

# 关于 $A \approx 190$ 超形变核态自旋指定的综合分析\*

狄尧民<sup>1)</sup>

(徐州师范大学物理系 徐州 221009)

**摘要** 不拘泥在  $I(I+1)$  展开式中究竟取几项(即采用三参数还是四参数),而是着重看其收敛过程,并在这一基础上用物理量拟合法和带首转动惯量系统学等方法对  $A \approx 190$  核区偶偶核的超形变转动带的自旋指定做了综合分析和讨论,给出了结果并与其他文献做了比较.

**关键词** 核结构 超形变核态  $A \approx 190$  核区 自旋的指定

## 1 引言

自旋的指定对超形变核态系统学的研究是至关重要的. 通常采用的方法主要有物理量拟合法<sup>[1-5]</sup>和带首转动惯量系统学两种<sup>[6,7]</sup>.

目前最流行的方法是拟合法,在实验数据较为丰富的情况下,特别是在某一核区已有能在实验上直接测定自旋的转动带的情况下,带首转动惯量系统学则会显示出其明显的优越性. 拟合法的基本思想是:选定描述转动带的某一理论公式,根据不同的自旋指定来计算某一物理量(通常是跃迁能量,第一类或第二类转动惯量),然后与实验值进行比较,通常认为方均根偏差最小的情况为正确的自旋指定值. 显然转动带能谱的理论公式是重要的,带首转动惯量的确定也依赖于理论公式.

Bohr-Mottelson 早就指出,转动带能谱可以展开为  $I(I+1)$  的幂级数<sup>[8]</sup>,即

$$E(I) = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + C[I(I+1)]^3 + D[I(I+1)]^4 + \dots \quad (1)$$

虽然一般认为该公式收敛性不如 Harris 的转动能按  $\omega^2$  ( $\omega$  为转动角速度)展开的公式<sup>[9]</sup>,吴-曾  $ab$  公式<sup>[10]</sup>能很好地拟合转动能谱,因而被认为是最好的二参数公式,但(1)式可以方便地用线性最小二乘法来进行自旋的指定. 收敛较慢也具有优点,它有助于我们看到其收敛的过程,有助于具体情况具体分析. 而采用双精度计算可以确保其所需要的精度.

用  $I(I+1)$  展开来讨论自旋的指定已经有了一些工作. 与通常的做法不同,本工作具

2001-06-26 收稿

\* 江苏省教委自然科学基金资助

1) E-mail: diym@pub.xz.jsinfo.net

有如下特点:

(1) 并不拘泥在展开式中究竟取几项(即采用三参数还是四参数),而是着重看其收敛过程.事实上,参数并不是越多越好.众所周知,拟合法与实验数据的数目有关,实验数据较少而参数增多常会使可区分性下降而失效.

(2) 利用(1)式来计算带首转动惯量,进行系统学分析.

(3) 对于少数难以判断的情形,还要考虑它偏离典型转动带的程度,这可以从第二类转动惯量变化趋势来分析.

在超形变核态自旋的指定中, $A \approx 190$ 核区是最为成功的.即使如此,采用不同方案,不同理论公式,其结果还是有些差异.本工作采用上述综合分析的方法,对该核区偶偶核的超形变转动带的自旋指定做了讨论.有关实验数据均根据参考文献[11].

## 2 对已有实验值的超形变转动带的 $I(I+1)$ 分析

在  $A \approx 190$  核区, $^{194}\text{Hg}(1)$ , $^{192}\text{Pb}(1)$ 和 $^{194}\text{Pb}(1)$  3 个超形变转动带的自旋已经由实验确定.对其进行理论分析是很有意义的.

分别用三参数、四参数、五参数乃至六参数的  $I(I+1)$  展开来拟合以上 3 个超形变转动带的  $\gamma$  跃迁能量,并用物理量拟合法和带首转动惯量系统学来分析,有关数据列于表 1 和表 2 之中.从表 1 的数据可以看出,物理量拟合法是非常行之有效的,但也可以看出其具有一定的理论公式相关性.用三参数、四参数展开来分析 $^{192}\text{Pb}(1)$ 带与实验符合得很好,参数多了反而有一些偏差.从表 2 可以看出在  $A \approx 190$  核区晕带的带首转动惯量的取值范围,还可看出用自旋的实验值来计算的带首转动惯量具有较小的理论公式相关性,这也在一个方面体现带首转动惯量系统学的可靠性.

表 1 已有实验值的超形变转动带的物理量拟合法分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	3	4	5	6
$^{194}\text{Hg}$	254.3	9	3.1041	1.7562	0.9484	
		<b>10</b>	0.5030	0.2494	0.0643	
		11	1.7330	1.0141	0.6696	
$^{192}\text{Pb}$	215.6	6			1.0137	0.4288
		7	2.1182	0.8162	0.4839	0.4428
		<b>8</b>	0.7700	0.7250	0.6834	0.6246
		9	1.6971	1.2899	0.9407	0.7400
$^{194}\text{Pb}$	124.9	3	4.9141	3.3723	2.4986	1.8140
		<b>4</b>	0.5321	0.2235	0.2134	0.1848
		5	3.1124	2.2350	1.4974	1.0730

注:黑体表示自旋的实验值,相关的数据为平均均方根误差,单位为 keV.

表 2 已有实验值的超形变转动带的带首转动惯量系统学分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	3	4	5	6
$^{194}\text{Hg}$	254.3	9	83.686	82.050	80.078	
		<b>10</b>	<b>89.258</b>	<b>88.932</b>	<b>88.661</b>	
		11	95.143	96.347	97.441	
$^{192}\text{Pb}$	215.6	7	78.143	76.208	75.177	74.760
		<b>8</b>	<b>86.163</b>	<b>85.832</b>	<b>87.643</b>	<b>87.483</b>
		9	94.870	94.870	99.408	103.058
$^{194}\text{Pb}$	124.9	3	80.067	77.572	75.613	73.814
		<b>4</b>	<b>88.121</b>	<b>87.709</b>	<b>87.634</b>	<b>87.476</b>
		5	96.993	99.270	101.776	104.003

注:黑体表示自旋的实验值,相关的数据为带首转动惯量,单位为  $\text{h}^2\text{MeV}^{-1}$

### 3 晕带自旋指定的讨论

用三参数、四参数、五参数的展开来拟合晕带的  $\gamma$  跃迁能量,并用物理量拟合法和带首转动惯量系统学来分析,有关数据分别列于表 3 和表 4 之中。

从有关数据可以看出,在  $A \approx 190$  核区的 8 条超形变转动晕带中,有 5 条 3 种情形的最佳拟合完全一致,因此可以认为用物理量拟合法可以完全确定自旋的指定。如果认为在  $A \approx 190$  核区,晕带的带首转动惯量在  $84\text{--}89\text{h}^2\text{MeV}^{-1}$  之间(以四参数计算为准),则可以确定其中的 7 条。只有  $^{190}\text{Hg}(1)$  例外,用两种方法都有一些不确定性。

表 3 晕带的物理量拟合法分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	3	4	5	最佳拟合数
$^{190}\text{Hg}$	316.9	11	3.4972	0.6861	0.5710	
		12	2.0503	0.4135	0.2277	1
		13	1.2446	0.9339	0.2022	2
		14	1.4056	1.3959	0.3457	
$^{192}\text{Hg}$	214.4	7	3.9659	2.6224	1.2282	
		<b>8</b>	<b>0.9556</b>	<b>0.8179</b>	<b>0.3336</b>	<b>3</b>
		9	2.0911	1.2716	1.1584	
$^{194}\text{Hg}$	254.3	9	3.1041	1.7562	0.9484	
		<b>10</b>	<b>0.5030</b>	<b>0.2494</b>	<b>0.0643</b>	<b>3</b>
		11	1.7330	1.0141	0.6696	
$^{192}\text{Pb}$	215.6	6			1.0137	
		7	2.1182	0.8162	0.4839	1
		8	0.7700	0.7250	0.6834	2
		9	1.6971	1.2899	0.9407	

续表

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	3	4	5	最佳拟合数
$^{194}\text{Pb}$	124.9	3	4.9141	3.3723	2.4986	3
		4	0.5321	0.2235	0.2134	
		5	3.1124	2.2350	1.4974	
$^{196}\text{Pb}$	129.0	3	5.3218	4.0983	3.1226	3
		4	0.9848	0.9163	0.7699	
		5	2.7165	1.5552	1.0002	
$^{198}\text{Pb}$	305.1	11	2.2523	0.9329	0.6631	2
		12	0.8583	0.4699	0.4699	
		13	0.7999	0.6996	0.4805	
		14	1.6806	1.0600	0.5621	
$^{198}\text{Po}$	175.2	5	2.4564	1.3872	0.8146	3
		6	0.2860	0.2467	0.2207	
		7	1.3878	0.6026	0.2537	

注:黑体表示自旋能惟一指定的值,相关的数据为均方根误差,单位为 keV.

表 4 晕带的带首转动惯量系统学分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	3	4
$^{190}\text{Hg}$	316.9	11	76.723	75.010
		12	82.967	82.363
		13	89.623	90.442
$^{192}\text{Hg}$	214.4	7	82.132	80.342
		<b>8</b>	88.073	87.721
		9	94.393	95.791
$^{194}\text{Hg}$	254.3	9	83.686	82.050
		<b>10</b>	89.258	88.932
		11	95.143	96.347
$^{192}\text{Pb}$	215.6	7	78.143	76.208
		<b>8</b>	86.163	85.832
		9	94.870	94.870
$^{194}\text{Pb}$	124.9	3	80.067	77.572
		<b>4</b>	88.121	87.709
		5	96.993	99.270
$^{196}\text{Pb}$	129.0	3	79.412	77.076
		<b>4</b>	87.502	87.198
		5	96.562	98.748
$^{198}\text{Pb}$	305.1	11	81.532	79.670
		<b>12</b>	87.653	86.682
		13	94.162	94.681
$^{198}\text{Po}$	175.2	5	74.707	72.534
		<b>6</b>	84.533	84.360
		7	95.444	97.954

注:黑体表示自旋能惟一确定值,相关的数据为带首转动惯量,单位为  $\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ .

要完全地确定 $^{190}\text{Hg}(1)$ 带的自旋,就应该考虑它偏离典型转动带的程度,这可以从第二类转动惯量变化趋势来分析.从该带的实验数据来看,与最后3个 $\gamma$ 跃迁能量相应的第二类转动惯量与典型转动带有明显偏离<sup>[10]</sup>,去掉这3个数据后再作拟合,其计算结果以及与原来的计算对比列于表5之中.从该表的数据可以看出,考虑了这一因素后,用三参数、四参数、五参数以及六参数4种情形的最佳拟合完全一致,从而唯一地确定了自旋的指定.

表5  $^{190}\text{Hg}$  晕带的物理量拟合法分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>	<u>6</u>
$^{190}\text{Hg}$	316.9 ( $n=15$ )	11	3.4972	0.6861	0.5710	0.1969
		12	2.0503	0.4135	0.2277	0.1167
		13	1.2446	0.9339	0.2022	0.1965
		14	1.4056	1.3959	0.3457	0.2680
$^{190}\text{Hg}$	316.9 ( $n=12$ )	11	1.6163	0.5771	0.2347	0.1240
		<b>12</b>	0.4343	0.0860	0.0649	0.0649
		13	0.5617	0.3338	0.1578	0.0751

注:黑体表示自旋的指定值,相关的数据为均方根误差,单位为 keV.

#### 4 激发带自旋指定的讨论

确定了晕带的自旋以后,我们再来讨论激发带自旋的指定.由于激发带数据较少,因此用二参数、三参数、四参数的展开来拟合,数据较多的 $^{194}\text{Hg}(2)$ , $^{194}\text{Hg}(3)$ 带则仍用三参数、四参数、五参数的展开,然后用物理量拟合法和带首转动惯量系统学来分析,表6和表7中列出了有关数据.

与晕带相比,激发带的带首转动惯量较大,在  $91-95 \text{h}^2 \text{MeV}^{-1}$  之间(以三参数计算为准). $^{190}\text{Hg}(2)$ , $^{190}\text{Hg}(4)$ 和 $^{196}\text{Pb}(3)$ 带实验数据很少,用物理量拟合法失效,用带首转动惯量系统学却可以定出自旋的数值.

表6 激发带的物理量拟合法分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	最佳拟合数
$^{190}\text{Hg}(3)$	279.0	11	2.2595	0.9938	0.5239	<u>3</u>
		12	0.2941	0.2930	0.2888	
		13	1.8312	0.6605	0.4341	
$^{192}\text{Hg}(2)$	282.4	11	1.8721	0.9623	0.2910	2
		12	0.4057	0.3994	0.2273	
		13	1.5306	0.3244	0.2993	

续表

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	2	3	4	最佳拟合数
$^{192}\text{Hg}(3)$	333.1	12	3.0840	0.5245	0.2705	
		13	2.2380	0.1708	0.1473	1
		14	1.5973	0.2171	0.1051	1
		15	1.1412	0.4189	0.1223	
$^{194}\text{Hg}(2)$ (3,4,5)	201.2	7	2.9601	1.9679	1.1700	
		8	0.1990	0.1780	0.1009	3
		9	2.4899	1.3726	0.9320	
$^{194}\text{Hg}(3)$ (3,4,5)	262.2		2.2533	1.2792	0.6678	
			0.2343	0.2112	0.1737	3
			1.6436	0.8534	0.5433	
$^{194}\text{Pb}(2a)$	241.2	9	2.3366	1.3945	0.4941	
		10	0.6346	0.6249	0.3353	2
		11	1.8183	0.3995	0.3954	1
		11		0.6998	0.4946	
$^{194}\text{Pb}(2b)$	260.9	9		1.7626	0.4792	
		10	2.3647	0.8388	0.2679	1
		11	0.5580	0.4013	0.3872	2
		12	1.3381	0.6834	0.5380	
$^{196}\text{Pb}(2a)$	204.6	7	4.8797	1.8383	0.9970	
		8	1.3913	0.3792	0.3474	3
		9	2.2852	1.7746	0.9426	
$^{196}\text{Pb}(2b)$	226.8	8	4.5360	2.0565	1.2484	
		9	1.1689	0.4065	0.3769	2
		10	1.8369	1.0869	0.3402	1
		11			0.7606	

注:黑体表示自旋可以惟一确定的值,相关的数据为均方根误差,单位为 keV.

## 激发带的带首转动惯量系统学分析

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	2	3
$^{190}\text{Hg}(2)$	481.1	22	94.84	88.178
		23	99.26	93.014
		24	103.80	98.042
$^{190}\text{Hg}(3)$	279.0	11	87.831	86.145
		12	95.539	95.106
		13	103.824	105.119
$^{190}\text{Hg}(4)$	487.8	21	91.948	86.418
		22	96.156	91.153
		23	100.472	96.080

续表

核素	$E(I+2-I)/\text{keV}$	$I$	2	3
$^{192}\text{Hg}(2)$	282.4	11	86.136	86.136
		<b>12</b>	94.335	94.335
		13	103.206	103.206
$^{192}\text{Hg}(3)$	333.1	13	85.812	85.557
		<b>14</b>	90.890	92.405
		15	96.136	99.737
$^{194}\text{Hg}(2)$ (3,4,5)	201.2	7	87.167	85.647
		<b>8</b>	93.638	93.701
		9	100.542	102.534
$^{194}\text{Hg}(3)$ (3,4,5)	262.2	10	88.025	86.610
		<b>11</b>	93.405	93.890
		12	100.279	101.769
$^{194}\text{Pb}(2a)$	241.2	9	85.586	82.197
		<b>10</b>	94.775	93.333
		11	104.808	105.016
$^{194}\text{Pb}(2b)$	260.9	10	85.596	83.833
		<b>11</b>	94.184	93.874
		12	103.502	105.133
$^{196}\text{Pb}(2a)$	204.6	7	83.258	81.684
		<b>8</b>	91.525	91.722
		9	100.490	102.977
$^{196}\text{Pb}(2b)$	226.8	8	84.103	82.342
		<b>9</b>	91.980	91.774
		10	100.496	102.259
$^{196}\text{Pb}(3)$	405	17	88.72	84.33
		<b>18</b>	94.51	90.95
		19	100.52	97.99

注:黑体表示自旋的指定值,相关的数据为带首转动惯量,单位为  $\hbar^2\text{MeV}^{-1}$ 

## 5 自旋指定的结果

采用上述综合分析的方法,可以定出了  $A \approx 190$  核区偶偶核的超形变转动带的自旋,其结果与其它文献的比较列入表 8 之中.用这种方法指定的自旋应该更可靠些.

表 8  $A \approx 190$  核区偶偶核的超形变转动带的自旋指定的结果以及与其它文献的比较

每 SD 带	$E_\gamma(I+2-I)$ /keV	自旋指定					
		本文	文献[11]	文献[5]	文献[4]	文献[7]	文献[12]
$^{190}\text{Hg}$	316.9	12	12	13	12	12	12
$^{192}\text{Hg}$	214.4	8	8	9	8	8	8
$^{194}\text{Hg}$	254.3	10	10	10	10	10	10

续表

晕 SD 带	$E_{\gamma}(I+2-I)$ /keV	自旋指定					
		本文	文献[11]	文献[5]	文献[4]	文献[7]	文献[12]
$^{192}\text{Pb}$	215.6	8	8	9	8	8	8
$^{194}\text{Pb}$	124.9	4	4	4	4	4	4
$^{196}\text{Pb}$	129.0	4	4	4	4	4	4
$^{198}\text{Pb}$	305.1	12	12	13		12	12
$^{198}\text{Po}$	175.2	6	6	6		6	6
激发 SD 带							
$^{190}\text{Hg}(2)$	481.1	(23)	23	(31)		(23)	
$^{190}\text{Hg}(3)$	279.0	12	14	12		11	
$^{190}\text{Hg}(4)$	487.8	(22)	21			(20)	
$^{192}\text{Hg}(2)$	282.4	12	12	12		12	
$^{192}\text{Hg}(3)$	333.1	14	14	14		14	
$^{194}\text{Hg}(2)$	200.8	8	8	8	8	8	8
$^{194}\text{Hg}(3)$	262.8	11	11	11	11	11	11
$^{194}\text{Pb}(2a)$	241.2	10	10	10		10	10
$^{194}\text{Pb}(2b)$	260.9	11	11	11		11	11
$^{196}\text{Pb}(2a)$	204.6	8	8	8		8	8
$^{196}\text{Pb}(2b)$	226.8	9	9	9		9	9
$^{196}\text{Pb}(3)$	405	18	17				

## 参考文献 (References)

- XING Zheng, CHEN Xing-Qu. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1991, **15**:1020(in Chinese)  
(邢正, 陈星夔. 高能物理与核物理, 1991, **15**:1020)
- ZENG J Y, MENG J, WU C S et al. Phys. Rev., 1991, **C44**:1745
- WU C S, ZENG J Y, XING Z et al. Phys. Rev., 1992, **C45**:261
- HU Ji-Min, XU Fu-Rong, ZHENG Chun-Kai. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1996, **20**:554(in Chinese)  
(胡济民, 许甫荣, 郑春开. 高能物理与核物理, 1996, **20**:554)
- WU Chong-Shi. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1998, **22**:71(in Chinese)  
(吴崇试. 高能物理与核物理, 1998, **22**:71)
- LEI Y A, ZENG J Y. Nuclear Science and Technologies, 1997, **8**:65
- LIU Shu-Xin, ZENG Jin-Yan. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 1999, **23**:701(in Chinese)  
(刘树新, 曾谨言. 高能物理与核物理, 1999, **23**:701)
- Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure, Vol.2. New York: Benjamin Press, 1975
- Harris S M. Phys. Rev. Lett., 1964 **13**:663; Phys. Rev., 1965, **B138**:509
- WU C S, ZENG J Y. Commun. In Theor. Phys. (Beijing), 1987, **8**:51
- HAN X L, WU C L. At. Data Nucl. Data Tables, 1999, **73**:43
- FANG Xiang-Zheng, RUAN Tu-Nan. High Energy Phys. and Nucl. Phys., 2001, **25**:315(in Chinese)  
(方向正, 阮图南. 高能物理与核物理, 2001, **25**:315)



## Synthetical Analysis of the Spin Assignment for the Superdeformed Bands in $A \approx 190$ Region \*

DI Yao-Min<sup>1)</sup>

(Department of Physics Xuzhou Normal University, Xuzhou 221009, China)

**Abstract** The spin assignment for the superdeformed bands of even-even nuclei in  $A \approx 190$  region is given by means of using the method of synthetical analysis. In this work, the  $I(I+1)$  expression is used to fit the experimental data of the transition  $\gamma$  energies. In contrast to other procedure, the convergence process of the series expansions is put stress upon, whereas taking how many terms exactly in the expression does not emphasized. Moreover as well as the method of fitting the physical quantity, by use of these series expansions the moment of inertia of band heads is also calculated and then the systematics is used for the spin assignments. In practice, when the experimental data is abundant the systematics of the moment of inertia of band heads is more efficient than the method of fitting the physical quantity in the spin assignment. As for a few bands which spin assignment is difficult, the deviation from the typical rotational bands must be considered, which may be judged easily from the second class of moment of inertia of the bands. Finally the results of the spin assignment and the comparison with other literature are presented. These results should be more reliable.

**Key words** nuclear structure, superdeformed band,  $A \approx 190$  nuclear region, spin assignment

---

Received 26 June 2001

\* Supported by Natural Science Foundation of Jiangsu Education Committee

1) E-mail: diym@pub.xz.jsinfo.net