

洛伦兹规范条件下对单胶子夸克势的 QCD 非微扰修正形式*

杨建军 厉光烈 黄涛

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

沈洪清

(南京师范大学物理系 南京 210097)

摘要 在洛伦兹规范条件下,导出了具有平移不变性的双胶子两点函数真空平均值.利用所获得的双胶子真空期待值,给出了对微扰单胶子交换夸克-夸克势、夸克-反夸克对湮没和夸克-反夸克对激发势的最低阶非微扰 QCD 修正形式.

关键词 洛伦兹规范 单胶子交换夸克势 非微扰 QCD

1 引言

近年来,人们在量子色动力学框架中已对强相互作用有了深入的理解.单胶子交换势的组份夸克模型与能提供长程相互作用的赝标量介子交换势一道很好地描述重子谱和强子的定态性质^[1],尤其是那些正的宇称态.如果在单胶子近似下包含了夸克和反夸克产生和湮没项,则将给出介子-核子相互作用的描述^[2].众所周知,单胶子交换势只能提供强子-强子相互作用的短程部分,因为单胶子交换势是由在渐近自由区有效的微扰 QCD 框架中所导出的算符进行非相对论约化得来的.显然要反映中长程 QCD 的特征, QCD 真空的复杂物理结构所引起的非微扰效应必须加以考虑.这些非微扰效应对夸克间相互作用的修正已成为目前粒子物理和核物理的热门话题之一^[3-5]. QCD 求和规则的提出者 Shifman 等^[6]首先建议借助于算符乘积展开,在 QCD 的格林函数中引入非零的夸克、胶子凝聚来反映非微扰效应.非定域的两夸克和两胶子真空期待值在推导上述非微扰计算中是至关重要的.为了导出非定域两胶子真空期待值,人们通常在坐标空间选用真空胶子场的固定点规范.然而,在固定点规范中,非定域两胶子真空期待值不具有平

1998-05-11收稿

* 国家自然科学基金(19775051)和江苏省自然科学基金资助

移不变性. 我们发现, 这一问题在计算胶子凝聚对三点费米子顶角非微扰计算中显得格外严重^[7,8]. 所以在考虑胶子凝聚所引起的非微扰效应贡献时, 有必要先给出具有平移不变性的两胶子真空期待值. 为此, 文中首先在洛伦兹规范条件下, 导出适用于非阿贝尔场, 具有平移不变性的双胶子两点函数真空平均值. 借助于 QCD 运动方程, 建立了洛伦兹规范条件下 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 与夸克凝聚 $\langle \bar{q}q\rangle$ 及胶子凝聚 $\langle GG\rangle$ 之间关系, 并根据夸克凝聚和胶子凝聚的唯一象值, 定出了洛伦兹规范条件下 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 的唯一象值约为 $-(127\text{MeV})^2$. 然后, 利用所获得的双胶子真空期待值, 进一步考虑夸克和胶子凝聚对胶子传播子的修正, 计算了对微扰单胶子夸克-夸克势、夸克-反夸克对湮没和夸克-反夸克对激发势的最低阶非微扰 QCD 修正. 此外, 为了获得对夸克凝聚所引起的非微扰修正的更完整的描述, 保留了非微扰两夸克真空期待值中夸克凝聚分量的系数到四阶项.

2 洛伦兹规范条件下的非定域双胶子真空期待值

2.1 $\langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle$ 的展开式

在固定点规范下

$$x_\mu B_\mu^a(x) = 0, \quad (1)$$

人们已给出双胶子两点函数真空平均值的近似展开式^[6,9]:

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \frac{1}{4} x^\rho y^\sigma \langle 0|G_{\rho\mu}^a G_{\sigma\nu}^b|0\rangle + \dots = \\ &= \frac{\delta_{ab}}{48(N_c^2 - 1)} x^\rho y^\sigma (g_{\rho\sigma}g_{\mu\nu} - g_{\rho\nu}g_{\sigma\mu}) \langle 0|G^2|0\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\langle 0|G^2|0\rangle = \langle 0|G_{\rho\mu}^a G_a^{\rho\mu}|0\rangle. \quad (3)$$

(2) 式在算符乘积展开中被用来计算胶子凝聚的系数, 它明显破坏了平移不变性, 因为表达式的左边是 $(x-y)$ 的函数, 而右边是 xy 的函数.

为了表示出平移不变性对场算符展开所要求的条件, 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 为任意的复合场算符, 则平移不变性就要求

$$\langle 0|f(x)g(y)|0\rangle = \langle 0|f(x-y)g(0)|0\rangle = \langle 0|f(0)g(y-x)|0\rangle. \quad (4)$$

将上式在 $x-y=0$ 邻域内作泰勒级数展开, 则

$$\begin{aligned} \langle 0|f(0)g(0)|0\rangle + (x-y)^\rho \langle 0|\partial_\rho f(0)g(0)|0\rangle + \dots = \\ \langle 0|f(0)g(0)|0\rangle + (y-x)^\rho \langle 0|f(0)\partial_\rho g(0)|0\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

(4) 式中第二个等号就意味着

$$\langle 0|\partial_\rho f(0)g(0)|0\rangle = -\langle 0|f(0)\partial_\rho g(0)|0\rangle. \quad (6)$$

例如, 当 $f(x), g(x)$ 分别都为胶子场时, 则有

$$\langle 0|\partial_\rho B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle = -\langle 0|B_\mu^a(0)\partial_\rho B_\nu^b(0)|0\rangle. \quad (7)$$

另一方面, 平移不变性还意味着

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \pi_{\mu\nu}^{ab}(x-y) = \\ &= \int \Pi_{\mu\nu}^{ab}(k) e^{-i(x-y)\cdot k} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \end{aligned} \quad (8)$$

以及

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(k) = \pi(k^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \delta_{ab}. \quad (9)$$

这里, 对胶子场已采用了洛伦兹规范条件

$$\partial^\mu B_\mu^a(x) = 0. \quad (10)$$

将(8)中的指数项进行展开, 得到

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \int \pi(k^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \delta_{ab} \left[1 + (-i(x-y)\cdot k) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2!} (-i(x-y)\cdot k)^2 + \dots \right] \frac{d^4k}{(2\pi)^4}. \end{aligned} \quad (11)$$

考虑到上式中 k 的奇次幂项积分后为零

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \int \pi(k^2) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \delta_{ab} \left[1 + \frac{1}{2!} (-i(x-y)\cdot k)^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{(2n)!} (-i(x-y)\cdot k)^{2n} + \dots \right] \frac{d^4k}{(2\pi)^4}. \end{aligned} \quad (12)$$

从(8)式知

$$\langle 0|\partial_\rho \partial_\sigma \dots \partial_\lambda B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle = \int \pi_{\mu\nu}^{ab}(k) (-ik_\rho) (-ik_\sigma) \dots (-ik_\lambda) \frac{d^4k}{(2\pi)^4}. \quad (13)$$

对任意 $(x-y)$, (11)式中 k 的奇次方项积分恒为零意味着

$$\langle 0|\partial_\rho B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle = 0, \quad (14)$$

以及

$$\langle 0|\partial_\rho \partial_\sigma \partial_\lambda B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle = 0. \quad (15)$$

等等.

用 $g^{\rho\sigma}$ 与(15)式作缩并得:

$$\langle 0|\partial^2 \partial_\lambda B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle = 0. \quad (16)$$

方程(14)–(16)都体现了胶子场的平移不变性要求. 利用这些胶子场平移不变性要求, 不难发现

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \langle 0|B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle - \\ &= \frac{\delta_{ab}}{2(N_c^2 - 1)} (x-y)^\rho (x-y)^\sigma \langle 0|\partial_\rho B_\mu^a(0)\partial_\sigma B_\nu^b(0)|0\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(0)B_\nu^b(0)|0\rangle &= \frac{g_{\mu\nu}}{4} \frac{\delta_{ab}}{(N_c^2-1)} \langle 0|B_\rho^d(0)B_d^\rho(0)|0\rangle = \\ &= \frac{g_{\mu\nu}}{4} \frac{\delta_{ab}}{(N_c^2-1)} \langle 0|B^2|0\rangle, \end{aligned} \quad (18)$$

以及

$$\frac{1}{2} \langle 0|\partial_\rho B_\mu^d(0)\partial_\sigma B_\nu^d(0)|0\rangle = \left[Sg_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} + \frac{R}{2}(g_{\rho\nu}g_{\sigma\mu} + g_{\rho\mu}g_{\nu\sigma}) \right]. \quad (19)$$

用 $g^{\rho\sigma}g^{\mu\nu}$ 与 (19) 式进行缩并得

$$\frac{1}{2} \langle 0|\partial^\sigma B_\mu^d(0)\partial_\sigma B_\nu^d(0)|0\rangle = 16S + 4R. \quad (20)$$

用 $g^{\rho\mu}g^{\sigma\nu}$ 与 (19) 式进行缩并得

$$\frac{1}{2} \langle 0|\partial^\mu B_\mu^d(0)\partial^\nu B_\nu^d(0)|0\rangle = 4S + 10R. \quad (21)$$

根据洛伦兹规范条件 (10), (21) 式意味着

$$R = -\frac{2}{5}S. \quad (22)$$

然后, 用 $g^{\rho\nu}g^{\sigma\mu}$ 与 (19) 式进行缩并得

$$\langle 0|\partial^\nu B_\mu^d(0)\partial_\sigma B_\nu^d(0)|0\rangle = 0. \quad (23)$$

此外, 利用胶子场强的定义并仅保留真空中态的贡献, 有

$$\begin{aligned} \langle 0|G_{\rho\mu}^a(0)G_{\lambda\nu}^b(0)|0\rangle &= \\ &= [\langle 0|\partial_\rho B_\mu^a(0)\partial_\lambda B_\nu^b(0)|0\rangle + \langle 0|\partial_\mu B_\rho^a(0)\partial_\nu B_\lambda^b(0)|0\rangle] - \\ &= [\langle 0|\partial_\mu B_\rho^a(0)\partial_\lambda B_\nu^b(0)|0\rangle + \langle 0|\partial_\rho B_\mu^a(0)\partial_\nu B_\lambda^b(0)|0\rangle] + \\ &= \frac{g^2 N_c}{12(N_c^2-1)^2} \delta_{ab} [g_{\rho\lambda}g_{\mu\nu} - g_{\mu\lambda}g_{\rho\nu}] \langle 0|B^2|0\rangle^2. \end{aligned} \quad (24)$$

考虑到 (20), (21) 式, 用 $\delta_{ab}g^{\rho\lambda}g^{\mu\nu}$ 与 (24) 式进行缩并得

$$\langle 0|G^2|0\rangle = \frac{288}{5}S + \frac{N_c g^2}{(N_c^2-1)} \langle 0|B^2|0\rangle^2. \quad (25)$$

然后则有

$$S = \frac{5\langle 0|G^2|0\rangle}{288} - \frac{5N_c g^2}{288(N_c^2-1)} \langle 0|B^2|0\rangle^2. \quad (26)$$

考虑到 (22), (17) 式也能被重新改写成

$$\begin{aligned} \langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle &= \frac{\delta_{ab}}{N_c^2-1} \frac{g_{\mu\nu}}{4} \langle 0|B^2|0\rangle - \frac{\delta_{ab}}{(N_c^2-1)} S [(x-y)^2 g_{\mu\nu} - \\ &= \frac{2}{5} (x-y)_\mu (x-y)_\nu] + \dots, \end{aligned} \quad (27)$$

它具有平移不变性.

2.2 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 唯象值的确定

为了获得具有实用价值的 $\langle 0|B_\mu^a(x)B_\nu^b(y)|0\rangle$, 必须对 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 的唯象值进行估计. 类似于文献 [10] 的做法, 为了能找到 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 与夸克、胶子凝聚 $\langle 0|q\bar{q}|0\rangle$ 和 $\langle 0|G^2|0\rangle$ 的唯象值间的关系, 引用 QCD 运动方程:

$$D_\mu^{ab}(B)G_b^{\nu\mu}(B) = g\bar{q}\gamma^\nu t^a q \quad (28)$$

和

$$D_\mu^{ab}(B) = \delta_{ab}\partial_\mu - gf^{abc}B_\mu^c. \quad (29)$$

将 (28) 进行自乘并取真空期待值, 有

$$\begin{aligned} \langle 0|D_\rho^{ac_1}(B(x))G_{c_1}^{\mu\rho}(B(x))D_\lambda^{bc_2}(B(x))G_{c_2}^{\nu\lambda}(B(x))|0\rangle = \\ \langle 0|g\bar{q}(x)\gamma^\mu t^a q(x)g\bar{q}(x)\gamma^\nu t^b q(x)|0\rangle. \end{aligned} \quad (30)$$

上述方程的左边的展开形式为

$$\begin{aligned} \langle 0|\partial^2 B_a^\mu \partial^2 B_b^\nu |0\rangle + g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} \langle 0|B_{c_1}^\rho \partial_\rho B_{d_1}^\mu B_{c_2}^\lambda \partial_\lambda B_{d_2}^\nu |0\rangle + \\ g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} \langle 0|B_{c_1}^\rho G_{d_1}^{\rho\mu} B_{c_2}^\lambda G_{d_2}^{\lambda\nu} |0\rangle - \\ g f^{bc_1 d_1} [\langle 0|\partial^2 B_a^\mu \partial_\lambda B_{c_1}^\nu B_{d_1}^\lambda |0\rangle + \langle 0|\partial^2 B_b^\nu \partial_\rho B_{c_1}^\mu B_{d_1}^\rho |0\rangle] + \\ g f^{bc_1 d_1} [\langle 0|\partial^2 B_a^\mu B_{d_1}^\lambda G_{c_1}^{\nu\lambda} |0\rangle + \langle 0|\partial^2 B_b^\nu B_{d_1}^\rho G_{c_1}^{\mu\rho} |0\rangle] - \\ g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} [\langle 0|\partial_\rho B_{c_1}^\mu B_{d_1}^\rho B_{d_2}^\lambda G_{c_2}^{\nu\lambda} |0\rangle + \langle 0|B_{d_1}^\rho G_{c_1}^{\mu\rho} \partial_\lambda B_{c_2}^\nu B_{d_2}^\lambda |0\rangle] = \\ g^2 \langle \bar{q}\gamma^\mu t^a q \bar{q}\gamma^\nu t^b q |0\rangle. \end{aligned} \quad (31)$$

借助于 (14) — (16) 式, 仅保留真空中间态近似, 便可将 (31) 式的所有项用 S 和 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 来表达:

$$\langle 0|\partial^2 B_a^\mu \partial^2 B_b^\nu |0\rangle \simeq 0. \quad (32)$$

$$g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} \langle 0|B_{c_1}^\rho \partial_\rho B_{d_1}^\mu B_{c_2}^\lambda \partial_\lambda B_{d_2}^\nu |0\rangle = \frac{9N_c S g^2 \delta_{ab} g_{\mu\nu}}{5(N_c^2 - 1)^2} \langle 0|B^2|0\rangle. \quad (33)$$

$$g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} \langle 0|B_{c_1}^\rho G_{d_1}^{\rho\mu} B_{c_2}^\lambda G_{d_2}^{\lambda\nu} |0\rangle = \frac{g^2 N_c \delta_{ab} g_{\mu\nu}}{16(N_c^2 - 1)^2} \langle 0|G^2|0\rangle \langle 0|B^2|0\rangle. \quad (34)$$

$$- g f^{bc_1 d_1} \langle 0|\partial^2 B_a^\mu \partial_\lambda B_{c_1}^\nu B_{d_1}^\lambda |0\rangle - g f^{ac_1 d_1} \langle 0|\partial^2 B_b^\nu \partial_\rho B_{c_1}^\mu B_{d_1}^\rho |0\rangle = 0. \quad (35)$$

$$g f^{bc_1 d_1} \langle 0|\partial^2 B_a^\mu B_{d_1}^\lambda G_{c_1}^{\nu\lambda} |0\rangle + g f^{ac_1 d_1} \langle 0|\partial^2 B_b^\nu B_{d_1}^\rho G_{c_1}^{\mu\rho} |0\rangle =$$

$$\frac{54Sg^2 N_c g_{\mu\nu} \delta_{ab}}{5(N_c^2 - 1)^2} \langle 0|B^2|0\rangle. \quad (36)$$

$$- g^2 f^{ac_1 d_1} f^{bc_2 d_2} [\langle 0|\partial_\rho B_{c_1}^\mu B_{d_1}^\rho B_{d_2}^\lambda G_{c_2}^{\nu\lambda} |0\rangle + \langle 0|B_{d_1}^\rho G_{c_1}^{\mu\rho} \partial_\lambda B_{c_2}^\nu B_{d_2}^\lambda |0\rangle] =$$

$$\frac{18Sg^2 N_c \delta_{ab} g_{\mu\nu}}{5(N_c^2 - 1)^2} \langle 0|B^2|0\rangle. \quad (37)$$

$$g^2 \langle \bar{q}\gamma^\mu t^a q \bar{q}\gamma^\nu t^b q |0\rangle = - \frac{g^2 \delta_{ab} g_{\mu\nu}}{8N_c^2} \langle 0|\bar{q}q|0\rangle^2. \quad (38)$$

值得指出的是, 获得上述表达式所采用的保留真空中态近似本身还是一个有待深入研究的问题. 考虑到(26)式, 将(32)–(38)式代入(31)式得

$$\langle 0|B^2|0\rangle^3 - \frac{11(N_c^2 - 1)}{36N_c\alpha_s^2} \langle 0|G^2|0\rangle \langle 0|B^2|0\rangle = \frac{(N_c^2 - 1)^3 \langle 0|\bar{q}q|0\rangle^2}{9\pi N_c^4 \alpha_s}, \quad (39)$$

其中

$$\langle 0|q\bar{q}|0\rangle = \sum_f \langle 0|q_f\bar{q}_f|0\rangle, \quad (40)$$

$\langle 0|q_f\bar{q}_f|0\rangle$ 和 $\langle 0|G^2|0\rangle$ 的唯象值分别取作为^[9,10]

$$\langle 0|u\bar{u}|0\rangle = \langle 0|d\bar{d}|0\rangle = 1.3\langle 0|s\bar{s}|0\rangle = (250\text{MeV})^3, \quad (41)$$

和

$$\langle 0|\frac{\alpha_s}{\pi}G^2|0\rangle = (360\text{MeV})^4. \quad (42)$$

方程(39)中等效耦合常数 $\alpha_s = g^2/4\pi$ 取作为0.5. 方程(39)式中, $\langle 0|B^2|0\rangle$ 有三个实根. 具体数值计算表明, 其中二个根的大小随 α_s 的增大而减少, 第三个根的大小随 α_s 的增大而增大. 物理上 α_s 的增大意味着非微扰效应的增强, 故第三根合理. 从而, 获得 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 唯一合理的根:

$$\langle 0|B^2|0\rangle = -(127\text{MeV})^2. \quad (43)$$

由(26)式得

$$S = (206\text{MeV})^4. \quad (44)$$

考虑到(43)式中的 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 及(44)式中的 S , (27)式便就是具有平移不变性的双胶子两点函数真空平均值, 它可以用来作进一步的非微扰修正计算.

双胶子场两点函数的真空期待值在作非微扰修正计算中极为重要, 而固定点规范中, 所给结果明显破坏了平移不变性. 上面首先分析了任意两个复合场真空值保持平移不变性的基本要求. 按照这一要求, 给出了双胶子场两点函数真空平均值具有明显平移不变性展开式. 若仅保留到二次展开项, 其表达式类似于文献[10, 11]的结果. 然而, 文献[11]忽视了 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 项贡献, 文献[10]对 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 的唯象值估算不合理. 本文借助于QCD运动方程定出了 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 的唯象值约为 $-(127\text{MeV})^2$. 这似乎是一个不该被忽略的量值. 计算结果还表明, 因 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 项的存在而引起的对二次项展开系数因子 S 的修正(参见(26)式)是微弱的. 总之, 本节在分析双胶子场两点函数真空平均值的平移不变性的基础上, 给出了包含 $\langle 0|B^2|0\rangle$ 项在内, 且具有平移不变性的双胶子两点函数的真空平均值.

3 洛伦兹规范条件下的夸克相互作用势的 QCD 非微扰修正形式

3.1 对夸克-夸克相互作用势的非微扰修正

首先简要介绍一下抽取对微扰 QCD 夸克相互作用势的非微扰修正的非相对论约化

方法. 按照文献 [12], 对 S 矩阵元的连接部分的约化公式能被表述成

$$\langle p'_1, p'_2 \text{ out} | p_1, p_2 \text{ in} \rangle_c = \psi_i \psi_f (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \times G_{\text{trunc}}(-p'_1, -p'_2; p_1, p_2) \Big|_{p_1^2 = p_1'^2 = m_1^2, p_2^2 = p_2'^2 = m_2^2}, \quad (45)$$

其中 ψ_i 和 ψ_f 分别是初态和末态的波函数. G_{trunc} 是斩腿的格林函数. 它包含了一些定域夸克和胶子场的算符乘积真空期待值. 在 QCD 中, 不可能严格计算这一格林函数, 这是由于 QCD 的真空极为复杂. 所以, 人们不得不引进一些近似处理方案. 通常 Wilson 的算符乘积展开方法^[13]被用来抽取 S 矩阵元的微扰部分和非零夸克、胶子凝聚所引起的 QCD 非微扰效应. 此方法中复合算符的非零真空矩阵元常被用来对长程非微扰效应进行参数化. 所以, 能用散射算符的么正展开方法, 然后进行非相对论约化来获得对微扰 QCD 势的非微扰修正. 首先就两个不同味道的夸克之间的散射, 推出图 1 所示的夸克-夸克相互作用势的非微扰 QCD 修正. 利用上节所获得的具有平移不变性的双胶子真空期待值, 费曼图 1(a) 对 S 矩阵的贡献为

$$S_{1(a)}(p_1, p_2; p'_1, p'_2) = ig^4 \left[\bar{\psi}^-(p'_2) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} \psi^+(p_2) \right] \left[\bar{\psi}^-(p'_1) \gamma^\nu \frac{\lambda^b}{2} \psi^+(p_1) \right] D_{\mu\nu}^{aa'}(q) \times \int d^4k \left[\delta^4(k) \frac{\langle 0 | B^2 | 0 \rangle g_{\rho\sigma}}{4(N_c^2 - 1)} + \frac{S}{N_c^2 - 1} \left(g_{\rho\sigma} g_{lm} - \frac{2}{5} g_{\rho l} g_{\sigma m} \right) \frac{\partial^2}{\partial k_l \partial k_m} \delta^4(k) \right] \times \delta_{dd'} f_{d'cd} [(2q+k)^\rho g^{\mu'\lambda} + (-q-2k)^\mu g^{\rho\lambda} + (k-q)^\lambda g^{\rho\mu}] D_{\lambda\lambda'}^{c'}(q+k) \times f_{c'b'd'} [(2q+k)^\sigma g^{\lambda'\nu'} + (-q+k)^\lambda g^{\nu'\sigma} + (-2k-q)^\nu g^{\lambda'\sigma}] D_{\nu'\nu}^{b'b}(q). \quad (46)$$

根据等效相互作用算符和散射算符之间的关系

$$V = iS \quad (47)$$

方程 (46) 能被重新写作为相应夸克势之间的关系

$$V_{1(a)}(q) = \frac{N_c 4\pi\alpha_s}{N_c^2 - 1} \left(\frac{\langle 0 | B^2 | 0 \rangle}{q^2} + \frac{192S}{5q^4} \right) V_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(q), \quad (48)$$

其中 $V_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(q)$ 是通常单胶子交换近似下微扰夸克-夸克相互作用势. 采用质心坐标系:

$$\begin{aligned} p_1 &= -p_2 = p, & p_1' &= -p_2', \\ E_1' &= E_1, & E_2' &= E_2, \\ q &= p_1' - p_1 = -(p_2' - p_2), & q^0 &= 0, \end{aligned} \quad (49)$$

容易获得

$$V_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(q) = \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi\alpha_s \left\{ \frac{1}{|q|^2} - \frac{(m_1 + m_2)^2}{8m_1^2 m_2^2} \right\}$$

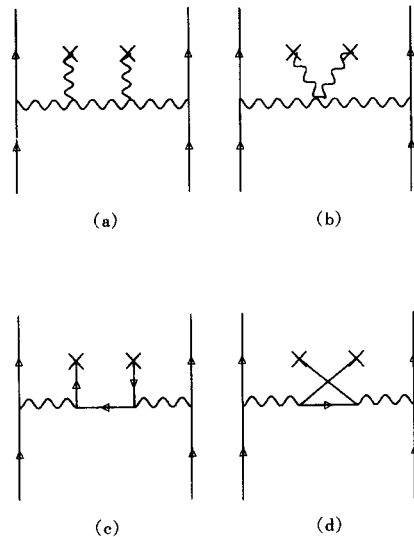


图1 最低维夸克和胶子凝聚对夸克-夸克相互作用势的修正

$$\begin{aligned} & \frac{|\mathbf{p}|^2}{m_1 m_2 |\mathbf{q}|^2} - \frac{1}{4m_1 m_2 |\mathbf{q}|^2} [|\mathbf{q}|^2 \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 - (\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_1)(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2)] + \\ & \frac{i}{4m_1 m_2 |\mathbf{q}|^2} \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1}\right) \boldsymbol{\sigma}_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2}\right) \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \cdot (\mathbf{q} \times \mathbf{p}) \left\} \end{aligned} \quad (50)$$

这容易转换成坐标空间的形式

$$\begin{aligned} U_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(x) &= \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \exp(-iq \cdot x) V_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(q) = \\ & \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \alpha_s \left\{ \frac{1}{|\mathbf{x}|} - \frac{\pi}{m_1 m_2} \left(\frac{(m_1 + m_2)^2}{2m_1 m_2} + \frac{2}{3} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \right) \delta(\mathbf{x}) + \right. \\ & \frac{|\mathbf{p}|^2}{m_1 m_2 |\mathbf{x}|} - \frac{1}{4m_1 m_2 |\mathbf{x}|^3} \left[\frac{3}{|\mathbf{x}|^2} (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{x})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{x}) - (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right] - \\ & \left. \frac{1}{4m_1 m_2 |\mathbf{x}|^3} \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1}\right) \boldsymbol{\sigma}_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2}\right) \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{p}) \right\}, \end{aligned} \quad (51)$$

其中 $\delta(t)$ 函数明显反映了上述势是一个描述瞬间相互作用的等效势. 对 (48) 式进行傅里叶变换, 便可获得费曼图 1(a) 对夸克-夸克势的贡献在坐标表象中的形式 $U_{1(a)}(x)$,

$$U_{1(a)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \pi \alpha_s^2 [A_3 |\mathbf{x}|^3 + A_1 |\mathbf{x}| + A_{-1} |\mathbf{x}|^{-1}], \quad (52)$$

其中

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{32N_c S}{5(N_c^2 - 1)} \left(1 + \frac{|\mathbf{p}|^2}{m_1 m_2}\right), \quad (53) \\ A_1 &= \frac{48N_c S}{5(N_c^2 - 1)} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)^2 + \frac{8N_c S}{5m_1 m_2 (N_c^2 - 1)} (8\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 - S_{12}) + \\ & \frac{24N_c S}{5m_1 m_2 (N_c^2 - 1)} \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1}\right) \boldsymbol{\sigma}_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2}\right) \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{p}) + \\ & \frac{2N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{N_c^2 - 1} \left(1 + \frac{|\mathbf{p}|^2}{m_1 m_2}\right), \quad (54) \\ A_{-1} &= \frac{N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)^2 + \frac{N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{6(N_c^2 - 1)m_1 m_2} S_{12} + \\ & \frac{2N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{3(N_c^2 - 1)m_1 m_2} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + \frac{N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)m_1 m_2} \times \end{aligned}$$

$$\left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1} \right) \sigma_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2} \right) \sigma_2 \right] \cdot (x \times p) \quad (55)$$

且 $n = x / |x|$ 和 $S_{12} = 3(\sigma_1 \cdot n)(\sigma_2 \cdot n) - \sigma_1 \cdot \sigma_2$.

在真空胶子场的固定点规范中, 图 1(b) 无贡献^[14]. 然而, 利用了具有平移不变性的两胶子真空期待值(27)式, 它不仅包含仍然没有贡献的微扰项((27)式中的第二项), 而且包含另一非零项((27)式中的第一项), 因此, 图 1(b) 对等效相互作用势不再无贡献, 其贡献的具体形式为

$$U_{1(b)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \pi \alpha_s^2 [B_1 |x| + B_{-1} |x|^{-1}] \quad (56)$$

和

$$B_1 = -\frac{3N_c \langle 0 | B^2 | 0 \rangle}{(N_c^2 - 1)} \left(1 + \frac{|p|^2}{m_1 m_2} \right), \quad (57)$$

$$B_{-1} = -\frac{N_c \langle 0 | B^2 | 0 \rangle}{(N_c^2 - 1) m_1 m_2} \left\{ \frac{3(m_1 + m_2)^2}{4m_1 m_2} + \frac{S_{12}}{4} + \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \frac{3}{4} \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1} \right) \sigma_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2} \right) \sigma_2 \right] \cdot (x \times p) \right\} \quad (58)$$

非零的 B_1 是由于保留了(26)和(27)式中的 $\langle 0 | B^2 | 0 \rangle$ 项, 它在等效相互作用势中贡献一个线性项. 借助于两夸克真空期待值^[9], 图 1(c) 对 S 矩阵的贡献为

$$S_{1(c)}(p_1, p_2; p'_1, p'_2) = -ig^4 \left[\bar{\psi}^-(p'_2) \gamma^\nu \frac{\lambda_2^b}{2} \psi^+(p_2) \right] \left[\bar{\psi}^-(p'_1) \gamma^\mu \frac{\lambda_1^a}{2} \psi^+(p_1) \right] \times \int d^4 k \delta^4(k) \langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle \left[\frac{1}{4N_c} + \frac{m_f}{16N_c} \gamma^\tau \frac{\partial}{\partial k^\tau} \right] \gamma^\rho \frac{\lambda_f^{a'}}{2} S(q+k) \times \gamma^\sigma \frac{\lambda_f^{b'}}{2} D_{\mu\rho}^{aa'}(q) D_{\nu\sigma}^{bb'}(q), \quad (59)$$

其中, 保留了非微扰两夸克真空期待值 $\langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle$ 分量展开系数到次阶项^[9]. 对图 1(d) 的结果, 存在与上面类似的表达式. 容易发现, 图 1(c) 和 (d) 对等效相互作用势的贡献相同. 所以, 能抽取出图 1(c) 和 (d) 对不同味道夸克间相互作用势的贡献, 它在坐标表象中的形式为

$$U_{1(c)}(x) = U_{1(d)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \pi \alpha_s^2 [C_1 |x| + C_{-1} |x|^{-1} + \sum_f (\tilde{C}_0^{(f)} + \tilde{C}_{-1}^{(f)} |x|^{-1}) e^{-m_f |x|}], \quad (60)$$

其中

$$C_1 = \left(1 + \frac{|p|^2}{m_1 m_2} \right) \sum_f \frac{\langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle}{N_c m_f}, \quad (61)$$

$$C_{-1} = \frac{1}{4N_c m_1 m_2} \sum_f \frac{\langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle}{m_f} \left\{ \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1 m_2} + \frac{S_{12}}{3} + \frac{4}{3} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 + \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1} \right) \boldsymbol{\sigma}_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2} \right) \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{p}) \right\} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_0^{(f)} = & \frac{2}{N_c} \frac{\langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle}{m_f} \left[\frac{1}{2m_f} \left(1 + \frac{|\mathbf{p}|^2}{m_1 m_2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{m_f (m_1 + m_2)^2}{16m_1^2 m_2^2} - \frac{m_f}{24m_1 m_2} S_{12} + \frac{m_f}{12m_1 m_2} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \end{aligned} \quad (63)$$

和

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{-1}^{(f)} = & -\frac{2}{N_c} \frac{\langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle}{m_f} \left\{ \frac{(m_1 + m_2)^2}{8m_1^2 m_2^2} + \frac{S_{12}}{6m_1 m_2} + \frac{1}{6m_1 m_2} \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 - \right. \\ & \left. \frac{3}{24m_1 m_2} \left[\left(2 + \frac{m_2}{m_1} \right) \boldsymbol{\sigma}_1 + \left(2 + \frac{m_1}{m_2} \right) \boldsymbol{\sigma}_2 \right] \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{p}) \right\} \end{aligned} \quad (64)$$

最终把所有图的贡献加在一起, 并将相应的微扰势也考虑进来, 得到总的夸克-夸克势为

$$U_{\text{qq}}(x) = U_{\text{qq}}^{\text{OGEP}}(x) + U_{\text{qq}}^{\text{NP}}(x) \quad (65)$$

其中 $U_{\text{qq}}^{\text{NP}}(x)$ 为夸克和胶子凝聚所引起的对微扰夸克-夸克势的非微扰修正, 其形式可表示为

$$\begin{aligned} U_{\text{qq}}^{\text{NP}}(x) = & U_{1(a)}(x) + U_{1(b)}(x) + U_{1(c)}(x) + U_{1(d)}(x) = \\ & \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \pi \alpha_s^2 \left[A_3 |\mathbf{x}|^3 + (A_1 + B_1 + 2C_1) |\mathbf{x}| + \right. \\ & (A_{-1} + B_{-1} + 2C_{-1}) |\mathbf{x}|^{-1} + \\ & \left. 2 \sum_f (\tilde{C}_0^{(f)} + \tilde{C}_{-1}^{(f)} |\mathbf{x}|^{-1}) e^{-m_f |\mathbf{x}|} \right]. \end{aligned} \quad (66)$$

形式上讲, 方程 (65) 不仅仅适用于夸克-夸克相互作用势, 而且也适用于夸克-反夸克、反夸克-反夸克相互作用势. 然而, 值得注意的是, 对一个反夸克, 色因子 λ 应被 $-\lambda^T$ 所取代

$$U_{\text{q}\bar{\text{q}}}^{\text{Direct}}(x) = U_{\text{qq}}(x) |_{\lambda_1^a \lambda_2^a \rightarrow -\lambda_1^a (\lambda_2^a)^T}, \quad (67)$$

和

$$U_{\bar{\text{q}}\text{q}}(x) = U_{\text{qq}}(x) |_{\lambda_1^a \lambda_2^a \rightarrow (\lambda_1^a)^T (\lambda_2^a)^T}. \quad (68)$$

对于夸克和反夸克相互作用的情况, 如果夸克和反夸克具有相同的味道, 那么, 我们不仅要考虑上面直接散射图的贡献, 而且还要考虑湮没图的贡献. 下面将着重讨论这一内容.

3.2 对夸克-反夸克相互作用势的非微扰修正

上文给出了夸克和反夸克间的直接散射势。当夸克和反夸克具有同一种味道时，就有可能存在夸克和反夸克间的湮没。湮没图也应包括图 2 所示的非微扰修正。通过与上面完全类同的步骤，获得这些费曼图对夸克-反夸克湮没图的贡献。现以图 2(a) 为例加以说明。

图 2(a) 的 S 矩阵可通过对 (46) 式进行下列变换获得。

$$\begin{aligned} \bar{\psi}^-(p'_2) \rightarrow \bar{\psi}^+(p_2), \quad \psi^+(p_2) \rightarrow \psi^-(p'_2), \\ m_1 = m_2 = m, \end{aligned} \quad (69)$$

在对图 2 中 S 矩阵的色部分和自旋部分进行计算过程中，采用了下列关系式

$$\sum_{a=1}^{N^2-1} (\lambda^a)_{\beta\alpha} (\lambda^a)_{\alpha'\beta'} = -\frac{1}{N} \sum_{a=1}^{N^2-1} (\lambda^a)_{\alpha'\alpha} (\lambda^a)_{\beta\beta'} + \frac{2(N^2-1)}{N^2} \delta_{\alpha'\alpha} \delta_{\beta\beta'}, \quad (70)$$

其中 $\lambda^a (a = 1, 2, \dots, N^2 - 1)$ 是 $SU(N)$ 生成元， $N = 3, 2$ 分别对应着色 $SU(3)$ 和自旋 $SU(2)$ 对称情况。从而可直接地获得图 2(a) 对湮没势的贡献

$$V_{2(a)}(q) = \frac{N_c 4\pi\alpha_s}{N_c^2 - 1} \left(\frac{\langle 0|B^2|0\rangle}{(p_1 + p_2)^2} + \frac{192S}{5(p_1 + p_2)^4} \right) V_{q\bar{q}}^{\Lambda\text{nn}}(q), \quad (71)$$

其中

$$\begin{aligned} V_{q\bar{q}}^{\Lambda\text{nn}}(q) = & \frac{4\pi\alpha_s}{(p_1 + p_2)^2} \left[\frac{(\lambda_1 - \lambda_2^T)^2}{8N_c} \right] \left[\frac{(1 - \tau_1 \cdot \tau_2)}{2} \right] \left\{ \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{4} \times \right. \\ & \left[1 - \frac{1}{6m^2} (q^2 + q'^2) \right] - \frac{1}{2m^2} [(\sigma_1 \cdot q)(\sigma_2 \cdot q) + (\sigma_1 \cdot q')(\sigma_2 \cdot q')] - \\ & \left. \frac{1}{3} \sigma_1 \cdot \sigma_2 (q^2 + q'^2) \right\}. \end{aligned} \quad (72)$$

q 和 q' 是初末态中夸克和反夸克之间的相对动量。(72) 式中的同位旋因子是考虑到仅当 $T = 0$ 的夸克和反夸克对态才有贡献的事实，这样的同位旋又正好对应着胶子的同位旋量子数。对 $V_{2(a)}(q)$ 进行傅里叶变换得

$$U_{2(a)}(x) = \frac{N_c 4\pi\alpha_s}{N_c^2 - 1} \left(\frac{\langle 0|B^2|0\rangle}{4m^2} + \frac{12S}{5m^4} \right) U_{q\bar{q}}^{\Lambda\text{nn}}(x), \quad (73)$$

其中 $U_{q\bar{q}}^{\Lambda\text{nn}}(x)$ 是微扰的夸克-反夸克对湮没势在坐标表象中的形式

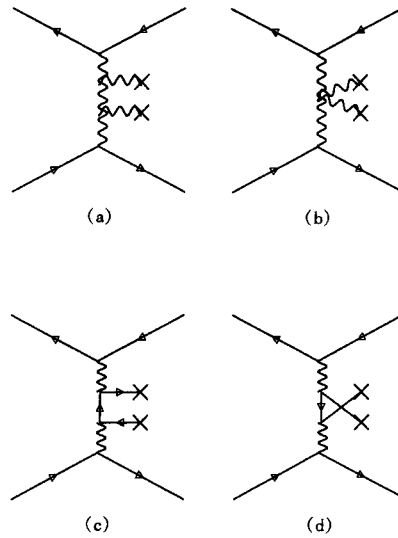


图2 最低维夸克和胶子凝聚对夸克-反夸克湮没图的修正

$$U_{q\bar{q}}^{\text{Ann}}(x) = \delta(t) \frac{\alpha_s}{4} \frac{\pi}{16N_c m^2} (\lambda_1 - \lambda_2^T)^2 (1 - \tau_1 \cdot \tau_2) \times$$

$$\left\{ (\sigma_1 + \sigma_2)^2 \left(1 - \frac{1}{3m^2} \nabla^2 \right) \delta(x) - \frac{4}{m^2} \left[(\sigma_1 \cdot \nabla) (\sigma_2 \cdot \nabla) - \frac{1}{3} \sigma_1 \cdot \sigma_2 \nabla^2 \right] \delta(x) \right\}. \quad (74)$$

用上述同样的方法也可获得图 2(b—d) 的非微扰贡献. 总的夸克-反夸克湮没势可以把图 2 中所有费曼图的贡献加在一起, 并考虑相应微扰图的贡献. 于是便有,

$$U_{q\bar{q}}^{\text{Ann(Total)}}(x) = U_{q\bar{q}}^{\text{Ann}}(x) + U_{q\bar{q}}^{\text{Ann(NP)}}(x), \quad (75)$$

其中

$$U_{q\bar{q}}^{\text{Ann(NP)}}(x) = \frac{\pi \alpha_s}{m^2} \left\{ \frac{N_c}{N_c^2 - 1} \left[\langle 0|B^2|0 \rangle + \frac{48S}{5m^2} \right] + \frac{3N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)} + \frac{1}{N_c} \sum_f \frac{m_f \langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{(4m^2 - m_f^2)^2} (8m^2 - m_f^2) \right\} U_{q\bar{q}}^{\text{Ann}}(x). \quad (76)$$

所以, 具有相同味道的夸克和反夸克等效相互作用势可表示成直接相互作用项和湮没相互作用项两部分

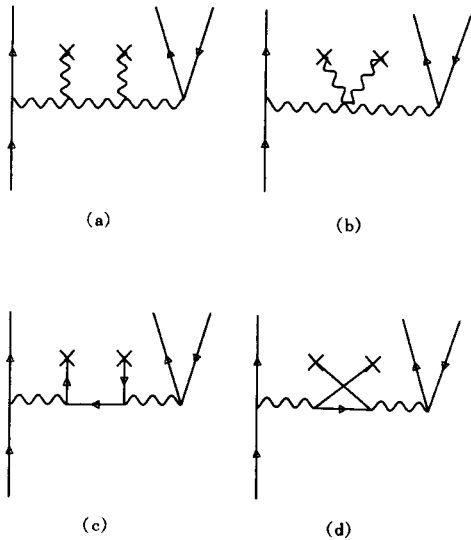


图3 最低维夸克和胶子凝聚对夸克-反夸克对激发势的修正

$$U_{q\bar{q} \text{ of the same flavor}}(x) = U_{q\bar{q}}^{\text{Direct}}(x) + U_{q\bar{q}}^{\text{Ann(Total)}}(x) \quad (77)$$

3.3 对夸克-反夸克对激发势的非微扰修正

现在着手计算对夸克-反夸克对激发势的 QCD 非微扰修正. 采用与上面相同的办法, 可计算图 3 中所有费曼图对夸克-反夸克对激发等效相互作用势的贡献.

对图 3(a) 而言, 其结果为

$$V_{3(a)}(q) = \frac{N_c}{(N_c^2 - 1)} 4\pi\alpha_s \left[\frac{\langle 0|B^2|0 \rangle}{q^2} + \frac{192S}{5q^4} \right] V^{q\text{-}q\bar{q}}(q), \quad (78)$$

其中 $V^{q\text{-}q\bar{q}}(q)$ 是通常的单胶子交换近似下夸克-反夸克激发势, 其形式为^[15]

$$V^{q\text{-}q\bar{q}}(q) = \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi\alpha_s \frac{1}{q^2} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 - \right.$$

$$\left. \frac{i}{2m_1} \mathbf{q} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) + \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{m_1} \right] \quad (79)$$

其中 $\mathbf{q} = \mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1$. 正如文献 [15] 所建议的那样, 也采用两个不同的近似, (A) $q^2 = \omega_q^2 - \mathbf{q}^2$, $\omega_q = 0$ 和 (B) $\omega_q = 2m_2$, $q \approx 0$. 利用傅里叶变换, 跃迁势 (79) 在坐标表象中情况 (A) 和 (B) 的形式分别为

$$U^{(A)q \rightarrow q\bar{q}}(x) = -\delta(t) i \alpha_s \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \frac{1}{2|x|} \left\{ \left[\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) \boldsymbol{\sigma}_2 - \frac{i(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)}{m_1} \right] \cdot \frac{\mathbf{x}}{|x|^2} - \frac{2i\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_1}{m_1} \right\}, \quad (80)$$

和

$$U^{(B)q \rightarrow q\bar{q}}(x) = -\frac{i\delta(t)}{2m_2^2} \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} \pi \alpha_s \left\{ \nabla_x \cdot \left[\frac{\boldsymbol{\sigma}_2}{m_1} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_2}{m_2} - \frac{i(\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)}{m_1} \right] \delta(x) + \frac{2i\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_1}{m_1} \delta(x) \right\}, \quad (81)$$

对情况 (A), (78) 式在坐标表象中的表达式为

$$U_{3(a)}^{(A)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi \alpha_s^2 [D_3 |x|^3 + D_2 |x|^2 + D_1 |x| + D_0], \quad (82)$$

以及

$$D_3 = \frac{8N_c S}{5(N_c^2 - 1)m_1} \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_1, \quad (83)$$

$$D_2 = \frac{12N_c S}{5(N_c^2 - 1)} \left[\frac{\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)}{m_1} + i \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{n}) \right], \quad (84)$$

$$D_1 = -\frac{N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)m_1} \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_1, \quad (85)$$

和

$$D_0 = \frac{N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{4(N_c^2 - 1)} \left[\frac{\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)}{m_1} + i \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{n}) \right]. \quad (86)$$

对情况 (B), 容易获得

$$U_{3(a)}^{(B)}(x) = \frac{N_c \pi \alpha_s}{m_2^2 (N_c^2 - 1)} \left(\langle 0|B^2|0 \rangle + \frac{48S}{5m_2^2} \right) U^{(B)q \rightarrow q\bar{q}}(x). \quad (87)$$

类似地, 图 3(b) 的非微扰贡献也能表示成对应于两种情况的形式:

对情况 (A),

$$U_{3(b)}^{(A)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi\alpha_s^2 [E_1|x| + E_0], \quad (88)$$

其中

$$E_1 = -\frac{3N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{4(N_c^2 - 1)} \frac{\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_1}{m_1}, \quad (89)$$

和

$$E_0 = \frac{3N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{4(N_c^2 - 1)} \left[\frac{\mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2)}{2m_1} + \frac{i}{2} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{n}) \right]; \quad (90)$$

对情况 (B),

$$U_{3(b)}^{(B)}(x) = \frac{3N_c \langle 0|B^2|0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)m_2^2} \pi\alpha_s V^{(B)q-qq\bar{q}}(x). \quad (91)$$

图 3 (c)、(d) 贡献相同, 其具体形式为:

对情况 (A),

$$U_{3(c)}^{(A)}(x) = U_{3(d)}^{(A)}(x) = \delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi\alpha_s^2 \left[F_1|x| + F_0 + \sum_f \tilde{F}_0^{(f)} e^{-m_f|x|} \right], \quad (92)$$

其中

$$F_1 = \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{4N_c m_1} \sum_f \frac{\langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{m_f}, \quad (93)$$

$$F_0 = \frac{i}{8N_c} \sum_f \frac{\langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{m_f} \left[\frac{i}{m_1} \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right], \quad (94)$$

和

$$\tilde{F}_0^{(f)} = \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{8N_c m_1} \frac{\langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{m_f^2} - \frac{i}{16N_c} \frac{\langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{m_f} \left[\frac{i}{m_1} \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_1 \times \boldsymbol{\sigma}_2) - \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right) (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) \right]. \quad (95)$$

其中 f 为夸克味指标;

对情况 (B),

$$U_{3(c)}^{(B)}(x) = U_{3(d)}^{(B)}(x) = \frac{\pi\alpha_s}{2N_c m_2^2} \sum_f \frac{m_f \langle 0|\bar{q}_f q_f|0 \rangle}{(4m_2^2 - m_f^2)} \left[1 + \frac{m_f^2}{2(4m_2^2 - m_f^2)} \right] U^{(B)q-qq\bar{q}}(x). \quad (96)$$

$$U_{\text{Total}}^{(A/B)q-qq\bar{q}}(x) = U^{(A/B)q-qq\bar{q}}(x) + U^{(A/B)q-qq\bar{q}(\text{NP})}(x), \quad (97)$$

$U^{(A/B)q-qq\bar{q}(\text{NP})}(x)$ 是来自于图 3 中所有费曼图对微扰夸克-反夸克对激发势的非微扰修正。

其表达式在情况 (A) 和 (B) 中分别是

$$\begin{aligned}
 U^{(A)q\text{-}q\bar{q}(\text{NP})}(x) &= U_{3(a)}^{(A)} + U_{3(b)}^{(A)} + U_{3(c)}^{(A)} + U_{3(d)}^{(A)} = \\
 &\delta(t) \frac{\lambda_1^a \lambda_2^a}{4} 4\pi\alpha_s^2 \left[D_3 |\mathbf{x}|^3 + D_2 |\mathbf{x}|^2 + (D_1 + E_1 + 2F_1) |\mathbf{x}| + \right. \\
 &\left. (D_0 + E_0 + 2F_0) + 2 \sum_f \tilde{F}_0^{(f)} e^{-m_f |\mathbf{x}|} \right], \quad (98)
 \end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}
 U^{(B)q\text{-}q\bar{q}(\text{NP})}(x) &= U_{3(a)}^{(B)} + U_{3(b)}^{(B)} + U_{3(c)}^{(B)} + U_{3(d)}^{(B)} = \\
 &\frac{\pi\alpha_s}{m_2^2} \left\{ \frac{N_c}{(N_c^2 - 1)} \left(\langle 0 | B^2 | 0 \rangle + \frac{48S}{5m_2^2} \right) + \frac{3N_c \langle 0 | B^2 | 0 \rangle}{2(N_c^2 - 1)} + \right. \\
 &\left. \frac{1}{N_c} \sum_f \frac{m_f \langle 0 | \bar{q}_f q_f | 0 \rangle}{(4m_2^2 - m_f^2)} \left[1 + \frac{m_f^2}{2(4m_2^2 - m_f^2)} \right] \right\} U^{(B)q\text{-}q\bar{q}}(x). \quad (99)
 \end{aligned}$$

4 讨论和小结

在非微扰计算中, 非定域的双胶子真空期待值是至关重要的. 然而, 这一真空期待值在固定点规范条件下不具有洛伦兹平移不变性. 在第 2 节中首先给出具有洛伦兹平移不变性的非定域双胶子真空期待值. 为了更自洽地考虑对微扰相互作用势的非微扰修正, 利用具有平移不变性的两胶子真空期待值推导了对单胶子交换势的非微扰修正, 发现所获得的对夸克-夸克势的非微扰修正明显与文献 [14] 在固定点规范条件下所获得的结果不同. 另外, 还给出了对夸克-反夸克对湮灭和激发势的非微扰修正, 这种效应能在计算介子-核子和核子-反核子相互作用过程中的海夸克效应上得以体现.

我们所获得的包含非微扰修正的夸克相互作用势中出现了一些新的特征: 夸克-夸克相互作用势中包含来自于夸克凝聚和胶子凝聚对胶子传播子修正所带来的线性项, 它部分地充当着通常禁闭势的角色; 另外, 还包含来自于胶子凝聚对胶子传播子的非微扰修正所导致的立方项. 上述势中所出现的 Yukawa 类型的项来自于夸克凝聚的贡献, 它具有与赝标量介子交换所提供的等效相互作用势类似的作用. 就夸克-夸克相互作用势, 我们的结果也有别于文献 [14] 的结果. 由于我们保留了含 $\langle 0 | B^2 | 0 \rangle$ 的项, 这不仅导致了对线性项的修正, 而且对色库仑相互作用也引起了额外修正. 夸克和胶子凝聚对自旋-轨道和张量力相互作用的修正形式也与文献 [14] 存在一些差异. 导致这种差异的原因就在于: (i) 本工作利用了具有平移不变性的两胶子真空期待值 (27) 式; (ii) 我们保留了非微扰两夸克真空期待值 $\langle 0 | \bar{q} q | 0 \rangle$ 分量展开系数到次阶项^[9]. 上述对夸克相互作用势的修正必将在不同程度上影响强子谱和散射相移的理论计算结果.

作为本工作的延伸, 我们将探寻上述的包含非微扰修正的夸克相互作用势是否改善重夸克介子谱和自旋能级劈裂等的计算结果. 这些工作正在进行之中.

本文作者之一杨建军对张宗焯研究员和沈彭年研究员在工作中的有益讨论与帮助表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Isgur N, Karl G. Phys. Rev., 1997, **D18**:4187; Godfrey D, Isgur N. Phys. Rev. 1985, **D32**:189; Rujula A De, Georgi H, Glashow S L. Phys. Rev., 1975, **D12**:147
- 2 Müller R, Schmeidl T, Hofmann H M. Z. Phys., 1989, **334**:451
- 3 Liu J P, Huang H, Wang R. Phys. Rev., 1994, **D49**:3474
- 4 Pineda A. Nucl. Phys., 1997, **B494**:213; Phys. Rev., 1997, **D55**:407
- 5 Brambilla N, Vairo A. Phys. Lett., 1997, **B407**:167
- 6 Shifman M A, Vainshtein A I, Zakharov V I. Nucl. Phys., 1979, **B147**:385, 448, 519; Schwinger J. Quantum Chromodynamics. New York: Spring Velag, 1983. Chap. IV
- 7 Yang J J, Shen H Q, Li G L. Mod. Phys. Lett., 1997, **A12**:1983
- 8 Yang J J, Li G L, Huang T. Chin. Phys. Lett., 1997, **14**:724
- 9 Elias V, Steele T G, Scadron M D. Phys. Rev., 1988, **D38**:1584
- 10 Bian J G, Huang T. Chin. Phys. Lett., 1992, **9**:5
- 11 Bagan E, Ahmady M R, Elias V et al. Phys. Lett., 1993, **B305**:151; Z. Phys., 1994, **C61**:157
- 12 Itzykson C, Zuber J B. Quantum Field Theory. New York: McGraw-Hill, 1980. 289
- 13 Wilson K G. Phys. Rev., 1969, **179**:1499
- 14 Shen P N, Li X Q, Guo X H. Phys. Rev., 1992, **C45**:1894
- 15 Henley E M, Oka T, Vergados J D. Nucl. Phys., 1988, **A476**:589

Nonperturbative QCD Corrections to One-Gluon Exchange Quark Potentials Under Lorentz Gauge Condition*

Yang Jianjun Li Guanglie Huang Tao

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Shen Hongqing

(*Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097*)

Abstract We derive the non-local two-gluon vacuum expectation value with translational invariance in Lorentz gauge. By means of the obtained two-gluon vacuum expectation value, the lowest dimensional nonperturbative QCD corrections to one gluon exchange quark-quark, quark-antiquark and $q\bar{q}$ pair excitation potentials are given.

Key words Lorentz gauge, one gluon exchange quark potential, nonperturbative QCD

Received 11 May 1998

* Supported by the National Natural Science Foundation of China (19775051) and Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China