

## Harris 公式和 $ab$ 公式对超形变核 转动带的适用性的比较\*

胡佐贤 曾谨言

(北京大学物理系 北京 100871)

**摘要** 对  $A \approx 190$  区超变形转动带分别用 Harris 二参数公式和  $ab$  公式进行了系统分析. 分析结果表明, 与正常变形核转动带的情况相似, Harris 公式与实验有明显的系统偏离, 而  $ab$  公式则与实验很接近, 可以相当精确和方便地描述超变形转动带.

**关键词** 超变形核转动带 Harris 公式  $ab$  公式

自从首例超变形 (SD) 核转动带发现<sup>[1]</sup>以来的十年中, 在  $A \approx 190$ 、150、130 和 80 等核区已发现了大量的超变形转动带. 过去在描述正常变形 (ND) 核转动谱时曾经提出过一些有用的公式. 本文将分析它们对于 SD 带是否仍然适用, 并对它们的优劣进行比较.

基于对称性的考虑, Bohr 和 Mottelson<sup>[2]</sup>曾经给出轴对称变形核转动谱的角动量  $I(I+1)$  展开式 ( $K=0$  带)

$$E(\xi) = A\xi^2 + B\xi^4 + C\xi^6 + D\xi^8 + \dots, \quad (\xi = \sqrt{I(I+1)}) \quad (1)$$

对于  $K \neq 0$  带, 除带首能量外, 只须将上式中  $\xi^2$  代之为  $I(I+1) - K^2$ . 分析结果表明, 上述公式能相当好地描述正常变形核的大量转动谱 ( $K=1/2$  带除外), 而且收敛性也很满意 ( $|B/A| \approx 10^{-3}$ ,  $|C/A| \approx 10^{-6}$ ,  $|D/A| \approx 10^{-9}$  等). 对于超变形转动带, 收敛性还有待进一步改进<sup>[3]</sup> ( $|B/A| \approx 10^{-4}$ ,  $|C/A| \approx 10^{-8}$  等).

转动谱的另一种描述是基于推转壳模型的 Harris 的角频率  $\omega^2$  展开<sup>[4]</sup> ( $\omega = \partial E / \partial I_x$  为转动角频率),

$$E(\omega) = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6 + \delta\omega^8 + \dots, \quad (2)$$

Bohr 与 Mottelson 曾经提到<sup>[2]</sup>,  $\omega^2$  展开的收敛性优于  $I(I+1)$  展开. 特别是 Harris 的二参数展开式

$$E(\omega) = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 \quad (3)$$

就可以相当好地描述正常变形核的转动谱. Klein 等还证明, Harris 的二参数展开与可变

1997-04-22收稿

\* 国家自然科学基金资助(19675002号)

转动惯量模型等价<sup>[5]</sup>. 所以在 70 年代以后的高自旋核态的实验分析和理论研究中, 公式 (3) 被广泛应用. Bohr 与 Mottelson 还指出<sup>[2]</sup>, 如果 Harris 二参数公式成立, 则展开式 (1) 中的系数只有两个是独立的, 从而得出

$$\begin{aligned} C/A &= 4(B/A)^2, & (D/A) &= 24(B/A)^3, \\ \text{即: } C/4(B^2/A) &= 1, & D/24(B^3/A^2) &= 1. \end{aligned} \quad (4)$$

70 年代的实验数据分析似乎支持上述关系<sup>[2]</sup>.

Peker 等<sup>[6]</sup>用 Harris  $\omega^2$  展开公式对铀系变形核转动带 (自旋已高达  $\sim 30\hbar$ ) 进行了系统分析. 他们根据每一对  $\gamma$  射线能量,  $E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$  与  $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ , 定出公式 (3) 中的参数  $\alpha$  和  $\beta$ . 如果公式 (3) 能很好地描述转动谱, 则定出的  $\alpha$  和  $\beta$  应与角动量 (或角频率) 无关. 但分析结果与此相反, 特别是转动惯量参数  $J_0 = 2\alpha$  (见 (8) 式) 随角频率增大而大幅度变化. 这说明公式 (3) 不能满意地描述正常变形核的高自旋转动谱.

文献 [7, 8] 根据 Bohr 哈密顿量, 对于轴对称度不大 ( $\sin^4 3\gamma \ll 1$ ) 的四极变形核的转动谱, 导出了如下的  $ab$  公式:

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1]. \quad (5)$$

此公式曾经为 Holmberg 和 Lipas<sup>[9]</sup> 作为一个经验公式提出. 分析表明, 公式 (5) 可以很满意地描述稀土区和铀系区正常变形核的大量转动谱. 特别是根据文献 [10] 的分析, 如二参数公式 (5) 成立, 则  $I(I+1)$  展开式中也只有两个系数是独立的, 由此得出

$$C/4(B^2/A) = 1/2, \quad D/24(B^3/A^2) = 5/24. \quad (6)$$

而对稀土和铀系偶偶核中有高自旋态的约 30 条转动带的系统分析结果很接近 (6) 式, 而明显系统偏离 Harris 二参数公式预期的结果 (4) 式. 这与 Peker 等人所得的结论相一致.

以下就超变形转动带数据, 对 Harris 公式 (3) 和  $ab$  公式 (5) 进行比较. 尽管绝大多数超变形转动带的自旋目前尚未直接测定, 但已有几种确定其自旋的方案提出<sup>[2, 11-15]</sup>. 对于  $A \approx 190$  区, 这些方案所指定的自旋 (除极个别转动带外) 是彼此一致的. 而且对于实验上已测定自旋的超变形转动带  $^{194}\text{Hg}(1)$ <sup>[16]</sup> 和  $^{194}\text{Pb}(1)$ <sup>[17]</sup>, 自旋指定与观测结果完全一致. 因此, 这些自旋指定是可信的. 基于这些自旋指定, 本文用  $I(I+1)$  展开式 (1) 对  $A \approx 190$  区所有超变形带进行了分析. 与正常变形转动谱相比, 此时 (1) 式收敛较快, 系数  $D$  极小, 很难准确定出. 所以本文采用三参数  $I(I+1)$  展开式去拟合超变形带  $\gamma$  谱, 得出最佳参数  $A$ ,  $B$  和  $C$  的值, 然后提取比值

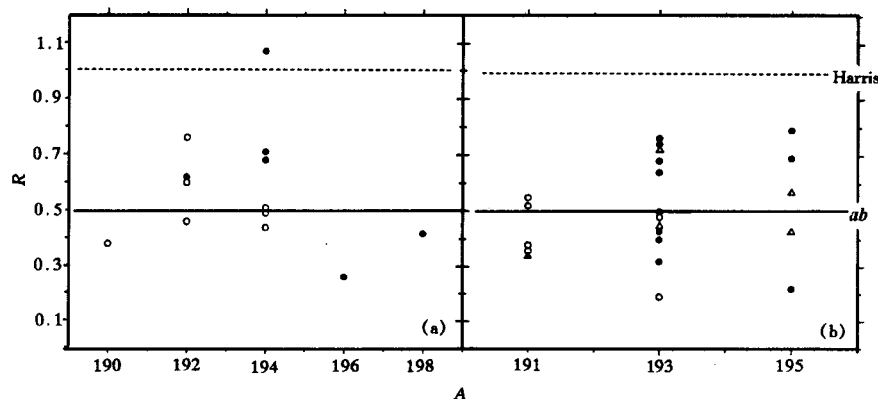
$$R = AC/4B^2, \quad (7)$$

所得结果见图 1. 可以明显看出,  $R$  值接近于  $ab$  公式预期值 ( $R = 1/2$ ), 而系统偏离 Harris 公式的预期值 ( $R = 1$ ).

此外, 仿照 Peker 等人的做法, 分别用 Harris 公式 (3) 和  $ab$  公式去拟合超变形带的每一对  $\gamma$  射线能量  $E_\gamma(I+2 \rightarrow I)$  和  $E_\gamma(I \rightarrow I-2)$ , ( $I = I_0 + 2, I_0 + 4, I_0 + 4 \dots, I_0$  是观测到的最低自旋), 定出参数  $\alpha$  和  $\beta$  或  $a$  和  $b$ . 然后分析它们是否随角动量 (或角频率) 变化. 与 Harris 公式 (3) 相应的运动学和动力学转动惯量分别为

$$J^{(1)} = 2\alpha + \frac{4}{3}\beta\omega^2, \quad J^{(2)} = 2\alpha + 4\beta\omega^2. \quad (8)$$

参数  $J_0 = 2\alpha$  相当于“带首”转动惯量. 如 Harris 公式 (3) 成立, 则  $2\alpha$  应与  $\omega$  无关. 与  $ab$  公式

图 1  $A \approx 190$  区超变形核转动带的  $R$  比值

$R = AC / 4B^2$ ,  $A, B$  和  $C$  是转动谱  $I(I+1)$  展开式中的系数. 按 Harris 二参数公式,  $R = 1$ . 而按  $ab$  公式,  $R = 1/2$ .

(a) 偶偶核:  $\circ$   $^{190, 192, 194}\text{Hg}$ ,  $\bullet$   $^{192, 194, 196, 198}\text{Pb}$ ;

(b) 奇  $A$  核:  $\circ$   $^{191, 193}\text{Hg}$ ,  $\bullet$   $^{193, 195}\text{Pb}$ ,  $\blacksquare$   $^{191}\text{Au}$ ,  $\square$   $^{193, 195}\text{Tl}$ .

(5) 相应的转动惯量公式为

$$J^{(1)} = \frac{\bar{h}^2}{ab} \left[ 1 + bI(I+1) \right]^{1/2} = \frac{\bar{h}^2}{ab} \left[ 1 - \frac{\bar{h}^2 \omega^2}{a^2 b} \right]^{-1/2},$$

$$J^{(2)} = \frac{\bar{h}^2}{ab} \left[ 1 + bI(I+1) \right]^{3/2} = \frac{\bar{h}^2}{ab} \left[ 1 - \frac{h^2 \omega^2}{a^2 b} \right]^{-3/2}.$$
(9)

可以看出, 与 Harris 公式中参数  $J_0 = 2\alpha$  相应的参数是  $J_0 / \hbar^2 = \frac{\bar{h}^2}{ab}$ . 在图 2 中给出了几个典型的 SD 带的分析结果, 其它 SD 带的分析结果与此类似. 由图 2 可以清楚看出, 与正常变形核相似, 由  $E_\gamma$  实验数据所定出的转动惯量参数  $2\alpha$  随角频率增大有很大的起伏, 而由  $E_\gamma$  实验数据定出的  $ab$  公式中相应的参数  $\bar{h}^2 / ab$  却几乎不随角动量改变.

根据上述对  $A \approx 190$  区超变形转动带的系统分析(图 1 和 2), 可以得出如下结论: 无论对正常变形核转动带, 还是超变形核转动带, Harris 的二参数公式(3)与实验都有明显的系统偏离, 而  $ab$  公式(5)则很接近实验, 它远优于 Harris 公式, 而且使用起来非常简便. 在推转壳模型理论计算中, 可使用与(5)式等价的能谱公式

$$E(\omega) = a \left[ \left( 1 - \bar{h}^2 \omega^2 / a^2 b \right)^{-1/2} - 1 \right], \quad (\text{实验室参照系})$$

$$E'(\omega) = a \left[ \left( 1 - \bar{h}^2 \omega^2 / a^2 b \right)^{-1/2} - 1 \right]. \quad (\text{转动参照系})$$
(10)

上述分析, 原则上适用于  $A \approx 150, 130$  和  $80$  区域的 SD 转动带. 但对于  $A \approx 150$  区 SD 带, 由于自旋的指定还有争议, 本文暂不讨论. 对于  $A \approx 130$  和  $80$  区域的 SD 带, 与中重核和轻核中的 ND 带一样, 转动谱的规律性不如重核中那样好(重要原因可能是绝热近似不够好, 以及带交叉的出现), 给判断和比较转动谱公式的适用性带来一些困难. 有关问题还有待进一步仔细研究.

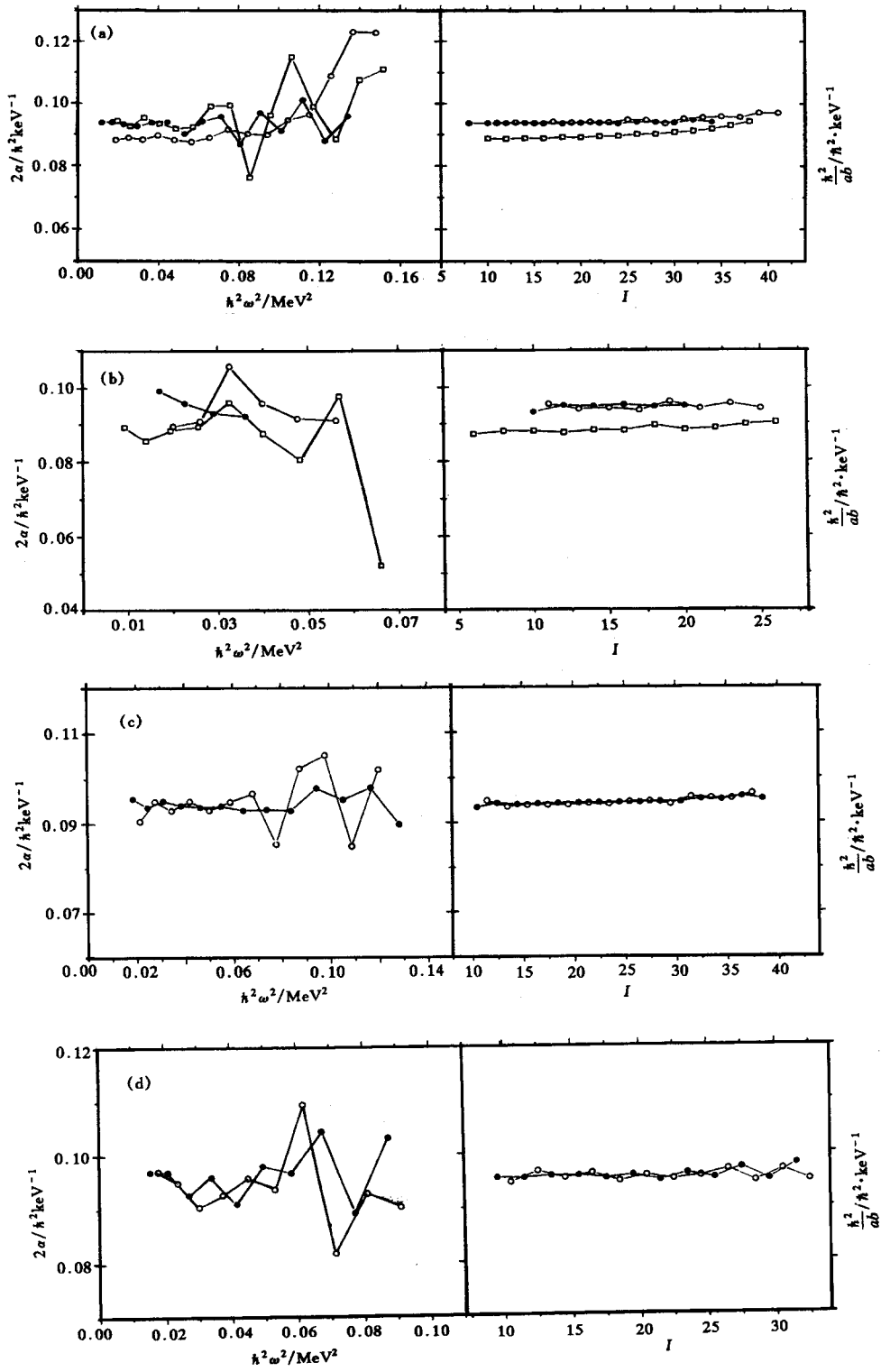


图 2  $A \approx 190$  区超变形核转动惯量随角频率(或角动量)变化的分析

- (a) 偶偶核 $^{194}\text{Hg}$ :  $\square$   $^{194}\text{Hg}(1)$ , 晕 SD 带<sup>[16,18]</sup>;  $\circ$   $^{194}\text{Hg}(2)$ ,  $\bullet$   $^{194}\text{Hg}(1)$ , signature 伴带<sup>[16,18]</sup>;  
 (b) 偶偶核 $^{194}\text{Pb}$ :  $\square$   $^{194}\text{Pb}(1)$ , 晕 SD 带<sup>[17,19]</sup>;  $\bullet$   $^{194}\text{Pb}(2a)$ ,  $\bullet$   $^{194}\text{Pb}(2b)$ , signature 伴带<sup>[17,19]</sup>; (c) 奇 A 核 $^{191}\text{Hg}$ :  
 $\bullet$   $^{191}\text{Hg}(2)$ ,  $\circ$   $^{191}\text{Hg}(3)$ , signature 伴带<sup>[20]</sup>; (d) 奇 Z 核 $^{193}\text{Tl}$ :  $\bullet$   $^{193}\text{Tl}(1)$ ,  $\circ$   $^{193}\text{Tl}(2)$ , signature 伴带<sup>[21]</sup>.

## 参 考 文 献

- [1] Twin P J et al. Phys. Rev. Lett., 1986, **57**(6):811—814
- [2] Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure, vol II (1975, Benjamin)
- [3] Becker J A et al. Phys. Rev., 1992, **C46**(3):889—903  
Draper J E et al. Phys. Rev., 1991, **C42**(1):R179—R184
- [4] Harris S M. Phys. Rev. Lett., 1964, **13**(30):663—665; Phys. Rev., (1965) **138**(3):B509—B516
- [5] Klein A et al. Phys. Lett., 1970, **31B**(6):333—335
- [6] Peker L K et al. Phys. Lett., 1981, **100B**(4):281—284
- [7] Wu Chongshi et al., High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1984, **8**(2):219—226; 1984, **8**(4):445—452  
吴崇试等人, 高能物理与核物理, 1984, **8**(2):219—226; 1984, **8**(4):445—452
- [8] Wu C S Zeng J Y. Commu. Theor. Phys., 1987, **8**:51
- [9] Holmberg P, Lipas P O. Nucl. Phys., 1968, **A117**(3):552—560
- [10] Xu F X, Wu C S, J Y Zeng. Phys. Rev., 1989, **C39**(4):1617—1622
- [11] Xing Zheng et al. High Energy Phys. and Nucl. Phys. (in Chinese), 1991, **15**(12):1094—1099  
邢正等人, 高能物理与核物理, 1991, **15**(12):1094—1099
- [12] Zeng J Y et al. Phys. Rev., 1991, **C44**(5):R1745—R1748;  
Wu C S et al. Phys. Rev., 1992, **C45**(1):261—274
- [13] Piepenbring, R, Protasov K V. Z Phys., 1993, **A345**(1):7—11
- [14] Xu Fuxing, Hu Jimin. Phys. Rev., 1994, **C49**(3):1449—1453
- [15] Zeng J Y et al. Commu. Theor. Phys., 1995, **24**:125
- [16] Khoo T L et al. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**(4):1583—1586
- [17] Brinkman M J et al. Phys Rev., 1996, **C53**:R1461—R1464
- [18] Cederwall B et al. Phys Rev. Lett., 1994, **72**:3180—3188
- [19] Hugher J R et al. Phys. Rev., 1994, **C50**(3):R1265—R1271
- [20] Carpenter M P et al. Phys. Rev., 1995, **C51**(5):2400—2405
- [21] Bouneau S et al. Phys. Rev., 1996, **C53**(1):R9—R13

## Comparison Between the Harris and $ab$ Expressions for the Description of Nuclear Superdeformed Rotational Bands

Hu Zuoxian Zeng Jinyan

(Department of Physics, Peking University, Beijing 100871)

**Abstract** The superdeformed rotational bands in the  $A \approx 190$  region are systematically analyzed using the Harris two-parameter formula and the  $ab$  expression, respectively. Similar to the situations in normally deformed nuclei, there exist obvious and systematic deviation of Harris formula from the experiments, In contrast, the prediction of  $ab$  formula is very close to experiments, and can be conveniently used for the description of nuclear superdeformed bands.

**Key words** superdeformed rotational band, Harris expression,  $ab$  formula