第19卷 第10期 高能物理与核物理 Vol. 19, No. 10
1995年10月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Oct., 1995

偶偶核γ不稳定集体激发的新公式

吴连坳 娄继忠
(吉林大学物理系 长春 130023)

1994-09-06 收稿

摘 要

从 Bohr 哈密顿出发,通过引入一个有效势,得到了一个适用于γ不稳定核的新公式.将此公式与标准γ不稳定核的 yrast 带比较,相对误差不超过百分之五.

关键词 Bohr 哈密顿,ab 公式,γ不稳定转动.

自1984年吴和曾从 Bohr 哈密顿的本征方程论证了核能谱两参数 ab 公式*的合理性以来[1],这一公式已被广泛地应用于分析核的能谱问题.分析结果表明,这一公式不仅能较好地符合正常形变的转动带的实验数据[2],而且对于超形变转动带也给出了非常好的结果[3].

从吴和曾的最初推导[1]发现,ab 公式是在假设了核具有稳定的γ形变下得到的(或当γ自由度偏离其稳定点不多).这一点从参考文献[1]的(2.3)式的势能项可以看出.在这一意义下,可以说,ab 公式主要是针对轴对称核的,这一点也可以从文献[2,3]的分析结果看出.

另一方面,对于γ不稳定核,是否能够给出一个类似的平方根公式呢?在文献[4]中,我们曾经论述过轴对称核的转动是三维真实空间的转动,而γ不稳定核类似于一个四维"转动",那么通过两种转动的类比,可以猜测这样的公式是可能存在的.为确认,我们仍象吴和曾一样从 Bohr 哈密顿的本征方程开始.Bohr 哈密顿可以写成:

$$H=-\frac{\hbar^2}{2B}\left(\frac{1}{\beta^4}\frac{\partial}{\partial\beta}\beta^4\frac{\partial}{\partial\beta}-\frac{1}{\beta^2}C_5(\gamma\Omega)\right)+V(\beta,\gamma), \tag{1}$$

其中 $C_5(\gamma,\Omega)$ 是以 γ,Ω 表示的 $SO(5)$ 的 Casimir 算子[4]

$$C_5(\gamma,\Omega)=-\frac{1}{\sin 3\gamma}\frac{\partial}{\partial\gamma}\sin 3\gamma\frac{\partial}{\partial\gamma}+\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{3}\frac{L_k^2}{\sin^2\left(\gamma-\frac{2k\pi}{3}\right)}, \tag{2}$$

其中各符号的意义见文献[4,5].对于γ不稳定情况,$V(\beta,\gamma)=V(\beta)$ 与γ无关,所以,

$$[H,C_5(\gamma,\Omega)]=0, \tag{3}$$

即 $H,C_5(\gamma,\Omega)$ 的共同本征态.通过变换和分离β与γ,Ω自由度,容易得到H的本征方程可简化为:

* ab 公式为:$E(I)=a(\sqrt{bI(I+1)+1}-1)$,其中 a,b 是参数,I 为核自旋.

$$\left[\frac{\hbar^2}{2B}\left(-\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}+\frac{(\tau+1)\ (\tau+2)}{\beta^2}\right)+V(\beta)\right]u(\beta)=Eu(\beta), \tag{4}$$

$u(\beta)$ 是本征函数．其中 $\tau(\tau+3)$ 是 $C(\gamma,\ \Omega)$ 的本征值．$SO(5)$ 的 $(\tau,\ 0)$ 表示到 $SO(3)$ 的分支律见文献[5]．类似于文献[1]，取有效势

$$V(\beta)=Q\beta^2+P/\beta^2, \tag{5}$$

则方程(4)可以化为：

$$\left(\frac{d^2}{d\beta^2}+\frac{a_0}{\beta^2}+b_0\beta^2+c_0\right)u(\beta)=0, \tag{6}$$

其中：

$$\begin{aligned} a_0 &= -(\tau+1)(\tau+2)-\frac{2BP}{\hbar^2};\\ b_0 &= -\frac{2BQ}{\hbar^2};\ c_0=\frac{2BE}{\hbar^2}. \end{aligned} \tag{7}$$

(6)式的解可以用 $SU(1,1)$ 代数的方法解出[6]．其解为：

$$4x+2+\sqrt{1-4a_0}=\frac{c_0}{\sqrt{-b_0}}, \tag{8}$$

其中，x 是量子数，取值为 $x=0,1,2,3,\cdots\cdots$.

$$E(x,\tau)=\hbar\sqrt{\frac{2Q}{B}}\left(2x+1+\sqrt{\tau(\tau+3)+\frac{2BP}{\hbar^2}+\frac{9}{4}}\right), \tag{9}$$

这一能谱代表了 β 振动与 γ 不稳转动的迭加．β 振动带头是：

$$E(x,0)=\hbar\sqrt{\frac{8Q}{B}}\left(x+\frac{1}{2}\right), \tag{10}$$

迭加于其上的 γ 不稳转动谱为：

$$E(0,\tau)=a_\gamma(\sqrt{b_\gamma\tau(\tau+3)+1}-1), \tag{11}$$

其中：

$$a_\gamma=\sqrt{4PQ+\frac{9\hbar^2Q}{2B}};\ \ b_\gamma=\frac{4\hbar^2}{8BP+9\hbar^2}. \tag{12}$$

(11)式类似于 ab 公式．

我们可以比较吴和曾[1]推导 ab 公式的过程．吴和曾所用的近似：

1. Bohr 哈密顿作为出发点．这当然是一个近似．对于核体系的一些主要信息，Bohr 哈密顿是可以近似提供的，尽管此哈密顿不能从核费米子自由度直接推得．

2. 有效势(2.3)式[1]．

3. 动能项展开时忽略了 $O(\sin^4 3\gamma)$ 项．

而我们的推导仅使用了 1,2 两部分．如果这两部分是正确的，则我们的推导是完全精确的．仅从这个意义，对于 γ 不稳定情况，可以得到更精确的类似 ab 公式的(11)式．

一般来说，$SO(5)$ 不可能是完全好的对称性，因此一定存在一些破缺因素．最简单的破缺可以模仿相互作用玻色子模型得到，即增加一项 $CI(I+1)$ 在能谱(11)，变成：

$$E(0,\tau)=a_\gamma(\sqrt{b_\gamma\tau(\tau+3)+1}-1)+CI(I+1), \tag{13}$$

对于 yrast 带，$\tau = I/2$，(11)式变为，

$$E(I) = a_\gamma\left(\sqrt{\frac{b_\gamma}{4}I(I+6)+1} - 1\right). \tag{14}$$

(13)式写成：

$$E(I) = a_\gamma\left(\sqrt{\frac{b_\gamma}{4}I(I+6)+1} - 1\right) + CI(I+1). \tag{15}$$

为简化，C 通过核的第一个 4^+态和第 2 个 2^+态确定。

使用公式(14)、(15)式，我们符合了轻稀土区的四个 Xe 核。这些核常常被用于显示 $SO(6)$ (γ 不稳)的例子[7](见图 1)。

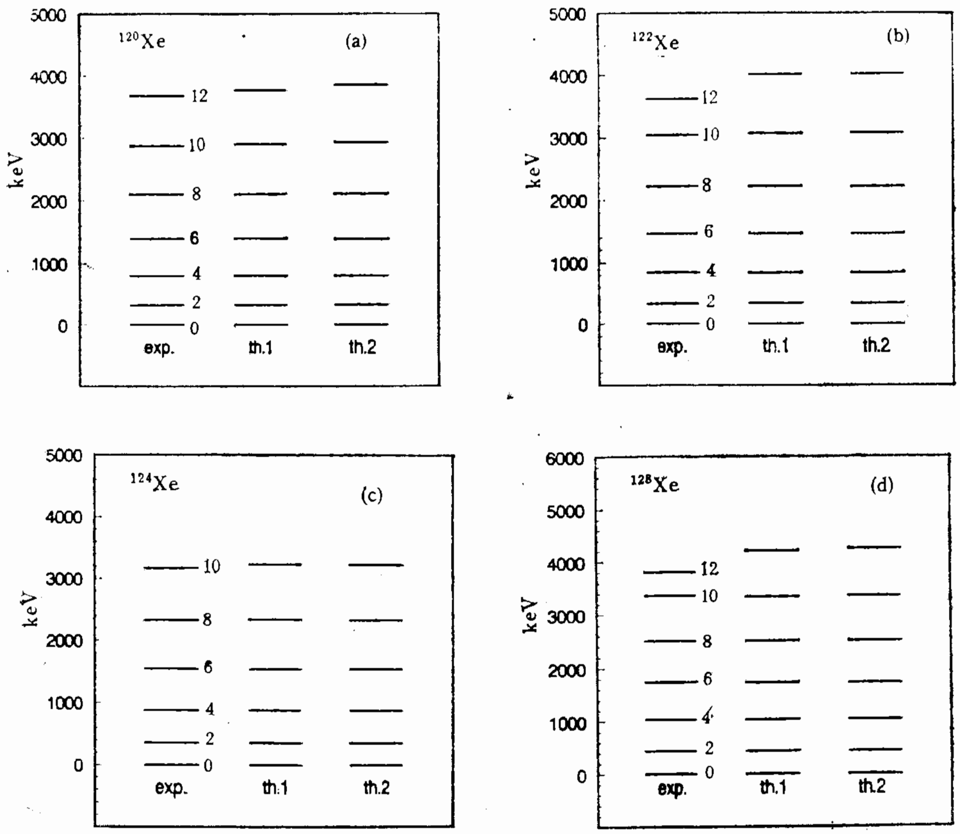

图 1　公式(14) (th. 1) 和公式(15) (th. 2) 与 $^{120-124}$Xe, ^{128}Xe 实验 yrast 带能级的比较

表 1 给出了参数 a_γ, b_γ, C 的数值以及相对误差

$$\delta = \left[\frac{1}{N}\sum_{I_{\min}}^{I_{\max}}\left(\frac{E_{\exp}(I) - E_{\mathrm{th}}(I)}{E_{\exp}(I)}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{16}$$

结果显示，无论(14)式还是(15)式，相对误差均在 5% 以下。比较结果显示一般情况下(14)式比(15)式还好些，这是由于在调整参数过程中 C 是确定的。

ab 公式对轴对称(或几乎轴对称)的转子核谱的极大成功，促使我们对 γ 不稳定转动

表 1 参数 a_γ, b_γ, C 及相对误差

	th. 1			th. 2			
参数	a_γ	$b_\gamma/4$	δ	a_γ	$b_\gamma/4$	C	δ
$A=120$	10115.2	0.000932	0.01	49360.7	0.000932	−5.7071	0.02
$A=122$	12687.6	0.003395	0.05	13642.9	0.003176	−0.3378	0.05
$A=124$	12497.3	0.003654	0.001	8177.58	0.005358	2.3064	0.008
$A=128$	4304.55	0.013465	0.04	2487.43	0.022588	4.5481	0.05

对应情况的研究. 结果显示, 对 γ 不稳定情况的类 ab 公式 (14)、(15) 式也是非常成功的, 这激励我们进一步探索这两个公式的微观的物理背景, 以及形如文献[1]的(2.3)及(5)式的有效势的微观物理意义.

参 考 文 献

[1] 吴崇试、曾谨言,高能物理与核物理,8(1984)219.
[2] J. Meng, C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Phys. Rev.*, **C44**(1991)2545.
[3] J. Y. Zeng, J. Meng, C. S. Wu et al., *Phys. Rev.*, **C44**(1991) R1745.
[4] L. A. Wu et al., *Nucl. Phys.*, **A565**(1993)455.
[5] L. Wilets, M. Jean, *Phys. Rev.*, **102**(1956)788.
[6] B. G. Wybourn, Classical Groups for Physicists, John Wiley (1974).
[7] R. F. Casten, P. von. Brentano, *Phys. Lett.*, **B152**(1985)22.

A New Formula for the γ-Soft Collective Excitation in Even-Even Nuclei

Wu Lianao   Lou Jizhong

(*Department of Physics, Jilin University, Changchun* 130023)

Received 6, September 1994

Abstract

Starting from the Bohr Hamiltonian, a new formula is obtained to describe the γ-soft nuclei in terms of introducing an effective potential. The formula is fitted to the data of the yrast lines of standard γ-soft nuclei. The relative errors are not beyond five percent.

Key words Bohr Hamiltonian, *ab* formula, γ-soft rotation.