，$(n-k)$ 个胶子形成一个色单态，夸克、反夸克与其余的 $k(k=1,2,\cdots,n-2)$ 个胶子形成另一个色单态等等．对应这种 CS 连接的迅速增多，SC 的几率就会减小．

借助色等效哈密顿量 H_c[9]，可以由 PQCD 计算 $e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 过程中部分子末态的各种色连接的几率．从初态 $|0\rangle$ 到某一种颜色末态 $|f\rangle$ 的跃迁矩阵元为 $m_f=\langle f|H_c|0\rangle$，其中 H_c 的表达式为：

$$H_c=\sum_P(1/\sqrt{2})^n\mathrm{Tr}(Q^+G_1^+G_2^+\cdots G_n^+)^PD^P,\quad(1)$$

式中 P 代表 $(1,2,\cdots,n)$ 的某一种排列，D^P 是夸克、反夸克和 n 个胶子动量的函数，$(Q^+)_i^j\equiv\Psi^{j+}\Psi_i^+$ 是夸克反夸克色产生算符构成的 9 维可约张量，$G_u^+\equiv\Psi_u^{i+}\Psi_{uj}^+-\Psi_u^{i+}\Psi_{ui}^+E/3$ 是胶子 u 的色产生算符构成的 8 维不可约张量．据此得到本文用到的 n 为 2，3 的 SC 几率表达式分别为[3]

$$P_{\mathrm{SC}}(n=2)=\frac{4.45\int\mathrm{d}R(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)+C_{\mathrm{I}}^{\mathrm{SC}}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}}{\frac{16}{3}\int\mathrm{d}R(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}},\quad(2)$$

$$P_{\mathrm{SC}}(n=3)=\frac{5.47\int\mathrm{d}R\sum_P|D^P|^2+C_{\mathrm{I}}^{\mathrm{SC}}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}}{\frac{64}{9}\int\mathrm{d}R\sum_P|D^P|^2-\frac{8}{9}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}},\quad(3)$$

$n>3$ 的 SC 几率有着类似形式；$n=2$ 时 CS 的几率表达式为[10]

$$P_{\mathrm{CS}}(n=2)=\frac{\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)+C_{\mathrm{I}}^{\mathrm{CS}}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}}{\frac{16}{3}\int\mathrm{d}R(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}},\quad(4)$$

$n>2$ 的 CS 几率有着类似形式．以上各式中分母分别对应 $n=2,3$ 的 $e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 过程树图近似下的总截面，分子则是 SC 或 CS 的截面（见文献[2]），$\mathrm{d}R$ 是不变相空间积分元．分子、分母中的第二项即为本文所要研究的干涉项；与之对应，第一项就称为非干涉项．

干涉项包含两部分：积分号前面的系数为颜色因子，来源于 $SU_c(3)$ 的 T^a（$T^a=\lambda^a/2,a=1,2,\cdots,8$，表示 8 种胶子的颜色，$\lambda^a$ 为 Gell-mann 矩阵）矩阵．例如式（2）分母中干涉项的颜色因子为 $\sum_{i,j=1}^{3}\sum_{a_1,a_2=1}^{8}[(T^{a_1}T^{a_2})_{ji}\cdot(T^{a_2}T^{a_1})_{ji}^*]=-2/3$．文献[3,10]已给出式(2)，(4)分子中干涉项的颜色因子为

$$C_{\mathrm{I}}^{\mathrm{SC}}(n=2)=-1.55,\ C_{\mathrm{I}}^{\mathrm{CS}}(n=2)=2/3.$$

(2)—(4)式中的 $\int\mathrm{d}R\sum_{P\neq P'}D^P\cdot D^{P'*}$ 为动量部分，其中 D^P 的表达式需要根据 $e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 的树图计算得到．当 n 相同时，不同色连接方式的干涉项动量部分相同．

为便于比较，以下列出未考虑干涉项的结果[3,10]：

$$\begin{aligned}&P_{\mathrm{SC}}(n=1)=(32/9)/4\approx89\%,\\&P_{\mathrm{SC}}(n=2)=4.45/(16/3)\approx83\%,\\&P_{\mathrm{SC}}(n=3)=5.47/(64/9)\approx77\%,\qquad(5)\\&P_{\mathrm{SC}}(n=4)=6.83/(256/27)\approx72\%,\\&P_{\mathrm{CS}}(n=2)=(2/3)/(16/3)=1/8,\end{aligned}$$

它显示出一个明显趋势：即随着胶子数 n 的增大，P_{SC} 减小，与本节开头的定性分析一致．问题是：考虑干涉项后，这一趋势被加强还是减弱，甚至是逆转呢？下面就此进行详细研究．

3 干涉项中颜色因子的来源和特点

下面以 $n=2$ 为例剖析 $e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 干涉项颜色部分的来源和性质．对颜色指标求和前的颜色因子为 c_{int}：

$$c_{\mathrm{int}}\equiv(T^{a_1}T^{a_2})_{ji}\cdot(T^{a_2}T^{a_1})_{ji}^*=(T^{a_1}_{jm}T^{a_2}_{mi})\cdot(T^{a_2}_{jl}T^{a_1}_{li})^*$$

$$=(T^{\alpha_1}_{jm}T^{\alpha_1}_{il})\cdot(T^{\alpha_2}_{mi}T^{\alpha_2}_{lj}),\qquad(6)$$

由于 $c_{\text{int}}\neq 0$ 才对干涉项有贡献，导致对矩阵(T^{α_1}，T^{α_2})的选取及整个部分子系统的颜色指标组合(i,j,m,l)有严格限制．8个 T 矩阵中(T^3,T^8)为对角(以 G_{D} 表示)，其余6个均为非对角(以 G_{ND} 表示)，$c_{\text{int}}\neq 0$ 只有以下3种情况：

1) ($T^{\alpha_1},T^{\alpha_2}$)均来自于 G_{D}，$(T^{\alpha_1}_{jm}T^{\alpha_1}_{il})\cdot(T^{\alpha_2}_{mi}T^{\alpha_2}_{lj})\neq 0\Rightarrow j=i=m=l$；

2) ($T^{\alpha_1},T^{\alpha_2}$)均来自于 G_{ND}，$(T^{\alpha_1}_{jm}T^{\alpha_1}_{il})\cdot(T^{\alpha_2}_{mi}T^{\alpha_2}_{lj})\neq 0\Rightarrow j=i$ 及 $m=l$ 但 $j\neq m$；

3) ($T^{\alpha_1},T^{\alpha_2}$)分别来自于 G_{ND}，G_{D}，$(T^{\alpha_1}_{jm}T^{\alpha_1}_{il})\cdot(T^{\alpha_2}_{mi}T^{\alpha_2}_{lj})\neq 0\Rightarrow j=l$ 及 $m=i$ 但 $j\neq m$

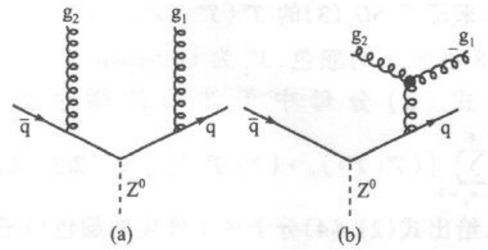

图1 $e^+e^-\to q\bar{q}+2g$ 过程的树图
无三胶子顶点图(a)和三胶子顶点图(b)，
其它6个图可由变换夸克胶子耦合顶点位置得到．

由$[T^{\alpha_1},T^{\alpha_2}]=if^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}T^{\alpha_3}$，三胶子顶点图可等效分解为2个无三胶子顶点图，则以图1(a)为代表与以上3种情况相联系，发现：

第一种情况．$j=i=m=l$ 意味存在2种色连接方式：CS和SC．但由于此时存在颜色相同的胶子，所以SC的连接顺序不惟一，见图2(a)—(c)．总的颜色因子为 $C^{\text{I}}_{\text{int}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot\left(\frac{16}{3}\right)=1/3$。

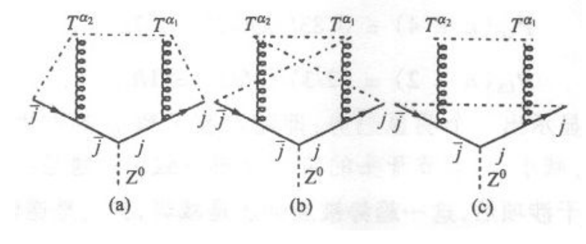

图2 两种连接顺序的SC(a)(b)和CS(c)，
其中点划线代表色连接方式

第二种情况．$j=i$ 及 $m=l$ 但 $j\neq m$ 意味这两胶子来自 $SU(3)$ 的同一个 $SU(2)$ 子群，可以相互交换并发生干涉．它们与 $q\bar{q}$ 之间也存在2种色连接方式：SC和CS，与图2(a)，(c)类似，差别只是颜色指标组合不同．此时 $c_{\text{int}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot(\pm 1)=\pm 1/16$(当 $\alpha_1=\alpha_2$ 时为正，反之为负)，总的颜色因子 $C^{\text{II}}_{\text{int}}=0$，对干涉项无贡献．当2个胶子均来自于 G_{ND} 但不属于同一个 $SU(2)$ 子群时，只能形成SC，且不能互换，所以只会对非干涉项有贡献．

第三种情况．$j=l$ 及 $m=i$ 但 $j\neq m$ 意味仅有一种色连接方式即SC，类似图2(a)．总的颜色因子为 $C^{\text{III}}_{\text{int}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot(-16)=-1$．以上3个因子相加为 $-2/3$，与总截面干涉项的颜色因子 $C_{\text{INT}}=\sum\limits_{i,j=1}^{3}\sum\limits_{\alpha_1,\alpha_2=1}^{8}[(T^{\alpha_1}T^{\alpha_2})_{ji}\cdot(T^{\alpha_2}T^{\alpha_1})_{ji}^*]=-2/3$ 相符．

下面分析不同色连接对应的颜色因子对干涉项的影响．由于2)中总颜色因子为0，所以只需考虑1)，3)两种情况的贡献．

由于3)仅有一种SC方式，所以 $C^{\text{III}}_{\text{int}}$ 全部对SC的颜色因子有贡献；而1)存在CS和SC两种连接方式，则仅是 $C^{\text{I}}_{\text{int}}$ 的一部分对SC颜色因子有贡献，且 $C^{\text{I}}_{\text{int}}$ 与 $C^{\text{III}}_{\text{int}}$ 符号相反，绝对值也远小于 $C^{\text{III}}_{\text{int}}$，所以出现于SC截面中的颜色因子应该是负值；而对CS连接的干涉项颜色部分有贡献的，只有1)一种情况，$C^{\text{I}}_{\text{int}}$ 符号为正，这就决定CS截面中的颜色因子为正值．由于下面的计算表明干涉项动量部分为正，因此相对于(5)，负的颜色因子使干涉项进一步减小了SC的几率，而正的颜色因子使干涉项进一步增大了CS的几率．

4 干涉项动量部分的计算与讨论

干涉项动量部分的计算有2种方法可以采用：一是传统的矩阵元计算，得到 $e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 过程总振幅的平方 $|M|^2=\left|\sum\limits_{i=1}^{8}M_i\right|$ 后将其整理成与 P_{SC} 的分母类似的被积函数的形式，如(2)中的 $16/3(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)-2/3(D^{12}\cdot D^{21*}+D^{12*}\cdot D^{21})$；二是软胶子近似法[3]．在此方法中，色等效哈密顿量可表示为

$$|H_c\rangle\sim g_s^n\varepsilon_{\mu 1}\varepsilon_{\mu 2}\cdots\varepsilon_{\mu n}\sum_P(1/\sqrt{2})^n\times$$

$$\{|\text{Tr}(QG_{P(1)}G_{P(2)}\cdots G_{P(n)})\rangle\cdot J^{\mu 1}(k_1;p,p')\times$$

$$J^{\mu 2}(k_2;k_{2h},k_{2e})\cdots J^{\mu n}(k_n;k_{nh},k_{ne})\}\qquad(7)$$

其中，$J^{\mu i}(k_i;k_{ih},k_{ie})\equiv\frac{k^{\mu i}_{ih}}{k_i\cdot k_{ih}}-\frac{k^{\mu i}_{ie}}{k_i\cdot k_{ie}}$，其中 k_{ih}

和 k_{ie} 中的 ih 和 ie 由以下程序确定:在序列($0,P(1),P(2),\cdots,P(n),0$)(起始和末尾的 0 分别代表 q 和 $\bar{q}$)中,找到 i 的位置,然后去掉序列中所有大于 i 的数,则 i 左边最相邻的数即为 ih,右边最相邻的数即为 ie. k_i 是第 i 个胶子的四动量. 这样就可直接得到 H_c 中 D^P 的具体表达式. 两种方法中,前者比较精确,但当 n 增多($n>2$)时,计算将极为繁琐;后者是近似方法,适用更多胶子的情况. 下面用这两种方法分别对 $n=2$ 的情况进行计算、比较,以验证第二种方法的有效性;对 $n=3$ 将采用软胶子近似法.

使用第一种方法时,对胶子的极化求和采用了协变规范,需要包括"鬼"图的贡献;第二种方法则采用物理规范,该规范下的传播子形式为: $-\mathrm{i}\left(g_{\mu\nu}-\dfrac{n_\mu k_\nu-n_\nu k_\mu}{n\cdot k}\right)/k^2$ ($n=\hat{q}=q/|\boldsymbol{q}|$,其中 q 是夸克的四动量). 此外,树图计算需要引入截断来消除红外发散. 这里采用的截断为 $y_{\mathrm{cut}}=(P_i+P_j)^2/S$,物理上它还对应末态部分子的分辨率. 本文以 $\sqrt{S}=91\mathrm{GeV}$ (Z^0 共振)为例进行讨论. 如所周知, $Z^0\to q\bar{q}+ng$ 的讨论也适合能量大于 91GeV 时,双 W、双 Z、双 Higgs、Z 与 Higgs、Z 与 γ、Higgs 与 γ 等过程中一个色单态源(如上述的 Higgs,W 等)衰变得到的 $q\bar{q}+ng$ 系统色连接情况[11]. 计算结果与分析见图 3,4.

图 3 表明:

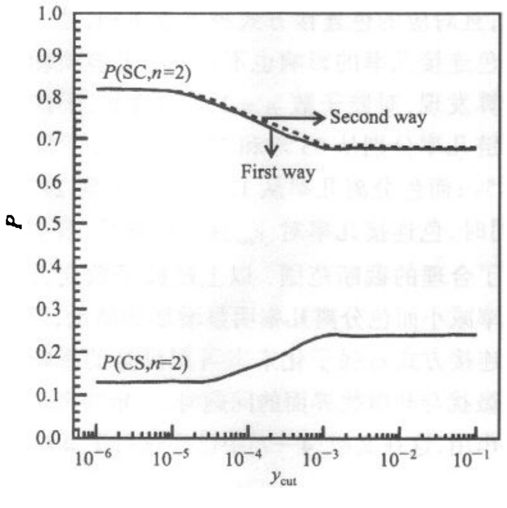

图 3　SC 和 CS 几率随 y_{cut} 的变化($n=2$),其中实线和虚线代表第一、二种方法的结果.

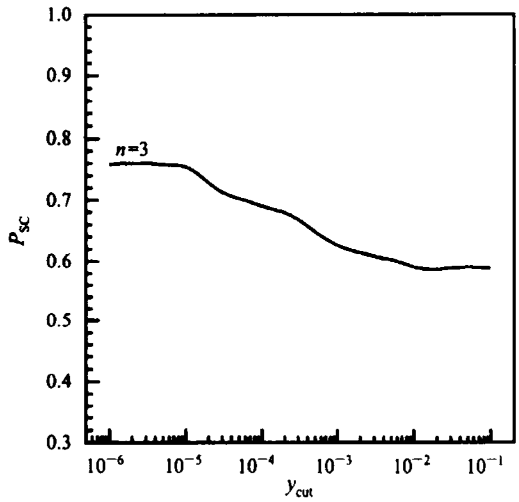

图 4　SC 几率随截断的变化($n=3$).

1) 第一、二两种方法得到的数值结果相差很小,说明近似方法十分有效.

2) 干涉项的动量部分使 SC 几率从 83 % 最多能下降到 67 %,而 CS 几率从 12.5 % 最大可增加到 24 %,说明干涉项对色连接几率的影响不容忽视.

3) 色连接几率对 y_{cut} 有很强的依赖性:在总体趋势不变的情况下, y_{cut} 由大变小时,SC 几率相对增加,而 CS 几率相对减小;且 y_{cut} 趋于 0 时色连接几率趋于不考虑干涉项时的数值.

对 $e^+e^-\to q\bar{q}+g_1g_2$ 过程的树图进行分析,可以帮助理解色连接几率对 y_{cut} 的依赖性以及确定合理的 y_{cut} 范围. 8 个树图中有 2 个是三胶子顶点图,这种图由于其 2 个末态胶子从一个母胶子劈裂而来,所以只能处于色八重态,只能与 $q\bar{q}$ 形成 SC,而不能形成 2 个胶子组成子单态集团的 CS. 其它图则 2 种方式均有可能. 三胶子顶点图有 2 个中间传播子:费米子传播子和玻色子传播子;而其它图所含的传播子均为费米子传播子,见图 1(a),(b). 玻色子传播子与费米子传播子的一个显著区别就是:前者是 $\sim 1/p^2$ 量级而后者是 $\sim 1/p$ 量级. 因此,当 y_{cut} 小到一定程度后,8 个树图中三胶子顶点图对总截面的相对贡献将反常增大,导致 SC 几率增加而 CS 几率减小.

为验证这一分析,定义一个量 r_{tri} 代表三胶子顶点图对总截面的相对贡献:

$$r_{\mathrm{tri}}\equiv\frac{\frac{16}{3}\int\mathrm{d}R\cdot dd_3-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R\cdot dd'_3}{\sigma_{\mathrm{tree}}}=\frac{\frac{16}{3}\int\mathrm{d}R\cdot dd_3-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R\cdot dd'_3}{\frac{16}{3}\int\mathrm{d}R(|D^{12}|^2+|D^{21}|^2)-\frac{2}{3}\int\mathrm{d}R(D^{12}\cdot D^{21*}+D^{21*}\cdot D^{21})},\qquad(8)$$

其中 dd'_3, dd_3 分别是三胶子顶点图对干涉项和非干涉项动量部分的被积函数($D^{12}\cdot D^{21*}+D^{12*}\cdot D^{21}$)和($|D^{12}|^2+|D^{21}|^2$)的贡献.

表 1 三胶子顶点图对总截面的相对贡献

y_{cut}	1e-2	1e-3	1e-4	1e-5	1e-6
r_{tri}	0.650	0.592	0.765	0.810	0.852

r_{tri} 随 y_{cut} 的变化关系见上表. r_{tri} 在 $y_{cut}\leqslant 10^{-3}$ 范围内随 y_{cut} 减小而增大,说明三胶子顶点图对总截面的相对贡献确实增大了,由于其只能形成 SC,不能形成 CS,从而使 SC 和 CS 几率相应地增加和减小. 进一步分析发现,r_{tri} 在 $1e-4$ 到 $1e-3$ 范围内有一个下降,图 3 中的 3 条曲线也是如此,说明三胶子顶点图相对其它图的贡献是造成干涉项动量部分随 y_{cut} 变化的主要因素.

关于合理的 y_{cut} 范围,P_{SC}(或 P_{CS})在图 3 中有 2 段基本平稳的曲线:$y_{cut}\leqslant 10^{-5}$ 和 $y_{cut}\geqslant 10^{-3}$,应该以 $y_{cut}\geqslant 10^{-3}$ 范围内的曲线为准,即取 $y_{cut}\geqslant 10^{-3}$ 为合理的截断范围. 这是因为根据以上分析,$y_{cut}\leqslant 10^{-5}$ 内几乎完全是三胶子顶点图起作用,其它 6 个图对干涉项的贡献极小,干涉项不完整.

为何两种色连接的几率增减趋势总是相反呢?这里其实存在一个近似的互补关系. $q\bar{q}+g_1g_2$ 的末态可形成 2 个 SC 和一个 CS:

$$\{|f_1\rangle = 3^{-3/2}|1_{q1}1_{12}1_{2\bar{q}}\rangle,$$

$$|f_2\rangle = 3^{-3/2}|1_{q2}1_{21}1_{1\bar{q}}\rangle\}(\langle f_1|f_2\rangle = 1/9),$$

$$|f_{CS}\rangle = \frac{1}{2\sqrt{6}}|\mathrm{Tr}(G_1G_2)1_{q\bar{q}}\rangle.$$

将其中的 SC 正交化后,得到对称和反对称 2 个正交态:

$$|f'_1\rangle = \frac{3}{\sqrt{20}}(|f_1\rangle + |f_2\rangle), |f'_2\rangle = \frac{3}{4}(|f_1\rangle - |f_2\rangle).$$

由 $|f'_1\rangle$, $|f'_2\rangle$, $|f_{CS}\rangle$ 可分别得到 P_{SC} 和 P_{CS}[3,10]. 由于 $\langle f_{CS}|f'_2\rangle = 0$,则 $q\bar{q}+g_1g_2$ 末态中 SC 和 CS 重迭的几率可由下式得到:$P_{SC}^{f'_1}\cdot|\langle f_{CS}|f'_1\rangle|^2 + P_{SC}^{f'_2}\cdot|\langle f_{CS}|f'_2\rangle|^2 \approx 0.048$,其中 $P_{SC}^{f'_1}$, $P_{SC}^{f'_2}$ 是 $|f'_1\rangle$ 和 $|f'_2\rangle$ 的几率. 以上只给出未考虑干涉项的结果,由本节前面的分析,考虑干涉项后的值将减小,所以两者重迭的几率必小于 0.048. P_{SC} 和 P_{CS} 直接相加得 83% + 12.5% = 95.5% ≈ 1,即近似互补,藉此很容易理解 SC 和 CS 几率受干涉项影响相反以及随 y_{cut} 变化相反的现象,且与第 3 节干涉项颜色部分的分析自洽.

图 4 对应的 $n=3$ 时 SC 几率随截断的变化表明,干涉项也使 SC 几率进一步下降(从 77% 到 58%),且 y_{cut} 由大变小 SC 几率同样相对增加,并有 2 段基本平稳的曲线:$y_{cut}\leqslant 10^{-5}$ 和 $y_{cut}\geqslant 10^{-2}$,同理以 $y_{cut}\geqslant 10^{-2}$ 范围内的曲线为准.

5 总结

$e^+e^-\to q\bar{q}+ng$ 过程中,末态部分子以何种色连接方式进行强子化,是一个很重要的问题. 在不考虑干涉项的情况下,文献[3,4]通过对颜色数目有限($N_c=3$)的研究,定性地得到了色单态链几率随胶子数增加而减小,色分离几率随之增加的规律. 本文在此基础上,通过 PQCD 计算进一步研究了干涉项对不同色连接方式(色单态链和色分离态)几率的影响. 色连接几率中的干涉项由两部分组成,颜色部分包含:1)均来自 G_D;2)来自 G_{ND} 中同一个 $SU(2)$ 子群;3)分别来自 G_{ND} 和 G_D 三种情况. 相同 n 下,干涉项动量部分相同,但每种情况的颜色因子不同,且对应的色连接方式种类也不同,使干涉项对不同色连接几率的影响也不相同. 干涉项动量部分的计算发现,对胶子数 $n=2,3$ 的情况,干涉项使色单态链几率分别从 83% 和 77% 进一步下降到67% 和58%;而色分离几率从 12.5% 增大到 24%($n=2$);同时,色连接几率对 y_{cut} 具有依赖性,我们分析并确定了合理的截断范围. 以上随胶子数变大色单态链几率减小而色分离几率明显增加的结论,要求在通过色连接方式对强子化末态可观测量的影响来研究 QCD 微扰与非微扰界面的问题时,一定要考虑色分离态的作用,这在文献[4—7]中已经进行了详细研究.

作者感谢王群博士、司宗国博士及课题组其他成员的有益讨论.

参考文献(References)

1 Gustafson G. Z. Phys., 1982, **C15**: 155
2 WANG Qun, XIE Qu-Bing, LI Shi-Yuan. Commun. Theor. Phys., 2000, **34**: 491
3 WANG Qun et al. Phys. Rev., 2001, **D64**: 012006
4 WANG Qun, Gosta Gustafson, XIE Qu-Bing. Phys. Rev., 2000, **D62**: 054004
5 SHAO Feng-Lan, XIE Qu-Bing. HEP & NP, 2001, **25**: 710(in Chinese)
(邵凤兰,谢去病. 高能物理与核物理,2001, **25**: 710)
6 SHAO Feng-Lan, XIE Qu-Bing. HEP & NP, 2002, **26**: 779(in Chinese)
(邵凤兰,谢去病. 高能物理与核物理,2002, **26**: 779)
7 LI Shi-Yuan, SHAO Feng-Lan, XIE Qu-Bing et al. Phys. Rev., 2002, **D65**: 077503
8 Bjorken J D, Brodsky S J, LU Hung-Jung. Phys. Lett., 1992, **B286**: 153
9 WANG Qun, XIE Qu-Bing. HEP & NP, 1995, **19**: 1100(in Chinese)
(王群,谢去病. 高能物理与核物理,1995, **19**: 1100)
10 WANG Qun, XIE Qu-Bing, SI Zong-Guo. Phys. Lett., 1996, **B388**: 346
11 LI Shi-Yuan et al. Phys. Lett., 1999, **B458**: 370; Valery A. Khoze, Torbjorn Sjostrand. Eur. Phys. J., 1999, **C6**: 271

Influence of Interference Terms on Probability of Color Connections among Partons in $e^+e^- \to q\bar{q} + ng$ Process*

JIN Yi XIE Qu-Bing LI Shi-Yuan

(School of Physics and Microelectronics, Shandong University, Ji'nan 250100, China)

Abstract Large N_c approximation is adopted in popular e^+e^- event generators where the production probability of singlet chain states is 100 % and that of color separate states is 0. In the real world $N_c = 3$, we investigate the origin and character of color and kinematics aspects in interference terms. We find that the production probability of color singlet chain states decreases from 83 %, 77 % to 67 %, 58 % for $q\bar{q} + 2g$ and $q\bar{q} + 3g$ system respectively after considering the interference terms. Especially, the production probability of color separate states increases to twice of that without interference terms for $q\bar{q} + 2g$. Hence when n is larger, we can expect that the production probability of singlet chain states will be far less than 1 and that of color separate states will significantly increase when n is larger.

Key words number of colors, singlet chain states, color separate states, cutoff, tri-gluon vertex

Received 14 October 2002

* Supported by National Nature Science Foundation of China (10075031, 10205009)