

# 组分夸克模型对重子共振态的 纵向跃迁的相对论计算\*

董宇兵

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

**摘要** 相对论组态混合效应对重子共振态的纵向跃迁振幅  $S_{1/2}(Q^2)$  的影响进行了讨论。研究表明这种组态混合效应会对纵向跃迁振幅  $S_{1/2}(Q^2)$  起着明显的作用。

**关键词** 纵向极化 跃迁振幅 相对论效应 重子共振态

## 1 引言

普遍认为核子与其激发态之间的电磁跃迁是检验核子结构的一个重要手段。早期对这类问题的研究<sup>[1]</sup>, 表明在重子共振态能谱中有明显的  $SU(6) \otimes O(3)$  对称性。近年来的分析又揭示出为了系统地给出重子谱和其跃迁性质, 相对论效应必须考虑进去<sup>[2]</sup>。特别是在计算重子的光产生过程以及模型无关的低能定理和 Drell-Hearn-Gerasimov(DHG)求合规则时<sup>[3]</sup>, 相对论修正尤为重要。在以往的对横向光子产生过程的计算中, 相对论修正所引起的波函数组态混合以及对电磁夸克-光子相互作用的影响都考虑了进去。结果表明相对论修正对  $A_{1/2, 3/2}$  是重要的, 是必须考虑的<sup>[4]</sup>。

然而对纵向光子螺旋度振幅  $S_{1/2}(Q^2)$  的系统和自洽的研究确刚刚开始。在我们论文中<sup>[5]</sup>, 基于正确的非相对论约化, 给出了规范不变的纵向跃迁算符。需要指出的是, 一般地纵向跃迁算符为

$$H_{em}^L = \epsilon_0 J_0 - \epsilon_3 J_3. \quad (1)$$

其中

$$J_0 = \sum_j \sqrt{\frac{2\pi}{k_0}} e_j \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j), \quad (2)$$

$$J_3 = \sum_j \sqrt{\frac{2\pi}{k_0}} \frac{e_j}{2m_j} [P_{3,j} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j) + \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j) P_{3,j}]. \quad (3)$$

1997-02-14收稿

\* 国家自然科学基金资助

由于  $J_0$  和  $J_3$  有不同的非相对论约化形式, 所以在非相对论约化后, 以往的计算中所用到的纵向跃迁算符都遇到了如何满足规范条件这一困难<sup>[6]</sup>.

实际上这一问题已在文献 [5] 中得到解决. 目前对共振区内极化核子结构函数的研究使得对重子共振态螺旋度振幅的计算又引起了人们的关注, 特别是以往不太为人所重视的纵向螺旋度振幅  $S_{1/2}(Q^2)$ . 虽然在文献 [5] 中给出了规范不变的纵向跃迁算符, 但相对论修正对重子波函数的影响并没有考虑进去.

本文的目的就是系统地考虑相对论修正对跃迁算符, 以及波函数的影响, 并对纵向螺旋度振幅给予更为合理的计算.

## 2 理论计算

为了得到满足规范条件的非相对论纵向跃迁算符, 可选光子的极化矢量

$$\varepsilon_\mu^L = \{\varepsilon_0, 0, 0, \varepsilon_z\} = \left\{ \frac{k_3}{\sqrt{Q^2}}, 0, 0, \frac{k_0}{\sqrt{Q^2}} \right\}, \quad (4)$$

这样, 满足规范条件的流  $k^\mu J_\mu = k^3 J_3 - k^0 J_0 = 0$  使得纵向跃迁哈密顿量可写为

$$H = \left\{ \varepsilon_0 - \varepsilon_0 \frac{k_0}{k_3} \right\} J_0. \quad (5)$$

若将(4)式代入, 则  $H = \frac{\sqrt{Q^2}}{k_3} J_0$ . 显然  $H$  与  $\sqrt{Q^2}$  成正比, 因此在实光子极限下为零. 这是规范条件的直接结果.

非相对论约化的  $J_0$  已由 Close 和 Li 给出<sup>[7]</sup>, 其结果是

$$J_0 = \sqrt{\frac{2\pi}{k_0}} \left\{ \sum_j \left( e_j + \frac{ie_j}{4m_j^2} \mathbf{k} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_j \times \mathbf{p}_j) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} \right) - \sum_{j < l} \frac{i}{4M_T} \left( \frac{\boldsymbol{\sigma}_i}{m_j} - \frac{\boldsymbol{\sigma}_l}{m_l} \right) \cdot (e_j \mathbf{k} \times \mathbf{p}_j e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} - e_l \mathbf{k} \times \mathbf{p}_j e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_l}) \right\}. \quad (6)$$

其中第一项是电荷算符, 第二和三项是自旋-轨道相互作用和多体项. 大量的理论分析已表明这两个相对论修正项是非常重要. 它们是给出低能定理和 DHG 求和规则所必需的.

通常纵向螺旋度振幅的定义为

$$S_{1/2} = \langle \Psi_f | J_0 | \Psi_i \rangle. \quad (7)$$

为了考察组态混合的效果, 利用 Isgur-Karl 的重子波函数<sup>[8]</sup>. 表 1 中给出  $P_{11}(938)$ ,  $P_{11}(1440)$ ,  $P_{33}(1600)$ ,  $S_{11}(1535)$ ,  $D_{13}(1520)$ ,  $P_{33}(1920)$  和  $F_{15}(1680)$  等重子共振态的由自旋-自旋和张量力所引起的具有混合的波函数. 其中的符号  $[N_6, {}^{2S+1}N_3, L^P, J]_{No}$  表示该组态的  $SU(6)_{SF}$ ,  $SU(3)$  的维数为  $N_6$  或  $N_3$ , 组态的自旋, 轨道角动量, 宇称, 总角动量分别是

$S, L, P$  和  $J$ , 谐振子壳是  $N$  以及  $S_3$  群的对称性为  $\sigma$ . 从表 1 中可以清楚地看出 Roper  $P_{11}(1440)$ ,  $P_{33}(1600)$  的形变. 对  $P_{11}(938)$  而言, 它有近 20% 的几率是处于  $[56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0S}$ ,  $[56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{2S}$  和  $[70, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{2M}$  态. 当然, 它是以  $[56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0S}$  为主. 但这也表明了组态混合的效应. 同样对  $P_{11}(938)$  和  $P_{33}(1232)$  分别有一定的  $[70, {}^48, 2^+, \frac{1}{2}]_{2M}$  或  $[56, {}^28, 2^+, \frac{3}{2}]_{2S}$  的成份, 虽然其几率很小, 但对解释实验上不为零的  $E2/M1$  跃迁是极为重要的.

表1 含有组态混合效应的Isgur-karl重子波函数

State	Wave function
$P_{11}(938)^{[8]}$	$0.93 [56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0S} - 0.29 [56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{2S} - 0.24 [70, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0M} - 0.05 [70, {}^48, 2^+, \frac{1}{2}]_{0M}$
$P_{11}(1440)^{[8]}$	$0.296 [56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0S} + 0.955 [56, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{2S} - 0.015 [70, {}^28, 0^+, \frac{1}{2}]_{0M} - 0.0006 [70, {}^48, 2^+, \frac{1}{2}]_{0M}$
$P_{33}(1600)^{[8]}$	$-0.16 [56, {}^410, 0^+, \frac{3}{2}]_{0S} + 0.921 [56, {}^410, 0^+, \frac{3}{2}]_{2S} + 0.308 [56, {}^410, 2^+, \frac{3}{2}]_{2S} - 0.180 [70, {}^210, 2^+, \frac{3}{2}]_{2M}$
$S_{11}(1535)^{[8]}$	$-0.53 [70, {}^48, 1^-, \frac{1}{2}]_{1M} + 0.85 [70, {}^28, 1^-, \frac{1}{2}]_{1M}$
$D_{13}(1520)^{[8]}$	$0.11 [70, {}^48, 1^-, \frac{3}{2}]_{1M} + 0.99 [70, {}^28, 1^-, \frac{3}{2}]_{1M}$
$P_{33}(1920)^{[8]}$	$-0.18 [56, {}^410, 0^+, \frac{3}{2}]_{2S} + 0.92 [56, {}^410, 2^+, \frac{3}{2}]_{2S} - 0.36 [70, {}^210, 2^+, \frac{3}{2}]_{2M}$
$F_{15}(1680)^{[8]}$	$0.88 [56, {}^28, 2^+, \frac{5}{2}]_{2S} - 0.48 [70, {}^28, 2^+, \frac{5}{2}]_{2M} + 0.01 [70, {}^48, 2^+, \frac{5}{2}]_{2M}$

为了明显地体现出组态混合效应对纵向螺旋度振幅的影响, 在图 1-6 中, 分别给出了共振态  $S_{11}(1535)$ ,  $D_{13}(1520)$ ,  $F_{15}(1680)$ ,  $P_{33}(1920)$ ,  $P_{11}(1440)$  和  $P_{33}(1600)$  的螺旋度振幅随  $Q^2$  的演化关系. 图中也给出了没有考虑组态混合效应所得到的结果以及没有考虑相对

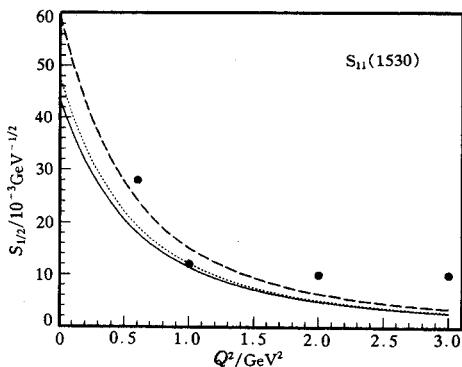


图1  $S_{11}(1530)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
点线是非相对论的结果, 实线和划线分别是本文的  
结果和文献[5]的结果.

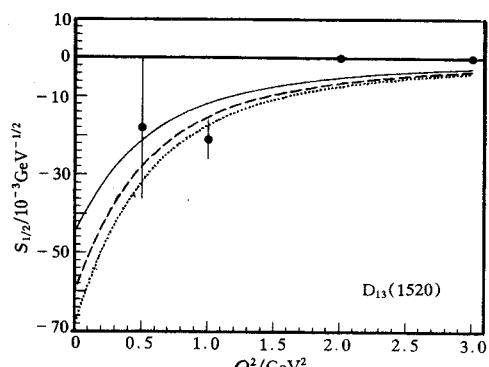


图2  $D_{13}(1520)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
具体说明见图1

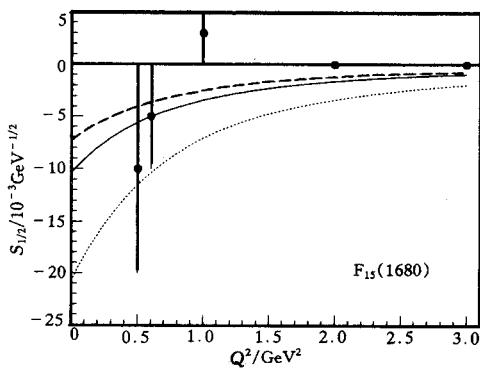


图3  $F_{15}(1680)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
具体说明见图1

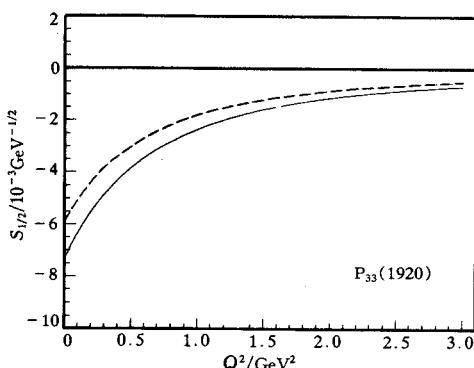


图4  $P_{33}(1920)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
具体说明见图1

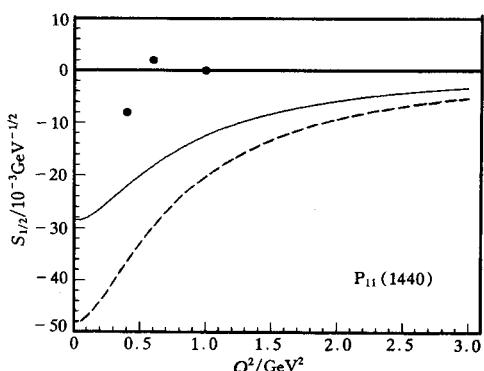


图5  $P_{11}(1440)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
具体说明见图1

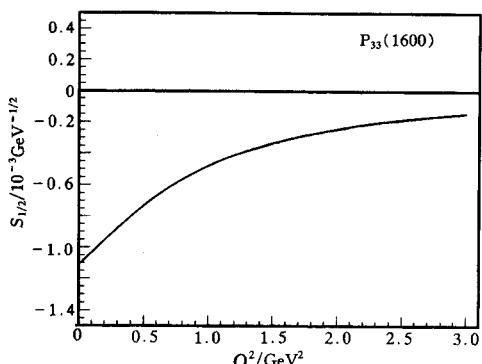


图6  $P_{33}(1600)$  的  $S_{1/2}(Q^2)$   
具体说明见图1

论修正项((6)式中的第二和三项)的完全的非相对论的结果. 在纯组态的情况下

$S_{11}(1535)$ ,  $D_{13}(1520)$ ,  $F_{15}(1680)$ ,  $P_{33}(1920)$ ,  $P_{11}(1440)$  和  $P_{33}(1600)$  的波函数分别是  
 $\left[ 70, ^28, 1^-, \frac{1}{2} \right]_{1M}$ ,  $\left[ 70, ^28, 1^-, \frac{3}{2} \right]_{1M} \left[ 56, ^48, 2^+, \frac{5}{2} \right]_{2S}$ ,  $\left[ 56, ^410, 2^+, \frac{3}{2} \right]_{2S}$ ,  
 $\left[ 56, ^28, 0^+, \frac{1}{2} \right]_{2S}$  和  $\left[ 56, ^410, 0^+, \frac{3}{2} \right]_{2S}$ .

### 3 结果和讨论

通过图1—6, 可以发现对  $D_{13}(1520)$ , 组态混合起着明显的作用. 与现有的实验<sup>[9]</sup>相比较, 可见所起的作用是使理论计算更加合理. 同样对  $P_{33}(1920)$ ,  $F_{15}(1680)$ ,  $P_{11}(1440)$  和  $P_{33}(1600)$ . 对  $P_{11}(1440)$ , 组态混合效应使得所求得的  $S_{1/2}$  减小, 并与现有的实验数据<sup>[9]</sup>更为接近. 本文的计算表明了较大形变的波函数有利于解释 Roper 共振态的性质. 这一结论与 Cardarelli<sup>[10]</sup>的结果相一致. 在图6中, 只有考虑了组态混合效应才能给出不为零的  $S_{1/2}$ , 而其它对  $P_{33}(1600)$  的计算均不给出不为零的螺旋度振幅  $S_{1/2}$ . 以上结果表明组态混合效应同样在解释重子的纵向螺旋度振幅中起着重要的作用, 它的考虑有利于解释现有的实验数据. 可以预计今后 CEBAF 对重子共振态性质的观测会对模型理论给予检验.

另外, 由于本文是非相对论的结果, 但也考虑了一些相对论修正项. 显然在大动量转移区, 相互作用虚光子会探测到核子的较深的部份, 这时整个过程会对核子的形变不很敏感. 反之, 在小动量转移区, 软光子将主要与核子的表面相互作用, 因此组态混合的影响要大. 当然目前的实验数据还不够精确, 难以对理论计算给予检验. 在 CEBAF 和 Mainz 上的新实验将会提供改进的数据.

### 参 考 文 献

- [1] Copley L A, Karl G, Obryk E. Nucl. Phys., 1969, **B13**:303; Feynman R, Kisslinger M, Ravndal F. Phys. Rev., 1971, **D3**:2706
- [2] Close F E, Li Zhenping. Phys. Rev., 1990, **D42**: 2194; Phys. Rev., 1990, **D42**:2207
- [3] Low F E, Phys. Rev., 1956, **96**:1428; Gell-Mann M, Goldberger M. Phys. Rev., 1956, **96**:1433; Drell S D, Hearn A C. Phys. Rev. Lett., 1966, **16**:908; Gerasimov S B. Yad. Fiz., 1965, **2**:839 (Sov. J. Nucl. Phys., 1966, **2**:598)
- [4] Capstick S, Isgur N. Phys. Rev., 1986, **D34**:2704; Capstick S. Phys. Rev., 1992, **D46**:1965; 1992, **D46**:2864
- [5] Li Z P, Dong Y B, Ma W H. J. Phys., 1997, **G23**:151
- [6] Bourdeau M, Mukhopadhyay N. Phys. Rev. Lett., 1987, **58**:976; Vento V, Baym G, Jackson A.D. Phys. Lett., 1981, **102B**:97; Vento V, Navarro J. Phys. Lett., 1984, **141B**:28; Abdullah T, Close F E. Phys. Rev., 1972, **D5**:2323; McClary R, Byers N. Phys. Rev., 1983, **D28**:1692
- [7] Close F E, Li Zhenping, Phys. Lett., 1992, **B289**:143
- [8] Isgur N, Karl G. Phys. Lett., 1997, **72B**:109; 1978; **74B**:353; Isgur N, Karl G. Phys. Rev., 1979, **D19**:2194; Isgur N, Koniuk R. Phys. Rev., 1980, **D21**:1868; Isgur N, Karl G, Koniuk R. Phys. Rev., 1982, **D25**:2394

- 
- [9] Gerhardt C. Z. Phys., 1980, **C4**:311; Foster F, Hughes G. Rep. Prog. Phys., 1983, **46**:1445; Foster F, Hughes G. Z. Phys., 1982, **C41**:123; Warns M et al. Z. Phys. 1989, **C45**:613; 1989, **C45**: 627
  - [10] Cardarelli F et al. Phys. Lett., 1994, **B332**:1

## Calculation for the Longitudinal Transition Amplitudes of Baryon Resonances\*

Dong Yubing

(Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

**Abstract** The relativistic configuration mixing effect on the longitudinal transition amplitudes  $S_{1/2}(Q^2)$  is investigated. The study shows that the effect plays an important role in understanding of the longitudinal transitions of baryons.

**Key words** longitudinal polarization, transition amplitude, relativistic effect, baryon resonances

---

Received 14 February 1997

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China