

存在耦合情况下 SYNCH 和 MAD 程序计算结果的分析*

徐建铭¹⁾

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)
1993年7月9日收到

摘 要

用 SYNCH 和 MAD 程序计算了一些含有坐标旋转的束流系统。由于坐标旋转,粒子的垂直和水平方向的运动发生耦合。对计算结果进行的分析表明,对有横向耦合的束流系统,SYNCH 程序给出的四个色散函数 (η_x, η'_x, η_y 及 η'_y) 是错误的。这两个程序给出的 Twiss 参数 ($\beta_x, \alpha_x, \beta_y$ 和 α_y) 也有较大的分歧。本文通过对一个简单的有耦合系统的计算结果的分析,说明这两个程序计算结果有错误和分歧。使用这些程序计算有耦合的束流系统时,应格外小心,以免得出错误的结果。

关键词 耦合,色散函数,束流系统,转换矩阵, Twiss 参数。

1 引 言

SYNCH 和 MAD 是两个相当有名的多功能粒子动力学程序,功能完善,国际上各实验室普遍使用,已有廿余年的历史。对它们的计算结果,人们深信不疑。

作者曾用这两个程序计算了一些有横向耦合的束流系统,结果表明,在此情况下,这两个程序的计算结果有明显的错误和分歧^[1,2]。正多极磁铁、漂移段等束流系统元件的六维转换矩阵,和利用这些转换矩阵研究束流通过由这些元件组成的某一束流系统束流性能参数的变化,在不少论文里已经详加论述^[3],这里不再重复。值得注意的是,在磁铁的入口处,假如粒子运动坐标和该正磁铁的坐标系不一致(x 平面是正磁铁的一个对称平面),则应该在磁铁入口前面,加一个坐标旋转,把入口处粒子的运动参数,转换到正多极磁铁的坐标系统上。这样做是因为多极磁铁转换矩阵是对正磁铁坐标系的。产生这一坐标差异的原因,或者是因为安装磁铁时,磁铁对称平面相对于粒子运动的 x 平面有一个角度 R ,或者粒子束在运动过程中,它的坐标系相对于自然坐标系旋转了一个角度。因为上述一些计算方法和公式都是成熟的,所以,SYNCH 程序在计算有耦合的束流系统的色散

* 本工作是由美国能源部支持,在布鲁海文国家实验室(Brookhaven National Laboratory)完成的。

1) 通讯地址:北京中关村2732信箱,徐清同志转交,邮编100080。

函数的错误,估计是程序编写中的失误,而两个程序给出的 Twiss 参数的分歧,除可能的程序编写中的失误外,在耦合情况下 Twiss 参数应如何定义,也是引起结果分歧的可能原因。问题产生的原因有关人员正在查核,在未经修正之前,使用它们计算有耦合的束流系统时,应格外小心。为了计算分析简单,本文以一个简单的有横向耦合的系统为例,分析结果,以表明这两个程序计算结果的错误和分歧。采用的系统是由三块水平偏转铁 W_{1D}, W_{2F}, W_{3D} 和一块垂直偏转铁 W_{P1} 组成,依次为 W_{1D}, W_{2F}, W_{P1} , 和 W_{3D} 。各磁铁上游都有一个漂移段,依次为 $L_{01}, L_{12}, L_{31}, L_{32}$ 。 W_{3D} 的入口处有坐标系旋转 R_1 , 表示该二极铁绕束流轴线旋转 R_1 角。在 R_1 之后,粒子横向运动发生了耦合,在 R_1 之前是没有耦合的。分析 R_1 之前和 R_1 之后的计算结果,便可断定错误主要是计算有耦合情况时发生的。

计算使用的程序是 MAD 的第七版和 SYNCH 在 BNL 的 VAX 机版本。图 1 为束流系统的示意图,在图里中心轨道被拉直了,主要为了表明各元件安排的次序。各元件的参数如下:

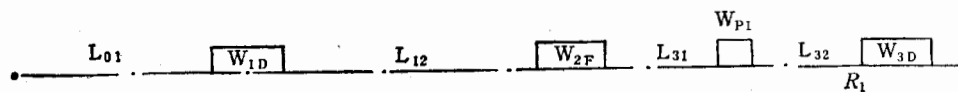


图 1 束流系统示意图

漂移段 L_{01} : L (长度) = 10.910434,

L_{12} : $L = 14.0517$,

L_{31} : $L = 6.11145$,

L_{32} : $L = 6.11145$.

水平偏转铁 W_{1D} 和 W_{3D} : $L = 3.6576$; Angle (偏转角) = 0.04363078; K_1 (聚焦参数) = -0.02351628.

W_{2F} : $K_1 = 0.02351628$; 其他参数同 W_{1D} .

垂直偏转铁 W_{P1} : $L = 1.8288$; $\text{Angle} = 0.012530235$.

坐标旋转 $R_1 = 0.05$.

以上参数中长度单位是 m, 角度用 rad, K_1 用 $1/m^2$.

下面先分析色散函数,之后再分析 Twiss 参数。

2 色散函数

(1) 坐标旋转之前, L_{32} 出口处, 亦即还没有横向耦合时的色散函数。

MAD 程序的结果是:

$$\begin{aligned} \eta_{x0} &= 1.146593631, \quad \eta'_{x0} = 0.02084258749; \\ \eta_{y0} &= 0.08803616920, \quad \eta'_{y0} = 0.01253036558. \end{aligned} \quad (1)$$

SYNCH TRKB (Track Betatron Function) 的结果是:

$$\begin{aligned}\eta_{x0} &= 1.146593, \eta'_{x0} = 0.020843; \\ \eta_{y0} &= 0.088036, \eta'_{y0} = 0.012530.\end{aligned}\quad (2)$$

SYNCH MMM (Matrix Multiplication) 的结果是:

$$\begin{aligned}\eta_{x0} &= m_{16} = 1.14670914, \eta'_{x0} = m_{26} = 0.02083611; \\ \eta_{y0} &= m_{36} = 0.08803616, \eta'_{y0} = m_{46} = 0.01253036.\end{aligned}\quad (3)$$

从上述结果可以看出,对无耦合的一段系统, SYNCH TRKB 和 MAD 给出的结果是相同的. 尾数的差异是由于输出位数不同引起的. 值得注意的是, SYNCH 程序内两个子程序, TRKB 和 MMM 所给出的结果有一定差异, 特别是 x 方向的两个色散函数 η_{x0} 和 η'_{x0} . 尽管差异不大, 在加速器工程上可以容忍. 但它们是实际存在的差异, 不完全是由于输出位数不同. 反映出 SYNCH 程序即使对无耦合系统, 在计算色散函数上也存在一些问题, 导致两个子程序的结果不能很好地自治。

(2) 坐标绕束流轴线旋转 R 角度后的色散函数.

坐标旋转后的色散函数 $\eta_x, \eta'_x, \eta_y, \eta'_y$ 与旋转前的色散函数 $\eta_{x0}, \eta'_{x0}, \eta_{y0}$ 及 η'_{y0} 之间应满足下述坐标转换关系.

$$\eta_x = \eta_{x0} \cos R + \eta_{y0} \sin R, \quad (4)$$

$$\eta'_x = \eta'_{x0} \cos R + \eta'_{y0} \sin R, \quad (5)$$

$$\eta_y = -\eta_{x0} \sin R + \eta_{y0} \cos R, \quad (6)$$

$$\eta'_y = -\eta'_{x0} \sin R + \eta'_{y0} \cos R. \quad (7)$$

把坐标旋转前 MAD 的色散函数结果(式(1))代入式(4)–(7), 设 $R = R_1 = 0.05$, 便得到 MAD 应该给出的按坐标转换关系旋转后的色散函数为:

$$\begin{aligned}\eta_x &= 1.149560662, \eta'_x = 0.02144279695; \\ \eta_y &= 0.03062034974, \eta'_y = 0.01147301068.\end{aligned}\quad (8)$$

MAD 程序实际输出的结果是:

$$\begin{aligned}\eta_x &= 1.149560662, \eta'_x = 0.02144279695; \\ \eta_y &= 0.03062034973, \eta'_y = 0.01147301068.\end{aligned}\quad (9)$$

比较式(8)和式(9)的数据, 可知 MAD 程序的结果满足坐标转换关系.

用类似的方法分析 SYNCH TRKB 的输出. 把坐标旋转前的数据(式(2)), 代入关系式(4)–(7), 得到 SYNCH TRKB 应该给出的按坐标转换关系旋转后的色散函数为:

$$\begin{aligned}\eta_x &= 1.149560, \eta'_x = 0.021443; \\ \eta_y &= 0.030620, \eta'_y = 0.011473.\end{aligned}\quad (10)$$

SYNCH TRKB 实际给出的却和上述数据完全不同. SYNCH TRKB 在 R_1 之后的实际输出数据是:

$$\begin{aligned}\eta_x &= -1.102947, \eta'_x = -0.020049; \\ \eta_y &= -0.084685, \eta'_y = -0.012053.\end{aligned}\quad (11)$$

SYNCH TRKB 给出的坐标旋转后的色散函数(式(11))完全不能满足坐标转换关系式(4)–(7), 表明它在计算有耦合的束流系统时, 所给出的色散函数是错误的.

用同样方法来校核 SYNCH MMM 的输出数据, 就会发现 MMM 子程序在处理坐标旋转上并无错误. 所给出的旋转后和旋转前的色散函数满足坐标转换关系式(4)–(7).

可是由于在坐标旋转之前,MMM 所给出的色散函数(式(3))就不同于 MAD 和 SYNCH TRKB 的数据(式(1)和式(2)),所以旋转后 MMM 给出的色散函数和 MAD 的结果仍有些差异,尽管 MAD 和 SYNCH MMM 在处理坐标旋转上都没有错误。

SYNCH MMM 给出的旋转后的色散函数是:

$$\begin{aligned}\eta_x &= 1.14967602, \eta'_x = 0.02143632; \\ \eta_y &= 0.03061457, \eta'_y = 0.01147333.\end{aligned}\quad (12)$$

式(12)和式(9)有一些分歧。这些分歧是由式(3)和式(1)间的差异引起的。

从以上的分析可以看出,对无耦合的系统,MAD 给出的色散函数和 SYNCH TRKB 的结果是一致的,但 SYNCH MMM 的结果则和上述结果略有分歧。对有耦合的系统,SYNCH TRKB 的结果是错误的,MAD 给出的色散函数是可信的。

3 Twiss 参数

计算时采用的起始参数是:

$$\begin{aligned}\beta_{xi} &= 40.755237, \alpha_{xi} = 1.992883; \\ \beta_{yi} &= 16.997687, \alpha_{yi} = -1.04618.\end{aligned}\quad (13)$$

(1) 对没有坐标旋转的束流系统段 (R_1 之前), MAD 和 SYNCH TRKB 给出的 Twiss 参数 $\beta_{x0}, \alpha_{x0}, \beta_{y0}, \alpha_{y0}$ 完全相同,这里不一一罗列数据了。这是这些程序最基本的功能,结果可信。

(2) 坐标旋转后 (R_1 出口),即对有耦合的系统,SYNCH TRKB 的结果是:

$$\begin{aligned}\beta_x &= 10.9084, \alpha_x = 0.613963; \\ \beta_y &= 50.0533, \alpha_y = -2.193219.\end{aligned}\quad (14)$$

MAD 的 Twiss 子程序能给出束流系统任一位置上的 Twiss 参数。不加耦合 (Couple) 指令时,MAD Twiss 在 R_1 出口的输出结果是:

$$\begin{aligned}\beta_x &= 11.75939402, \alpha_x = 0.6635168614; \\ \beta_y &= 54.09318824, \alpha_y = -2.370235501.\end{aligned}\quad (15)$$

当加上耦合指令时,MAD Twiss Couple 在 R_1 出口的输出是:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= 17.82817229, \alpha_1 = 1.890607154; \\ \beta_2 &= 120.7788642, \alpha_2 = -5.465936926.\end{aligned}\quad (16)$$

三组数据分歧很大。MAD 程序说明已指出,加耦合指令后所给的结果是转换到无耦合作用的坐标系的 Twiss 参数,所以左下角标用 1,2 (即 β_1, β_2) 而不用 x, y (即 β_x, β_y) 以表明不再用当地的原坐标系。而未加耦合指令的结果,则可能由于系统中的耦合作用发生错误。这一情况,在 MAD 的输出中有警告标明。E. Courant 教授还曾指出,在他验算本文全部数据,以便修改 SYNCH 时,发现用 MAD 的第六版、第七版和第八版来计算同一系统,所给出的 (R_1 出口) Twiss 参数并不相同。这一情况说明对有耦合的系统,MAD 程序在计算 Twiss 参数上还存在某些问题。SYNCH 和 MAD 二程序的结果也有较大的分歧。

另外,计算横向运动的目的之一是进行横向匹配。就是使在上游束流系统末端的束

流横向发射度与后续束流系统的接收度相匹配。MAD 程序进行匹配(利用 MATCH 子程序)时,是使 MAD Twiss 无耦合指令的 Twiss 参数(相当于式(15))等于要求值。矛盾的是,程序的输出又明明警告说那组 Twiss 参数可能是错误的。SYNCH 程序只输出一组 Twiss 参数,匹配结果是使那组参数等于给定值。该程序没有说明有耦合情况下 Twiss 参数的定义,但据该程序负责人之一 E. Courant 教授谈^[4],输出结果是转换到没有耦合的坐标系上的参数。如果这样,则给出的 Twiss 参数所处的坐标系未必是要匹配的后续系统的坐标系。使在不同坐标系上的参数相同,未必是人们所要求的匹配。诚然,有耦合情况下,如何定义 Twiss 参数及如何进行横向匹配,都是值得进一步研究的问题。限于篇幅,将在另文中讨论。不过,参照以上的讨论,可知当系统有横向耦合时,不论是用 SYNCH 或 MAD 程序,来计算 Twiss 参数或进行匹配,都要格外小心。

4 结 论

对有横向耦合的束流系统,SYNCH 给出的色散函数是错误的,用 MAD 程序来计算和匹配色散函数,能得到正确的结果。两个程序所给出的 Twiss 参数有很大分歧,这和有耦合情况下如何定义这些参数及程序的计算有关,使用这两个程序计算和匹配有耦合束流系统时,要加小心,以免错误。

本文目的在于指出这两个程序的错误和分歧,限于篇幅,有横向耦合的束流系统的设计及匹配等问题,将在另文中讨论。

作者感谢 E. Courant 教授和 J. Claus 博士的有益的讨论和对全部数据的细心校验。

参 考 文 献

- [1] Jianming Xu, BNL Booster-192, 1991.
- [2] Jianming Xu, BNL-48478, AD/RHIC-117, 1992.
- [3] K. L. Brown, SLAC-75, 1972.
- [4] E. Courant, 私人通讯,1993.

Study on the Output from Programs in Calculating Lattice with Transverse Coupling

Xu Jianming

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing 100039*)

Received on July 9, 1993

Abstract

SYNCH and MAD outputs in calculating lattice with coordinate rotation have been studied in this paper. The result shows that the four dispersion functions (η_x , η'_x , η_y , and η'_y) given by SYNCH output in this case are wrong. There are large discrepancies between the Twiss Parameters ($\beta_x, \alpha_x, \beta_y$ and α_y) given by these two programs. One has to be careful in using these programs to calculate or match lattices with coordinate rotations (coupling between two transverse motions) so that to avoid wrong results.

Key words coupling, dispersion function, lattice, transfer matrices, Twiss parameter.