

亥姆霍兹线圈测量系统的测量原理 及程序设计

彭全岭¹⁾ 孙建 赵光远 石才土

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 叙述了利用磁通法建立亥姆霍兹线圈测量系统的测量原理,并将其应用于永磁体磁性能参数(B_r , H_c , 易磁化轴方向等)的测量. 在利用现有高性能积分器的基础上,还给出了测量程序的设计方法,并利用此测量系统对 BEPC 永久四极磁铁模型所用磁块进行了测量. 最后,就由于亥姆霍兹线圈机械偏差所带来的测量误差进行了讨论.

关键词 亥姆霍兹线圈 永久磁铁 磁矩 剩磁 矫顽力

1 引言

永久磁体的应用已渗透到国家建设和人民生活的许多领域,并在加速器磁铁中有着重要的应用. 加速器永久磁铁有以下优点:一次投入,不需要水冷和电源,因此会节省价值可观的运行费用;永磁体的磁导率接近于空气,因此可浸泡在其他磁铁的磁场中而不被磁化,同时不会给周围磁场带来不良影响,因此许多用在探测内部的加速器磁铁采用了永久磁铁.

K. Halbach 在 20 世纪 80 年代初对永久磁铁的设计原理已给出了详细的数学描述^[1],由此可设计出永磁二极磁铁,四极磁铁,永磁 Wiggler 及 Undulator 等. 它们的磁场质量是由永磁体空间位置及其磁性能所决定的. 因此挑选磁性能较为接近的永磁体,并做好性能匹配是做好永久磁铁的先决条件.

利用亥姆霍兹线圈能够测量出由于永磁体转动所产生磁通量的变化,并由此得到永磁体的磁性能参数,包括磁化方向,剩磁 B_r 和矫顽力 H_c 等.

2 测量原理

轴向距离等于线圈半径的一对线圈就构成了亥姆霍兹线圈. 当线圈串联连接并通以

2000-10-23 收稿

1) E-mail: pengql@alpha02.ihep.ac.cn

稳定的直流电后,就可在线圈中心区域内产生较为均匀的轴向磁场.反之,利用亥姆霍兹线圈也可测量放在其内部的永磁体的参数.

柱坐标系下,磁矩为 m 并处于开路状态的永磁体在空间任意位置所产生的磁场为^[2]

$$B = -\mu_0 \nabla \phi, \tag{1}$$

$$\phi = \frac{m \cdot R}{4\pi R^3}, \tag{2}$$

其中 ϕ 为永磁体在空间所产生的标量磁, μ_0 为空气中的磁导率, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$, $\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial}{\partial z}$, $m \cdot R = m_r r + m_z z$, 磁矩 m 无 m_θ 分量. 永磁体在空间某位置所产生的磁场的 B_z 分量为

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_z(2z^2 - r^2) + 3m_r z}{(r^2 + z^2)^{3/2}}. \tag{3}$$

将 B_z 沿亥姆霍兹线圈的面积分,得到位于线圈中心处的永磁体在线圈对中所产生的磁通量为

$$\psi = \frac{\mu_0 N m_z}{R_m G}. \tag{4}$$

其中 N 为线圈匝数, R_m 为线圈平均半径, $G = 1.398$ 为积分因子.

图1为亥姆霍兹线圈的示意图.采用自然坐标系,近似位于线圈中心处的永磁体,其磁矩为 m ,空间分量分别为 m_x, m_y, m_z .前面柱坐标系中的 m_r 与自然坐标系下的 m_x 对应, m_z 与 m_x, m_z 相对应.当永磁体围绕线圈中心并在水平面内转动时,就会在线圈中激发出一个周期性的磁通信号

$$\psi(t) = \frac{\mu_0 N \omega}{R_m G} [m_x \cos(\omega t) + m_z \sin(\omega t)]. \tag{5}$$

其中 ω 为转动角速度, ωt 为永磁体从起始位置开始所转过的角度.由于 m_y 分量与转动轴方向平行,在亥姆霍兹线圈中不产生磁通信号.

磁矩 m 的三个分量 m_x, m_y, m_z 的确定过程如下:首先在永磁体 m 与其旋转轴平行时进行测量;然后将永磁体翻转 90° 再进行测量.将两次采集到的磁通信号分别进行傅立叶分析后,得到一次谐波的 B_1 和 A_1 分量,由公式

$$m_x = \frac{R_m G}{\mu_0 N \omega} B_1, \quad m_z = \frac{R_m G}{\mu_0 N \omega} A_1 \tag{6}$$

可分别得到 m_x 和 m_y . 翻转 90° 后,再进行测量可得到 m_z 和 m_x 分量.这里 m_x 分量经测量分析两次,从而可得测量到永磁体磁矩的大小和方向.

在无外界干扰的情况下,开路状态下的永磁体,其工作点位于退磁曲线上的某一点

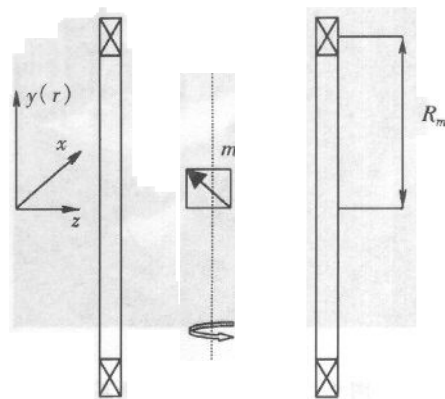


图1 亥姆霍兹线圈示意图

$B = B_1, H = H_1$. 对于退磁曲线在第二象限为直线的永磁体, $m = B_1 - H_1$, 由磁矩 m 可得到永磁体的剩磁 B_r 和矫顽力 H_c 为

$$B_r = \mu m - B_1(\mu - 1), \quad (7)$$

$$H_c = B_1 \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) - m, \quad (8)$$

其中 μ 为永磁体的磁导率, μ 接近于 1. B_1 为永磁体的表面磁场, 由于 $\mu \approx 1$, B_1 的大小对 B_r 及 H_c 的测量影响很小.

3 程序设计

亥姆霍兹线圈测量系统如图 2 所示, 整个线圈装配在一个小车上, 永磁体固定在由非磁性材料做成的夹具中, 并使永磁体几何中心与亥姆霍兹线圈中心接近重合. 夹具向下的伸出部分和步进电机相连. 步进电机采用双轴伸, 一端带动永磁体夹具转动, 另一端带动角度编码器以确定夹具转动的空间位置. 系统采用的积分器是瑞士 Metrolab 公司产的 PDI-5025 积分器, 其特点是可得到电压信号对固定时间的积分, 即磁通信号.

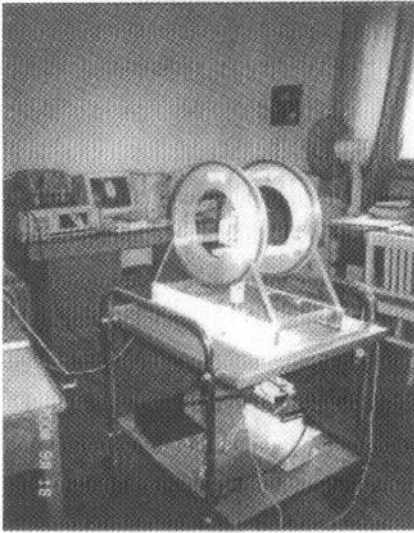


图 2 亥姆霍兹线圈测量系统

角度编码器的光栅转动一周共产生 1024 个脉冲, 其中在空间某位置产生零位脉冲, 可用来作为测量过程的起始点. 计算机通过控制采样过程, 从零位开始采样, 将由于永磁体旋转而在亥姆霍兹线圈中所产生的磁通信号采集到积分器中, 并通过 RS-232 接口读入计算机并存入文件中. 图 3 为从亥姆霍兹线圈中采集到的磁通信号.

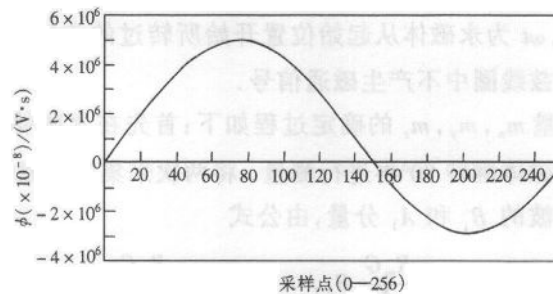


图 3 从亥姆霍兹线圈中采集到的磁通信号

对于大量磁块的测量, 首先要找到一个测量的基准位置. 对任意一个磁块, 假定其磁化方向与亥姆霍兹线圈中心轴偏离角度的 θ_0 , 分别进行正反向测量时, 可得到两组数据.

经傅立叶分析后得到的磁矩若大小相等,符号相反,说明磁化方向与亥姆霍兹线圈中轴线重合.若不等,可逐渐减小 θ_0 ,以得到大小相等,符号相反磁矩信号.这时, θ_0 已接近于零度.以后的磁块的测量,应以此位置为基准来确定它们的磁化方向.

对每块磁块的磁通信号经傅立叶分析后,可得到永磁体在水平面内的主磁矩 m (包括 m_x 和 m_y 分量)及易磁化轴方向.假设永磁体无垂直方向的磁矩(即永磁体易磁化轴位于水平面内),测量一次就可得到永磁体磁性能参数.同理,如将永磁体夹具翻转 90° 后,就可测量出其磁矩的垂直方向分量,因此可得到永磁体易磁化轴的空间方位角.实际应用中的永磁体,易磁化轴一般在同一水平面内,因此一次测量就足够了,无须再将其翻转.由测得的 m_x 可得到永磁体的剩磁和矫顽力.表1为原 BEPC 永磁四极磁铁模型所用一块永磁体的测量结果(易磁化轴方向为 60°).

表1 BEPC 永磁四极磁铁所用梯形永磁体的测量参数

| 长度 (mm) | 上底长 (mm) | 下底长 (mm) | 高度 (mm) | m/T | Br/T | $H_c/(A/m)$ |
|------------|-------------|-------------|------------|--------|--------|-------------|
| 50 | 17.64 | 23.3 | 23 | 1.0683 | 1.1022 | -846562 |

程序由 C 语言编写,包括数据采集,数据处理及磁块性能的存储数据库.

4 误差分析

永磁体在亥姆霍兹线圈中产生的磁通与线圈半径及线圈间距之间的关系为

$$\varphi = \mu_0 N m_x \left[\frac{1}{(r^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{z^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right], \quad (9)$$

由于线圈半径及线圈间距的偏差所引起的磁通变化量为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= \mu_0 N m_x \frac{(2z^2 - r^2)r}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \Delta r \\ \Delta\varphi &= -\mu_0 N m_x \frac{3r^2 z}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \Delta z \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

下面考虑由线圈的错位所引起的误差.线圈的错位实质为磁体中心与线圈轴线有偏差.不失一般性,为计算方便,认为沿 y 向的偏差,其他沿任何角度的偏差都相似.当永磁体离开亥姆霍兹线圈中心轴线的距离为 y_c 时,永磁体在亥姆霍兹线圈中所产生的磁通量相当于由(3)式所表示的 B_x 在以 $(0, y_c, R_m)$ 为圆心,以 R_m 为半径的面积分.由于 y_c 为小量,略去面积分式中的 y_c^2 项,得到由于单个线圈对永磁体中心有 y_c 错位所引起的磁通变化量为

$$\Delta\varphi = \mu_0 N m_x \frac{y_c}{\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{1}{2}} R_m^2}. \quad (11)$$

当亥姆霍兹线圈中心轴与永磁体中心轴有小量夹角 θ_c 时,忽略 Br 分量对亥姆霍兹线圈磁通的贡献,则由于 θ_c 所引起的磁通变化量误差为

$$\Delta\varphi = -\mu_0 \frac{Nm_z\theta_c}{R_m G}, \quad (12)$$

其中 θ_c 取弧度.

考虑永磁体中心沿亥姆霍兹线圈轴线偏离中心有 z_c 所引起的误差, 由于 z_c 所引起的磁通量偏差在线圈对中两者大小相等, 正负相反, 因此总的磁通量不变, 这里略去此项误差的贡献.

由(4), (6), (10), (11), (12)可得到由于线圈半径 Δr , 线圈间距 Δz , 线圈沿 r 向偏离 y_c 和线圈倾斜 θ_c 所引起的剩磁 B_r 的测量误差分别为

$$\left. \begin{aligned} \Delta B_r &= \mu m_z R_m G \frac{(2z^2 - r^2)r}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \Delta r \Bigg|_{\substack{r=R_m \\ z=\frac{R_m}{2}}} = -\frac{2}{5} \mu m_z \frac{\Delta r}{R_m} \\ \Delta B_r &= -\mu m_z R_m G \frac{3r^2 z}{(r^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \Delta z \Bigg|_{\substack{r=R_m \\ z=\frac{R_m}{2}}} = -\frac{6}{5} \mu m_z \frac{\Delta z}{R_m} \\ \Delta B_r &= -\frac{4}{5} \mu m_z \frac{y_c}{R_m} \\ \Delta B_r &= -\mu m_z \theta_c \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

对所测永磁体来说, $B_r = 1.1022$, $R_m = 0.205\text{m}$, $m_z = 1.068\text{T}$, $\mu = 1.039$, 当 $\Delta r, \Delta z, y_c$ 偏差同为 0.1mm , 时所带来的 B_r 误差分别为 $-2.16 \times 10^{-4}\text{T}$ 和 $-6.50 \times 10^{-4}\text{T}$, $-5.32 \times 10^{-4}\text{T}$. 当 θ_c 偏差为 0.05 度时, 系统所带来的 B_r 误差 $-9.68 \times 10^{-4}\text{T}$. 相对精度都好于 10^{-3} . 建造加速器所用永磁体剩磁偏差 ΔB_r 要求在 $\pm 2\%$ 范围内, 易磁化轴角度偏差在 $\pm 2^\circ$ 之内. 因此, 亥姆霍兹线圈测量系统所带来的测量误差远在容许范围之内.

5 讨论

由于亥姆霍兹线圈尺寸足够大, 利用其对永磁体磁特性参数的测量可以忽略由于永磁体空间位置偏差所带来的影响. 测量过程采用了磁通量的测量方法, 即两个采样点间的磁通量信号, 其大小不受电机转动快慢的影响, 只与空间位置间隔有关. 将采集到磁通量信号的分析后, 就可得到永磁体的空间磁矩, 因此可得到所测量永磁体的磁性能参数.

作者感谢郝耀斗同志在改进亥姆霍兹线圈转动部分所提出的有价值的建议, 同时也感谢磁铁组其他成员对此项工作的配合及协作.

参考文献 (References)

- 1 Halbach K. Nucl. Instr. and Meth, 1980, 169: 1—10
- 2 GUO Shuo-Hong. Electrodynamics. Beijing: High Education Publisher, 1978. 109—111 (in Chinese)
(郭硕鸿. 电动力学. 北京: 高等教育出版社, 1978. 109—111)

Principle and Software Design of Helmholtz Coil Measurement System

PENG Quan-Ling¹⁾ SUN Jian ZHAO Guang-Yuan SHI Cai-Tu

(*Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing, 100039, China*)

Abstract This paper illustrates the measurement principle for constructing Helmholtz coil system by using the magnetic flux method, by which the magnetic parameters of a permanent block can be measured. Also, this paper gives the method of software design based on high precision integrator. If the size of Helmholtz coils is larger enough, the measurement errors coming from the deviations of the block positions can be ignored. With the flux measurement method, the magnetic flux variations between two sample points are not affected by the speed of the step motor, but only related to the space positions of the two sample points. So it reduces the errors coming from the motor vibrations and the speed changes effectively. Using this system, a permanent magnet block used for BEPC mini- β permanent quadrupole has been measured. At last, this paper gives detailed discussions on the system errors arising from the mechanical manufacture deviations and the mechanical installation deviations.

Key words Helmholtz coil, permanent magnet, magnetic moment, remnant field coercive force

Received 23 October 2000

1) E-mail: pengql@alpha02.ihep.ac.cn