

# $\pi^\pm$ 介子上康普顿散射过程的重新计算\*

曾定方 苏剑 马伯强<sup>1)</sup>

(北京大学物理系 北京 100871)

**摘要** 用微扰量子色动力学重新计算了  $\pi^\pm$  介子上的康普顿散射过程的截面和相位. 此计算把实康普顿散射作为虚康普顿散射的一种极限情形进行了处理, 重点是通过比较不同模型的分布振幅对物理可观察量的影响, 说明分布振幅在端点区域的行为对康普顿散射过程截面和相位的影响, 由此探索用微扰量子色动力学计算这个问题的自治性问题.

**关键词** 虚康普顿散射 因子化 分布振幅

## 1 引言

随着实验技术的发展, 人们已经能够测量  $\pi^-$  介子上的虚康普顿散射的结果<sup>[1]</sup>. 实验的方法是用高能  $\pi^-$  介子束 (600 GeV/c) 入射到铜与碳的混合材料上, 让入射粒子与靶物质内的电子发生散射, 测量经历过散射的出射  $\pi^-$  介子, 光子和电子 (图 1).

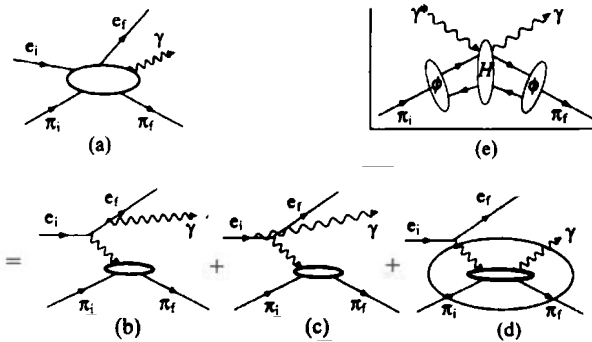


图 1 (a) 实验上测量的物理反应  $e\pi^+ \rightarrow e\gamma\pi^+$ ; (b), (c) Bethe-Heitler 过程; (d) 虚康普顿散射; (e) 微扰量子色动

$$\text{力学的因子化定理 } M = \int \phi H \phi$$

理论上, 只要  $\pi^\pm$  介子动量变化足够大, 例如超过 1 GeV, 就可以期望微扰量子色动力学将能对这个问题的合理的预言. 针对质子, 类似的研究工作已经相当成熟<sup>[2,3]</sup>, 但是针对  $\pi^\pm$  介子, 这个问题的研

究现状远不令人满意. 比如, 文献[4]讨论的物理过程是  $\gamma\pi^\pm \rightarrow \gamma^*\pi^\pm$ , 文章存在的问题主要有两个: (1) 作者只给出了对该物理过程有贡献的独立的费曼图的一半 (5 个), 而实际上独立图形是 10 个 (图形总数是 20 个). (2) 作者在作数值积分时, 忽略了来源于费曼图传播子的奇点, 因而得到的散射振幅是纯实数. 文献[5]讨论的物理过程是  $\gamma\pi^\pm \rightarrow \gamma\pi^\pm$ , 跟文献[4]一样, 作者仍然只是给出了对该过程有贡献的一半的独立费曼图. 然而, 正如我们下面将要表明的, 从作者已计算的 5 个图形得到另外的 5 + 10 个图形, 其方法并不是平庸的. 文献[6]讨论的物理过程是  $\gamma^*\pi^\pm \rightarrow \gamma\pi^\pm$ , 跟文献[4,5]一样, 作者仍然只给出了一半的独立图形. 并且没有给出硬散射振幅的表达式, 只是宣称其表达式跟文献[4]一致并给出数值结果. 因为  $\gamma^*\pi^\pm \rightarrow \gamma\pi^\pm$  只是完整的物理过程.

当然, 我们相信, 上述文献的作者一定明白对这个过程有贡献的图形总数是 20 个 (图 2). 但是, 从文献[4]的数值结果:  $\frac{d\sigma}{d \cos\theta}(\gamma_R\pi^\pm \rightarrow \gamma_R\pi^\pm)$  和  $\frac{d\sigma}{d \cos\theta}(\gamma_L\pi^\pm \rightarrow \gamma_R\pi^\pm)$  有相同的散射角依赖关系看, 该文的作者很可能把另一半的独立图形处理成他所计算的那一半图形的时间反演了, 见文献[4]的图 2. 文献[6]的这个问题并不突出. 但是它的数值结果在两个方面是很难令人相信的. 第一, 从虚康普顿散

2002 - 05 - 15 收稿, 2002 - 07 - 11 收修改稿

\* 国家自然科学基金 (19955052, 10025523, 90103007) 资助

1) E-mail: mabq@pku.edu.cn

射向实康普顿散射的过渡非常不自然,请见文献[6]的图 1、2,第二,该文给出的过程  $\gamma_L \pi^+ \rightarrow \gamma_R \pi^+$  的振幅之相位有一个非常明显的突变,见文献[6]的图 5.

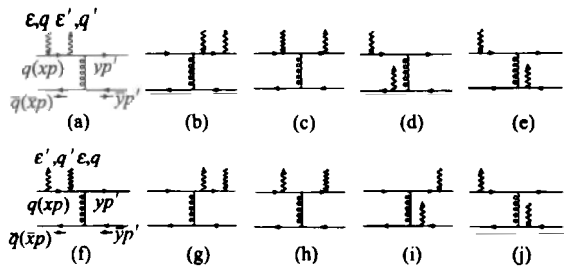


图 2 硬散射振幅  $H$  所包含的独立图形

针对上述问题,本文将重新进行计算.

## 2 散射过程 $\gamma^* \pi^+ \rightarrow \gamma \pi^+$ 的振幅

在现实中,物理反应  $e\pi^+ \rightarrow e\gamma\pi^+$  可能通过两种截然不同的机制进行(图 1). 在第一种机制中(图 1(b,c)),末态光子从电子身上发出,通过这种机制发生的过程叫做 Bethe-Heitler 过程;而在第二种机制(图 1(d))中,末态光子从被打击的  $\pi^+$  介子身上发出,通过这种机制发生的过程正是本文中要讨论的虚康普顿散射. 在实验上,这两种机制的过程不能分离测量,而只能测量它们的相干叠加. 也就是说,为了预言实验结果,需要计算下面的量:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\gamma^*} &\propto M_{\gamma^*}^2 \\ &\propto (M_{\gamma^*}^{\text{VCS}} + M_{\gamma^*}^{\text{BH}})(M_{\gamma^*}^{*\text{VCS}} + M_{\gamma^*}^{*\text{BH}}) \\ &\propto |M_{\gamma^*}^{\text{VCS}}|^2 + |M_{\gamma^*}^{\text{BH}}|^2 + (M_{\gamma^*}^{\text{VCS}} \cdot \\ &\quad M_{\gamma^*}^{*\text{BH}} + M_{\gamma^*}^{*\text{VCS}} \cdot M_{\gamma^*}^{\text{BH}}), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $M_{\gamma^*}$  代表物理过程的振幅.

本文不拟对整个物理过程做完整的计算,而把精力集中在子过程  $\gamma^* \pi^+ \rightarrow \gamma \pi^+$ , 有关的问题和论述见文献[6,7]. 这项工作至少在两个方面是有意义的,第一,它可以把实康普顿散射作为虚康普顿散射的一种特殊情形来对待;第二,它为计算完整的物理过程  $e\pi^+ \rightarrow e\gamma\pi^+$  的截面做好了充分的准备.

微扰量子色动力学的因子化定理<sup>[8]</sup>告诉我们,对于像  $\pi^+$  介子上的康普顿散射这样的遍举过程(exclusive process),它的散射振幅为下面的形式:

$$M_{p, \epsilon, q \rightarrow p', \epsilon', q'} = \int dx dy \phi(x, Q) H(xp, \epsilon, q \rightarrow yp', \epsilon', q') \phi(y, Q), \quad (2)$$

其中  $p$  表示入射  $\pi^+$  介子的动量,  $\epsilon, q$  分别表示入射光子的极化矢量和动量;  $\phi(x, Q)$  叫做分布振幅,它

描述  $\pi^+$  介子内部价夸克的动量分布,由非微扰的方法给出.  $x$  是  $\pi^+$  介子中价夸克之一的动量分数,另一个价夸克的动量分数用  $x$  表示,  $x + x = 1$ ;  $y$  表示末态夸克的动量分数,其余末态粒子的相应量用带撇的字母表示.  $H$  是硬散射过程的振幅,它显然是依赖于初末态光子的极化状态的. 在树图的水平上,它可以表达为图 2 中(a)–(j)各个图形之和. 完整的振幅  $H$  应该还包括另外 10 个图形,可以由上述图形中的光子耦合到和当前不同的夸克线上而得到,那样的图形是不独立的,它们对  $H_{\gamma^*}$  的贡献和上述图形只相差一些电荷因子. 计算表明,第二行的图形不是第一行图形的时间反演产物,它们必须被独立地计算出来. 作为一个整体,第二行的图形跟第一行的图形也不相等.

$Q$  在分布振幅中的出现说明分布振幅原则上是随着相关的动量尺度演化的,但是我们将忽略这种演化<sup>[9]</sup>. 有关  $\phi(x)$  的模型有很多<sup>[10,11]</sup>, 本文将研究比较下述 5 种模型的分布振幅,图 3 中有一部分示出了它们的具体形状,

$$\begin{aligned} \phi_{a_1} &= \sqrt{3}f_{\pi^+}x(1-x); \\ \phi_{b_{3L}} &= 1.4073\sqrt{3}f_{\pi^+}x(1-x)\exp\left[-\frac{0.07043}{x(1-x)}\right]; \\ \phi_{c_1} &= 5\sqrt{3}f_{\pi^+}x(1-x)(2x-1)^2; \\ \phi_{b_3} &= 8.8763\sqrt{3}f_{\pi^+}x(1-x)(2x-1)^2 \times \\ &\quad \exp\left[-\frac{0.07062}{x(1-x)}\right]; \\ \phi_{p_3} &= \sqrt{3}f_{\pi^+}x(1-x)[0.6016 - 4.659(2x-1)^2 + \\ &\quad 15.52(2x-1)^4]. \end{aligned} \quad (3)$$

从图 3 可以看到,相对于  $\phi_{a_1}$  和  $\phi_{c_1}$ , 分布振幅  $\phi_{b_{3L}}$  和  $\phi_{b_3}$  在端点上的取值都受到了深深的压低. 在上述各种分布振幅中,  $f_{\pi^+} = 93\text{MeV}$ , 其归一化为  $\int dx \phi(x) = \sqrt{3}f_{\pi^+}/6$ .

关于  $H$  的计算,用图 2(c)为例,其方法如下. 对照图 2(c),写出它对振幅  $H$  的贡献

$$H_{\gamma^*}^c = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{4}{9} a_c \alpha_c \times \frac{\bar{u}^{\dagger}(y'k') \not{\epsilon}' \not{p}_2 \gamma^{\mu} t_{ij}^a \not{p}_1 \not{\epsilon} u^{\dagger}(xk) v_{\dagger}(xk) \gamma_{\nu} t_{ij}^a v_{\dagger}(y'k')}{P_1 P_2 P_3} + \text{spin flipped term}, \quad (4)$$

其中  $\frac{1}{2} \frac{1}{3}$  来源于自旋和色空间波函数的对称化因子,  $\frac{4}{9}$  是电荷因子,当光子耦合到与当前位置相对的

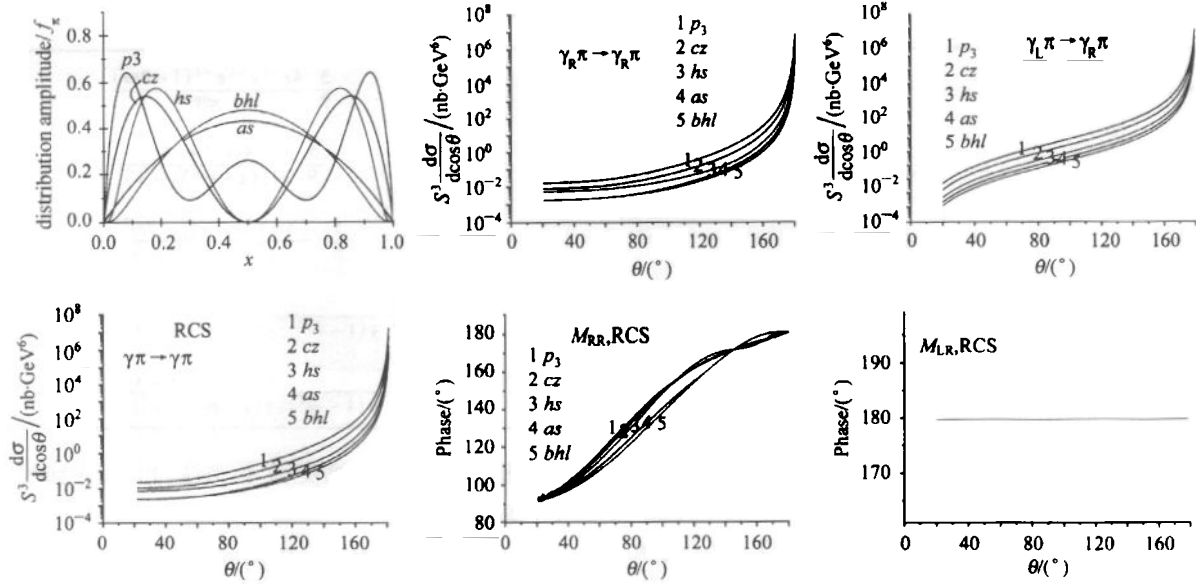


图 3 比较不同的分布振幅和它们对于实康普顿散射过程的影响

在实际的计算当中,取  $v = -10^{-10}$  作为实康普顿散射极限,此时,振幅  $M_{LR}$  的相位已经严格地等于  $180^\circ$ 。相对于  $\phi_{a_1}$  和  $\phi_{c_1}$ , 分布振幅  $\phi_{b_1}$  和  $\phi_{s_1}$  深深地压低端点的取值,相应的截面也受到了不同程度的压低,但这种压低并不是数量级性质的。

$$H_{RR}^{(\text{dia.})} \left( \frac{1}{S} \alpha, \alpha, \right)$$

<p>(a): <math>\frac{5}{9} \frac{4c^2 s^{-2} \bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}(x-a-i\epsilon)}</math></p> <p>(b): <math>\frac{5}{9} \frac{4c^2 s^{-2} \bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}</math></p> <p>(c): <math>\frac{5}{9} \frac{-4c^2 s^{-2} \bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}\bar{y}(x-a+i\epsilon)}</math></p> <p>(d): <math>\frac{4}{9} \frac{4\bar{v}^{-1} [c^2 + s^2(\bar{v}x+v)]}{c^2 \bar{x}\bar{y}} \left( \frac{1}{x-a+i\epsilon} - \frac{1}{x-b+i\epsilon} \right)</math></p> <p>(e): 0</p>	<p>(g): <math>\frac{5}{9} \frac{4s^{-2} \bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}[(1-\bar{v}s^2)y-v]}</math></p> <p>(h): <math>\frac{5}{9} \frac{-4s^{-2} \bar{v}^{-1} [1 - (\bar{v}x+y)s^2 + 2\bar{v}xys^4]}{[y(1-\bar{v}s^2) - v] \bar{x}\bar{y}}</math></p> <p>(i): <math>\frac{4}{9} \frac{-4c^2}{\bar{y}[y(1-\bar{v}s^2) - v](x-b+i\epsilon)}</math></p> <p>(j): <math>\frac{4}{9} \frac{-4s^2 \bar{v}^{-1} [y - v + \bar{v}x(1-2ys^2)]}{\bar{x}(1-ys^2)[y(1-\bar{v}s^2) - v](x-b+i\epsilon)}</math></p>
--	--

$$a = -\frac{v}{\bar{v}}, \quad b = \frac{y-v-\bar{v}s^2}{v(1-ys^2)}$$

$$H_{LR}^{(\text{dia.})} \left( \frac{1}{S} \alpha, \alpha, \right)$$

<p>(a): <math>\frac{5}{9} \frac{4v^{-1}}{\bar{x}\bar{y}(x-a+i\epsilon)}</math></p> <p>(b): <math>\frac{5}{9} \frac{4\bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}</math></p> <p>(c): 0</p> <p>(d): <math>\frac{4}{9} \frac{4c^{-2} s^2}{y} \left( \frac{1}{x-a+i\epsilon} - \frac{1}{x-b+i\epsilon} \right)</math></p> <p>(e): <math>\frac{4}{9} \frac{-4c^{-2} s^2}{\bar{y}\bar{y}} \left( \frac{1}{x-a+i\epsilon} - \frac{1}{x-b+i\epsilon} \right)</math></p>	<p>(f): 0</p> <p>(g): <math>\frac{5}{9} \frac{4\bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}[(1-\bar{v}s^2)y-v]}</math></p> <p>(h): <math>\frac{5}{9} \frac{-4\bar{v}^{-1} [y + vx(1-2ys^2)]}{\bar{x}\bar{y}[(1-\bar{v}s^2)y-v]}</math></p> <p>(i): <math>\frac{4}{9} \frac{-4c^2 s^2 y}{y(1-ys^2)[(1-\bar{v}s^2)y-v](x-b+i\epsilon)}</math></p> <p>(j): <math>\frac{4}{9} \frac{-4s^2 \bar{v}^{-1} [\bar{y} - \bar{v}x(1-2ys^2)]}{\bar{x}(1-ys^2)[(1-\bar{v}s^2)y-v](x-b+i\epsilon)}</math></p>
---	---

表 3  $H_{+R}^{(\text{diag.})} \left( \frac{1}{S} \alpha_e \alpha_s \right)$ 

(a):	$\frac{5}{9} \frac{8cs^{-1}}{\bar{x}\bar{y}}$	(f):	$\frac{5}{9} \frac{4c^{-1}s^{-1}\bar{v}^{-1}(1-2\bar{v}\bar{x})}{\bar{x}\bar{y}}$
(b):	$\frac{5}{9} \frac{4cs^{-1}\bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}$	(g):	$\frac{5}{9} \frac{4cs^{-1}\bar{v}^{-1}}{\bar{x}\bar{y}(1-\bar{v}s^2)y-v}$
(c):	$\frac{5}{9} \frac{-4cs^{-1}}{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}$	(h):	$\frac{5}{9} \frac{-4cs^{-1}\bar{v}^{-1}y(1-2\bar{v}s^2x)}{\bar{x}\bar{y}[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$
(d):	$\frac{4}{9} \frac{-4c^{-1}\bar{v}^{-1}[1-2\bar{v}s^2\bar{x}]}{\bar{x}(1-\bar{y}s^2)(x-b+ic)}$	(i):	$\frac{4}{9} \frac{-4c^3s\bar{y}}{\bar{y}(1-\bar{y}s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b+ic)}$
(e):	$\frac{4}{9} \frac{4cs}{\bar{y}(1-\bar{y}s^2)(x-b+ic)}$	(j):	$\frac{4}{9} \frac{-4cs\bar{v}^{-1}[v-y+2\bar{v}\bar{x}\bar{y}s^2]}{\bar{x}(1-\bar{y}s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b+ic)}$

夸克线上时,电荷因子变成  $\frac{1}{9}$ ,  $i, j$  是色指标. 与已有的文献一样, 让耦合常数  $\alpha_e = 1/137.036$ ,  $\alpha_s = 0.3$ . 式(4)是可以转化成求迹的, 详细理由见文献[12], 结果如下:

$$H_w^c = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{4}{9} \alpha_e \alpha_s 4 \sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{y}} \times \frac{\text{Tr}[\not{\epsilon}' \not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \not{\epsilon} \not{p} \gamma_\mu \not{p}']}{p_1^2 p_2^2 p_3^2}, \quad (5)$$

其中  $p_1, p_2$  和  $p_3$  表示两个夸克和一个胶子传播子上的动量. 因子 4 来源于色空间的求和,  $\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}$  来源于夸克旋量的归一化, 在文献中往往把它们吸收到分布振幅的定义中. 当我们列出分布振幅(3)式时, 其中已经隐含了用来约化  $\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}$  的因子  $\frac{1}{\sqrt{\bar{x}\bar{y}\bar{y}}}$ , 因此, 在本文后续的表达式中, 将不再明显地写出这样的因子.

因为类似(5)式的计算的图形数目比较多, 我们只把最后结果列在表 1—3 中.

计算是在动量中心系完成的, 相关的动力学变量定义如下:

$$\begin{aligned} p'^\mu &= \frac{\omega + p}{2} (1, -\sin\theta, 0, -\cos\theta); \\ q''^\mu &= \frac{\omega + p}{2} (1, \sin\theta, 0, \cos\theta); \\ p^\mu &= (p, 0, 0, -p); \quad q^\mu = (\omega, 0, 0, p); \\ \epsilon_R^\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -1, -i, 0); \\ \epsilon_R'^\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, -\cos\theta, -i, \sin\theta); \\ \epsilon_L^\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, -i, 0); \quad \epsilon_L'^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (1, 0, 0, 1). \end{aligned} \quad (6)$$

在表 1—3 中, 除了用  $\theta$  表示动量中心系散射角之外, 还使用了下述简写和定义:

$$c = \cos\theta; \quad s = \sin\theta; \quad S = (q + p)^2; \quad v = q^2/S. \quad (8)$$

利用散射振幅的宇称变换不变性, 可以得到另外的 3 个螺旋度振幅

$$\begin{aligned} H_{LL} &= H_{RR}, \quad H_{RL} = H_{LR}, \quad H_{+L} = H_{+R}; \\ H_{-L} &= -v^{-1} H_{+L}, \quad H_{-R} = -v^{-1} H_{+R}. \end{aligned} \quad (9)$$

把我们的  $H_{RR}^{(\text{diag.})}, H_{LR}^{(\text{diag.})}$  表达式跟文献[4]的结果在  $v \rightarrow 0$  的极限下进行比较, 除了我们多计算一倍的独立图形之外, 其余部分是一致的. 对于  $H_{+R}^{(\text{diag.})}$ , 由于我们采用的初态虚光子极化矢量选取得与文献[4]不一样, 两者的表达式明显不一样是可以理解的. 表面上看起来, 文献[4]的  $H_{0R}^{(\text{diag.})}$  表达式有一个优点:  $H_{0R}^{(\text{diag.})} |_{v \rightarrow 0} \rightarrow 0$ . 但是, 文献[4]的虚光子极化矢量对于将来计算完整的物理反应  $e\pi^+ \rightarrow e\gamma\pi^+$  的总截面很不方便, 所以我们决定采用与其不同的极化矢量约定, 详细理由见文献[6].

### 3 数值积分和微分截面

把表 1—3 的  $H_w^{(\text{diag.})}$  对于所有的图形求和, 并把求和的结果  $H_w$  代入(2)式, 得到虚康普顿散射过程  $\gamma^* + \pi^+ \rightarrow \gamma + \pi^+$  的完全振幅  $M_w(v, S, \cos\theta)$ . 再利用下面的关系式, 计算该过程的微分截面<sup>[3,5]</sup>

$$S^3 \frac{d\sigma_w(\theta)}{d\cos\theta} = \frac{1}{2} \bar{v} S^4 \frac{d\sigma_w(\theta)}{dt} = v \frac{S^2}{32\pi} |M_w|^2. \quad (10)$$

当把  $H_w$  的表达式代入(2)式进行积分时, 有如下形式的奇异积分

$$I = \int dx dy \frac{f(x, y)}{x - a(y) + i\epsilon}. \quad (11)$$

使用下面的方法, 可以严格地处理这种奇异问题,

$$\begin{aligned} I &= P \frac{f(x, y)}{(x-a)} - i\pi \int dx dy f(x, y) \delta(x-a), \\ P \frac{f(x, y)}{x-a} &= \frac{f(x, y) - f(a, y)}{x-a} + f(a, y) \log \frac{1-a}{a}, \end{aligned} \quad (12)$$

从而得到可靠的数值结果. 我们把结果用图形的方式表示在图 3—5 中. 关于这些图形中所蕴含的物理, 应强调以下几点:

第一, 在图 4 中, 选择最简单的分布振幅  $\phi_{as}$  计算了散射过程  $\gamma^* \pi^+ \rightarrow \gamma \pi^+$  的截面和相位随着入射光子的虚度的变化情况, 在其他模型的分布振幅中, 规律是一样的. 在小的散射角区域, 截面随着  $v \rightarrow -1$  而增大; 在大散射角区域, 截面随着  $v \rightarrow -1$  而减小.

第二, 在图 3 中, 比较了不同的模型对于实康普顿散射的截面和相位的影响. 从这个图形可以看

出, 相对于  $\phi_{as}$  和  $\phi_{cs}$ , 压低端点的分布振幅  $\phi_{bhl}$  和  $\phi_{hs}$  所给出的散射截面虽然被压低. 但是, 压低的幅度并不是很大, 因此分布振幅的端点区域对物理截面的影响并不是决定性的. 为了更加清楚地看到这一点, 图 5 进一步研究了在虚康普顿散射的情况下, 不同模型的分布振幅对 3 个极化过程的散射截面的影响. 图 5 的上半部分表示的是  $v = -0.05$  的条件下, 相应的截面对散射角的依赖关系. 下半部分为  $v = -0.8$  的条件下的相应量. 同样地, 我们看到, 那些端点区域受到压低的分布振幅给出的散射截面并

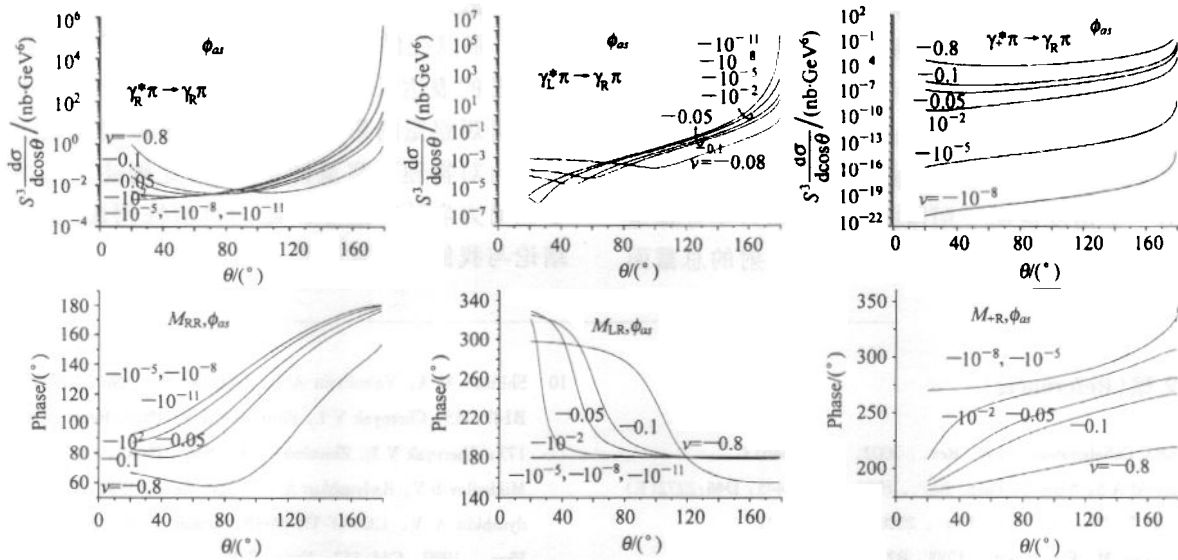


图 4 入射光子的虚度对于极化的散射截面和相位的影响

分布振幅是  $\phi_{as}$ . 当  $v \rightarrow 0$ , 振幅  $M_{L,R}$  的相位趋向于  $180^\circ$ , 可以通过重新定义相位的取值范围而使它趋向于零, 从而和文献[6]的结果保持一致.

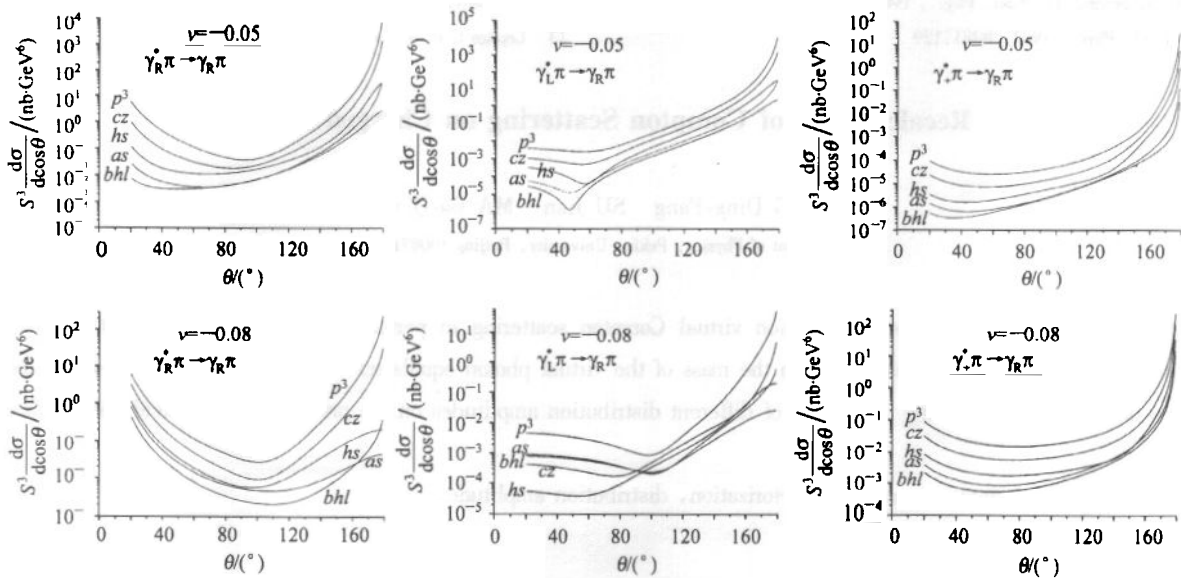


图 5 进一步研究分布振幅的特点对于极化过程截面的影响

中心和端点区域都加强的分布振幅  $\phi_{p^3}$  总是给出最大的截面值.

没有受到太多的压低. 只是, 端点和中心区域都加强的分布振幅  $\phi_{p_3}$  始终给出最大的截面.

这一点, 对于用微扰量子色动力学计算这个问题的合法性是个非常重要的支持. 因为, 倘若分布振幅的非常靠近端点的区域对于散射截面的贡献是压倒性优势的, 则在图 2 的各个费曼图中, 胶子上流过的动量将非常小, 从而使微扰量子色动力学根本就无法在这个问题中合理地应用. 现在, 我们的结果表明并不是这样, 因而, 用微扰量子色动力学计算这个问题是合理的, 也就是说, 我们的做法是自洽的. 并且, 如果仔细地考虑耦合常数的跑动, 加上高阶图形的修正将可能减小不同分布振幅引起的物理截面的差异.

另外也可以看到, 在所有的极化过程截面中, 大角度散射事件发生的几率总是最大的. 由于大的散射角总是对应着图 2 中大动量胶子的交换, 因此, 这也从另一个角度说明了用微扰量子色动力学计算这个问题的自洽性, 尤其是, 如果只关心散射的总截面

而不关心它的角分布的话.

最后要说明的是, 我们利用 (2) 式作数值积分时, 是用 VEGAS 程序作的, VEGAS 算法是一个自适应的算法, 它是目前为止最好的数值积分算法之一<sup>[13]</sup>. 在所有的情况下, 它报的标准差都小于 1/1000, 因此我们的数值积分是可靠的.

## 4 结论

本文用微扰量子色动力学计算了  $\pi^+$  介子的虚康普顿散射  $\gamma^* \pi^+ \rightarrow \gamma \pi^+$  过程的微分截面和相应的相位. 跟以往的文献不同, 本文给出了全部独立的费曼图的表达式. 通过比较 5 个不同的分布振幅对物理可观察量的影响, 说明了分布振幅在端点区域的行为对物理可观察量的影响, 由此阐述了用微扰量子色动力学计算这个问题的自洽性问题, 所得到的结论与我们的出发点是一致的.

## 参考文献 (References)

- 1 SELEX Collaboration. Phys. Rev., 2002, **C66**:034613
- 2 Kronfeld A S, Nizic B. Phys. Rev., 1992, **D44**:3445; **D46**:2272(F)
- 3 Brooks T, Dixon L. Phys. Rev., 2000, **D62**:114021
- 4 Tamazout M. Phys. Lett., 1988, **B211**:477
- 5 Coriano C, LI H N. Nucl. Phys., 1995, **B434**:535
- 6 Maina E, Torasso R. Phys. Lett., 1994, **B320**:337
- 7 Farrar G R, ZHANG Hua-Yi. Phys. Rev., 1990, **D41**:3348
- 8 Lepage G P, Brodsky S J. Phys. Rev., 1980, **D22**:2157
- 9 Botts J, Sterman G. Nucl. Phys., 1989, **B325**:62; LI H N, Sterman G. Nucl. Phys., 1992, **B381**:129
- 10 Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. Nucl. Phys., 1979, **B147**:385; Chernyak V L, Zhitnitsky A R. Phys. Rept., 1984, **112**:173; Chernyak V L, Zhitnitsky A R. Nucl. Phys., 1982, **B201**:492; Mikhailov S V, Radyushkin A V. Phys. Rev., 1992, **D45**:1754; Radyushkin A V. CEBAF-TH-94-13; Braun V M, Filyalov I E. Z. Phys., 1989, **C44**:157; Farrar G R, Huleihel K, ZHANG H. Nucl. Phys., 1991, **B349**:655
- 11 HUANG T, SHEN Q X. Z. Phys., 1991, **C50**:139; HUANG T, MA B Q, SHEN Q X. Phys. Rev., 1994, **D49**:1490
- 12 Field R. Applications of perturbative QCD. Addison Wesley Publishing Company, 1989, 312—324
- 13 Lepage G P. J. Comput. Phys., 1978, **27**:192

## Recalculation of Compton Scattering on Charged Pions

ZENG Ding-Fang SU Jian MA Bo-Qiang<sup>1)</sup>

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract** In this paper, we recalculate pion virtual Compton scattering in perturbative QCD. Our calculation treats real Compton scattering as a limit case in which the mass of the virtual photon equals zero. To prove the validity of our method, we place our focus on comparing the effects of different distribution amplitudes on the prediction of physical observables.

**Key words** virtual Compton scattering, factorization, distribution amplitude.

Received 15 May 2002, Revised 11 July 2002

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (19955052, 10025523, and 90103007)

1) E-mail: mabg@pku.edu.cn