

数据事例空间的涨落分析*

王韶舜¹⁾ 吴冲

(中国科学技术大学近代物理系 合肥 230027)

摘要 利用单事例阶乘矩方法计算了 NA27 数据的事例空间矩 $C_{p,q}(M)$. 与纯统计涨落的蒙特卡罗事例样本的计算结果比较, 表明 $C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化主要由统计涨落引起的. 对 NA27 数据的质快度间隔作不稳定性分析, 计算了类嫡量 S_q 和 Σ_q , 两者都显著地偏离于 1. S_q 和 Σ_q 随 q 的变化呈指数关系. FRITIOF 模拟能重现此标度行为, 但数值偏离较大.

关键词 单事例矩 统计涨落 质快度间隔 不稳定性

1 引言

高能粒子碰撞中的非线性现象已研究了相当长的时间^[1]. 近来, 一个令人感兴趣的问题是研究事例空间的涨落现象. 问题是如何来测量事例空间的涨落. 曹珍和华家照提出用水平归一化阶乘矩

$$F_q^*(M) = \frac{f_q(M)}{(f_1(M))^q} \quad (1)$$

来表示一个事例的空间结构^[2-4]. $f_q(M)$ 的定义如下:

$$f_q(M) = \langle n_m(n_m - 1) \cdots (n_m - q + 1) \rangle, \quad (2)$$

其中 n_m 是一个子区间中的粒子数, M 是子区间的个数, 符号 $\langle \cdots \rangle$ 是对所有 M 个子区间求平均. 不同的事例 $F_q^*(M)$ 的涨落很大. 定义一个新的矩

$$C_{p,q}(M) = \langle \phi_q^p(M) \rangle, \quad \phi_q(M) = F_q^*(M) / \langle F_q^*(M) \rangle \quad (3)$$

来测量这种涨落的程度. 等式(3)中的符号 $\langle \cdots \rangle$ 是对整个事例样本求平均. 如果 $C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化遵循幂数规律, 即 $C_{p,q}(M) = M^{\mu_q(p)}$, 则可以定义

$$\mu_q = \left. \frac{d}{dp} \psi_q(p) \right|_{p=1} \quad (4)$$

为新的嫡指数. 由于 $C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化不遵循简单的幂数规律^[5,6], 但是对 M 具有相

2001-03-27 收稿, 2001-05-21 收修改稿

* 国家自然科学基金(19975045)资助

1) E-mail: wangss@ustc.edu.cn

似的非线性依赖关系,这时可考虑一般化形式的标度律^[5]

$$C_{p,q}(M) \propto g(M)^{\mu'_q(p)} \quad (5)$$

和

$$\mu'_q = \left. \frac{d}{dp} \psi'_q(p) \right|_{p=1} \quad (6)$$

这种方法不能反映事例的所有细节,因为只有当一个子区间内的粒子数 $n_m \geq q$ 时才对 $f_q(M)$ 有贡献,而不管这个子区间在(赧)快度空间的位置. 即这种方法只对粒子在(赧)快

度空间的局部涨落灵敏,而对粒子在(赧)快度空间的位置分布不灵敏. 特别是当事例的多重数较低和 M 较大时,只有极少数事例具有 $n_m \geq q$,因此统计涨落很大. 事例空间矩可能为统计涨落所掩盖^[7,8]. 为此我们对 NA27 数据计算了矩 $C_{p,q}(M)$. 计算结果见图 1. 如文献[9]所作的那样,图 1(a)是 $\ln C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化,图 1(b)是 $\ln C_{p,q}(M)$ 随 $\ln C_{2,2}(M)$ 的变化. 图 1 中亦给出对蒙特卡罗事例样本的计算结果. 蒙特卡罗事例样本具有与实验数据同样的事例数和多重数分布,但是没有关联,粒子以相同的几率随机分布. 由图 1 可见 $\ln C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化主要由统计涨落引起的. 这表明,在低多重数情况下,以单事例水平阶乘矩为基础的方法不适宜用于分析事例空间的不稳定性. 为此,华家照和张庆辉提出了两种适用于低多重数事例的利用(赧)快度间隔分布测量事例空间不稳定性的方法^[10]. 本文利用此方法来分析 400GeV/c pp 碰撞多重产生的实验数据. 并与 FRITIOF 模拟的结果作比较.

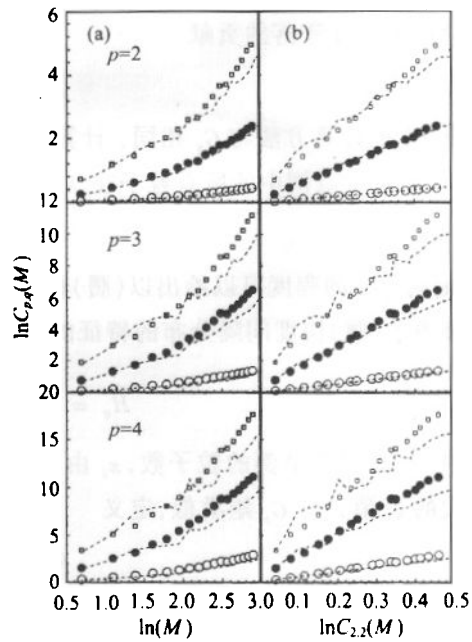


图 1 (a) $\ln C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化;
(b) $\ln C_{p,q}(M)$ 随 $\ln C_{2,2}(M)$ 的变化
虚线是纯统计涨落情况.
 $\square = q=4, \bullet = q=3, \circ = q=2$.

2 方法

方法详见文献[10]. 通常利用累积变量 $X(\eta)$ 来代替 η ^[11,12]. 在 X 空间单粒子密度在(0—1)范围内是均匀分布的. 考虑一个事例具有 N_c 个粒子,分别用符号 $i=1,2,\dots,N_c$ 来表示. 它们在 X 空间的位置 X_i 从小到大顺序排列. 定义两相邻粒子间的距离为

$$x_i = X_{i+1} - X_i, \quad i=0, \dots, N_c, \quad (7)$$

其中 $X_0=0, X_{N_c+1}=1$. x_i 满足

$$\sum_{i=0}^{N_c} x_i = 1. \quad (8)$$

对每个事例定义一个新的矩

$$G_q = \frac{1}{N_c + 1} \sum_{i=0}^{N_c} x_i^q, \quad (9)$$

其中 $G_0 = 1$ 和 $G_1 = \frac{1}{N_c + 1}$. 由此可得类熵量

$$s_q = -\langle G_q \ln G_q \rangle, \quad (10)$$

这里符号 $\langle \dots \rangle$ 代表对所有事例求平均. 由于 G_q 矩没有消除统计涨落的影响, 为此需要同时计算纯统计涨落的贡献

$$s'_q = -\langle G'_q \ln G'_q \rangle, \quad (11)$$

这里 G'_q 的计算方法与 G_q 相同. 计算的事例样本的事例数和多重数分布与实验数据完全相同, 但每个事例中的所有粒子在 X 空间是等几率随机分布的. 计算比值

$$S_q = s_q / s'_q, \quad (12)$$

S_q 偏离于 1 的程度可以给出以(赓)快度间隔为基础的事例空间的不稳定性测量. 另一种能够表示(赓)快度间隔分布的特征的矩定义如下:

$$H_q = \frac{1}{N_c + 1} \sum_{i=0}^{N_c} (1 + x_i)^{-q}, \quad (13)$$

其中 N_c 是一个事例的粒子数, x_i 由(7)式给出. 与 G_q 矩一样, 对 H_q 矩的主要贡献来自于大的 x_i 值. 与 G_q 矩类似, 定义

$$\sigma_q = -\langle H_q \ln H_q \rangle, \quad (14)$$

并与纯统计涨落的贡献

$$\sigma'_q = -\langle H'_q \ln H'_q \rangle \quad (15)$$

作比较得到

$$\Sigma_q = \frac{\sigma_q}{\sigma'_q}, \quad (16)$$

Σ_q 是另一种以粒子间的(赓)快度间隔为基础的事例空间的不稳定性测量.

3 实验结果

利用 CERN NA27 合作组提供的 LEBC 泡室照片测量了 400 GeV/c pp 碰撞产生的带电粒子多重数分布和赓快度分布, 共测量了 3950 个多重数 $N_c \geq 4$ 的非单衍事例. 测量方法详见文献[13]. 为了与实验结果作比较, 利用 FRITIOF 7.02 和 JETSET 7.3 蒙特卡罗程序模拟 400 GeV/c pp 碰撞多粒子产生的事例样本^[14,15]. 总共产生 4500 个非单衍事例. 其归

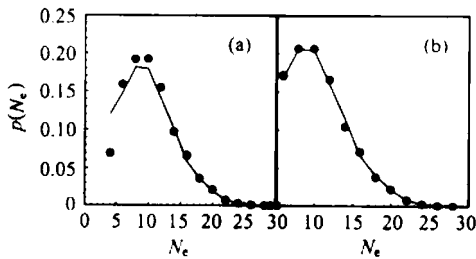


图 2 归一化多重数分布
(a) $N_c \geq 4$ 事例; (b) $N_c \geq 6$ 事例
• 实验点, — FRITIOF 模拟结果.

一化多重数分布见图2. 除了 $N_c = 4$ 以外, 两者符合得很好. 图3给出固定多重数情况下的赝快度分布. 可见, 除了 $\eta \leq -3.6$ 区域外, 两者符合得很好. 模拟数据在 $\eta \leq -3.6$ 区域无粒子是因为模拟时限定出射粒子只在实验室系前半球方向发射.

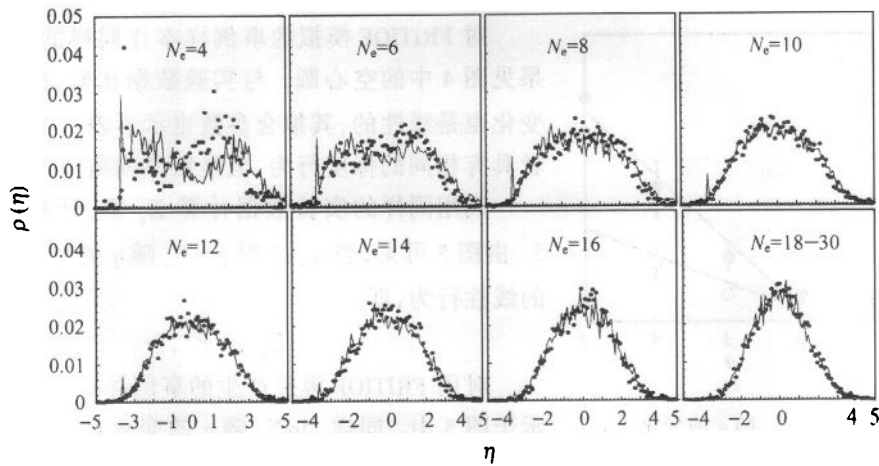


图3 固定多重数情况下的赝快度分布
 • 实验点, —FRITIOF 模拟结果.

在以前的论文中, 我们在全赝快度空间来计算类熵量 S_q 和 Σ_q , 即包括一个事例的所有带电粒子^[16]. 这个结果不能与华家照利用 ECOMB 程序模拟 NA22 的结果作比较, 因为计算时利用了不同的赝快度区间. 且 ECOMB 模型只模拟 π 介子的产生, 并不包括所有的带电粒子(如领头粒子). 为了能与 ECOMB 和 FRITIOF 的模拟结果作比较, 以检验模型的适用性. 计算的赝快度区间取为 $(-2 \leq \eta \leq 2)$. 并且只选取在此区间内含有 6 个粒子以上的事例, 以完全消除可能含有的衍射事例. 总共有 2515 个实验事例和 2723 个 FRITIOF 事例被选取. 首先, 利用累积变量 $X(\eta)$ 来代替 η , 利用式(7)–(12)计算 S_q , 计算结果见图4(a). 由图可见, S_q 显著地偏离于 1, 并且 $\ln S_q$ 随 q 的变化具有较好的线性行为, 即 S_q 满足以下关系

$$S_q \propto e^{aq}. \quad (17)$$

拟合参数列于表1. 这个结果不同于华家照和张庆辉用 ECOMB 模拟 NA22 数据所获得的结果. 他们得到的是 S_q 满足幂数规律

$$S_q \propto q^{a1}. \quad (18)$$

为此用 $\ln S_q$ 随 $\ln q$ 的变化作图(见图4(b)). 同样对实验数据作线性拟合, 拟合参数见表1. 从图4和表1可见, S_q 随 q 的变化是指数行为, 不是幂数规律.

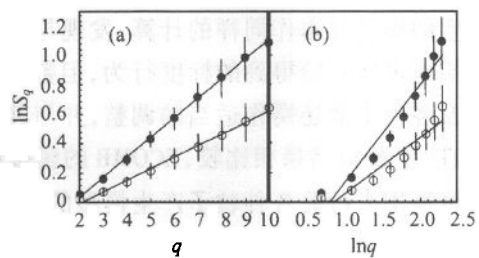
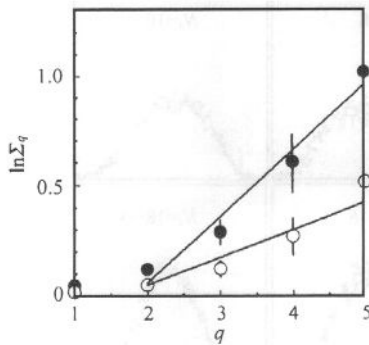


图4 (a) $\ln S_q$ 随 q 的变化;
 (b) $\ln S_q$ 随 $\ln q$ 的变化

• 实验数据, ◯ FRITIOF 模拟结果, — 线性拟合.

表 1 $\ln S_q$ 随 q 以及 $\ln \Sigma_q$ 随 $\ln q$ 变化的线性拟合系数 α 和 α_1

事例样本	α	χ^2/NDF	α_1	χ^2/NDF
实验数据	0.133 ± 0.002	0.42	0.66 ± 0.06	18.8
FRITIOF 模拟结果	0.078 ± 0.002	0.92	0.38 ± 0.04	10.2

图 5 $\ln \Sigma_q$ 随 q 的变化

● 实验数据, ○ FRITIOF 模拟结果,
— 线性拟合.

对 FRITIOF 模拟的事例样本作同样的计算, 其结果见图 4 中的空心圆. 与实验数据比较, $\ln S_q$ 随 q 的变化也是线性的, 其拟合参数也示于表 1 中. 可见, 两者具有相同的标度行为, 但是数值偏离较大.

利用同样的实验数据计算 Σ_q 矩, 计算结果见图 5. 由图 5 可见, 当 $q \geq 2$ 时, $\ln \Sigma_q$ 随 q 的变化具有近似的线性行为, 即

$$\Sigma_q \propto e^{\beta q}, \quad (19)$$

对用 FRITIOF 模拟产生的事例样本的计算结果亦示于图 5 中. 同样, $\ln \Sigma_q$ 随 q 的变化具有近似的线性行为. 其线性拟合参数为, 实验数据: $\beta = 0.30 \pm 0.04$; FRITIOF 模拟结果: $\beta = 0.15 \pm 0.03$.

4 结论

对 400 GeV/c pp 碰撞多粒子产生的实验数据作事例空间的不稳定性分析. 利用单事例阶乘矩方法计算了事例空间矩 $C_{p,q}(M)$, 与纯统计涨落的蒙特卡罗事例样本的计算结果比较, 表明 $C_{p,q}(M)$ 随 M 的变化主要由统计涨落引起的. 因此单事例阶乘矩方法不宜用来分析低多重数事例结构的涨落现象. 为此, 对 NA27 数据的赝快度间隔作不稳定性分析, 计算了类熵量 S_q 和 Σ_q , 发现 S_q 和 Σ_q 明显地偏离于 1, 表明两者均能显示多粒子产生过程中的动力学涨落. 其中 $\ln S_q$ 随 q 的变化有较好的线性行为. $\ln \Sigma_q$ 随 q 的变化也具有近似的线性行为. 这些结果与全赝快度情况下的计算结果类似^[16]. 上述结果表明在低多重数情况下利用赝快度间隔作多粒子产生的不稳定性分析是可行的. 对用 FRITIOF 模拟产生的事例样本作同样的计算, 发现与全赝快度情况下的计算结果不同. FRITIOF 的模拟结果能再现实验得到的标度行为, 但数值与实验结果仍偏离较大. 表明模型的物理机制以及各种参数还需作适当的调整, 并与其他实验结果相比较, 以检验该模型的适用性. 与 FRITIOF 模拟结果相比较, ECOMB 的模拟结果偏离实验结果较大, 这说明对 S_q 和 Σ_q 的计算可能用来检验各种粒子产生模型的适用性.

作者对 CERN NA27 合作组提供 LEBC 泡室照片和测量设备深表感谢.

参考文献 (References)

- 1 de Wolf E A, Dremin I M, Kittel W. Phys. Rep., 1996, 270:1

- 2 CAO Zhen, Hwa Rudolph C. Phys. Rev. Lett., 1995, **75**:1268
- 3 CAO Zhen, Hwa Rudolph C. Phys. Rev., 1996, **D54**:6674
- 4 CAO Zhen, Hwa Rudolph C. Phys. Rev., 1997, **E56**:326
- 5 CAO Zhen, Hwa Rudolph C. Phys. Rev., 2000, **D61**:074011-1
- 6 WANG Shao-Shun, WANG Zhao-Ming. Phys. Lett., 1998, **B416**:216
- 7 FU Jing-Hua, WU Yuan-Fang, LIU Lian-Shou. Phys. Lett., 2000, **B472**:161
- 8 LIU Lian-Shou, FU Jing-Hua, WU Yuan-Fang. Science in China (Series A), 2000, **43**:1215
- 9 WANG Shao-Shun, WU Chong. High Energy Phys. and Nucl. Phys. 2000, **24**(4):285-289 (in Chinese)
(王韶舜, 吴冲. 高能物理与核物理, 2000, **24**(4):285-289)
- 10 Hwa Rudolph C, ZHANG Qing-Hui. Phys. Rev., 2000. **D62**:0140003
- 11 Bialas A, Gardzicki M. Phys. Lett., 1990, **B252**:483
- 12 Ochs W. Z. Phys., 1991, **C50**:339
- 13 WANG Shao-Shun et al. Z. Phys., 1995, **C68**:415
- 14 Andersson B, Gustafson G, HONG Pi. Z. Phys., 1993, **C57**:485
- 15 HONG Pi. Lund Monte-Carlo for Hadron-Hadron, Hadron-Nucleus, and Nucleus-Nucleus Collisions. Lund University, Program Draft Code: 2931114, 1993
- 16 WANG Shao-Shun, WU Chong. High Energy Phys. and Nucl. Phys. 2001. **25**(3):183 (in Chinese)
(王韶舜, 吴冲. 高能物理与核物理, 2001, **25**(3):183)

Analysis of the Fluctuations in the Event-Space for NA27 Data *

WANG Shao-Shun¹⁾ WU Chong

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract The event-space moments $C_{p,q}(M)$ have been calculated using the method of single-event factorial moments. Comparing this with the calculated results for the pure statistical fluctuations Monte-Carlo event sample, the variations of the moments $C_{p,q}(M)$ with M are caused dominantly by the statistical fluctuation. The erraticity analysis of the pseudorapidity gaps is performed for the NA27 data. The entropy-like quantities S_q and Σ_q are calculated. It is found that S_q and Σ_q deviate significantly from 1. S_q and Σ_q versus q have exponential behavior. FRITIOF simulation can reproduce the scaling behavior, but the deviations of the values from the experimental data are rather large.

Key words single-event moment, statistical fluctuations, pseudorapidity gap, erraticity

Received 27 March 2001, Revised 21 May 2001

* Supported by National Natural Science Foundation of China (19975045)

1) E-mail: wangss@ustc.edu.cn