

超形变带的两带混合模型*

邢正 王养丽 陈星棠

(兰州大学现代物理系 730000)

1992年7月1日收到

摘 要

用参数化的两带混合模型解释了 $A \sim 190$ 区两条反常的超形变带 ($^{193}\text{Hg}(b1)$ 和 $^{193}\text{Hg}(b4)$)。预言在 $\hbar\omega \approx 0.42 \text{ MeV}$ 时, $^{194}\text{Hg}(b1)$ 动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 将开始下降。

关键词 原子核结构, 超形变带, γ 跃迁能量, 两带混合。

最近几年, 原子核超形变转动带 (SD) 带的实验^[1]和理论^[2]工作取得了重大进展。两参数的转动能谱公式 (W-Z 公式)^[3]

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1], \quad (1)$$

极好地描述了 SD 带的带结构, 基于这一公式精确地给出了观测的 SD 带 γ 跃迁能量 $E_\gamma(I)$ 。文献[4,5]提出了一个简便可靠的决定 SD 带自旋的方法。由(1)式可以得到动力学转动惯量 $J^{(1)}$ 和动力学转动惯量 $J^{(2)}$,

$$J^{(1)}(I) = \frac{\hbar^2}{ab} \sqrt{1 + bI(I+1)}, \quad (2)$$

$$J^{(2)}(I) = \frac{\hbar^2}{ab} [1 + bI(I+1)]^{3/2}. \quad (3)$$

实验表明在 $A \sim 190$ 区, 对大多数超形变带第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 随着转动频率的增加是单调增加的。(3)式能够较好地描述 $J^{(2)}$ 的实验值。我们注意到 $^{193}\text{Hg}(b1)$, $^{193}\text{Hg}(b4)$ 的第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 出现明显的上凸和下凹, 理论分析表明这是 $\nu j_{15/2}$ 轨道与 $\nu[512]5/2$ 轨道相交的结果^[6]; 另一方面, $^{194}\text{Hg}(b1)$ 和 ^{192}Hg 的第二类转动惯量在 $\hbar\omega \approx 0.4 \text{ MeV}$ 附近呈现饱和趋势。对 $^{194}\text{Hg}(b1)$ 理论计算^[2]表明, 如果对关联在 SD 态是重要的, 则 g 带和 s 带有较强的作用, $J^{(2)}$ 将出现峰值。而(3)式不能描述两带之间的作用, 只能给出单调上升(或下降)的 $J^{(2)}$ 。本文的主要目的是在(1)式的基础上, 用一个两带混合模型^[7]说明 SD 带第二类转动惯量的上凸和下凹特性, 并具体应用于 $A \sim 190$ 区。

设 g 带和 s 带的能谱分别为

$$E_g(I) = a_1[\sqrt{1 + b_1 I(I+1)} - 1],$$

* 国家自然科学基金和国家教委博士点专项基金资助。

$$E_g(I) = a_2[\sqrt{1 + b_1 I(I + 1)} - 1] + E_{g0} \quad (4)$$

取转动-振动模型的矩阵元^[8,9]加以参数化, 作为两带之间相互作用矩阵元。如两带 K 值均为零, 则

$$V = V_0 I(I + 1). \quad (5)$$

混合后的两带能谱由久期方程

$$\begin{vmatrix} E_g - E & V \\ V & E_s - E \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

确定, 其解为

$$E_{\pm} = \frac{1}{2} [E_g + E_s \pm \sqrt{(E_g - E_s)^2 + 4V^2}], \quad (7)$$

其中 E_- , E_+ 分别对应 Yrast 带和 Yrare 带, 则 Yrast 带

$$\begin{aligned} E_- &= \frac{1}{2} (E_g + E_s) - \frac{1}{2} |E_g - E_s| \left[1 + \left(\frac{2V}{E_g - E_s} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &\approx \frac{1}{2} (E_g + E_s) - \frac{1}{2} |E_g - E_s| - \frac{1}{4} |E_g - E_s| \left(\frac{2V}{E_g - E_s} \right)^2. \end{aligned}$$

对第三项进一步作近似

$$E_g \approx \frac{a_1 b_1}{2} I(I + 1),$$

$$E_s \approx E_0 + \frac{a_2 b_2}{2} I(I + 1)$$

作展开, 并进行参数化, 则对带交叉前有

$$E_- = E_g + c_1 [I(I + 1)]^2 + d_1 [I(I + 1)]^3.$$

带交叉后有

$$E_- = E_s + c_2 [I(I + 1)]^2 + d_2 [I(I + 1)]^3.$$

其形式完全相同, 为了减少参数, 采用表达式

$$E = a[\sqrt{1 + bI(I + 1)} - 1] + c(I(I + 1))^2 + d(I(I + 1))^3 \quad (8)$$

来统一描写具有两带混合的超形变带, 其中第二、第三项表示带间相互作用的影响。

由(8)式, 转动频率为

$$\begin{aligned} \hbar\omega_I &= \frac{dE}{dI_x} \\ &\approx \left[\frac{ab}{\sqrt{1 + bI(I + 1)}} + 4cI(I + 1) + 6d(I(I + 1))^2 \right] \sqrt{I(I + 1)}. \quad (9) \end{aligned}$$

第一类转动惯量 $J^{(1)}$ 和第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 分别为

$$J^{(1)}(I) = \hbar^2 \left[\frac{ab}{\sqrt{1 + bI(I + 1)}} + 4cI(I + 1) + 6d(I(I + 1))^2 \right]^{-1}, \quad (10)$$

$$J^{(2)}(I) = \hbar^2 \left[\frac{ab}{(1 + bI(I + 1))^{3/2}} + 12cI(I + 1) + 30d(I(I + 1))^2 \right]^{-1}. \quad (11)$$

若相互作用矩阵元 V 取^[8-10]

$$V = V_0 \sqrt{I(I+1)}, \quad (5')$$

则相应于(8)、(10)、(11)式有

$$E = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1] + c'I(I+1) + d'(I(I+1))^2, \quad (8')$$

$$J^{(1)}(I) = \hbar^2 \left[\frac{ab}{\sqrt{1 + bI(I+1)}} + 2c' + 4d'I(I+1) \right]^{-1}, \quad (10')$$

$$J^{(2)}(I) = \hbar^2 \left[\frac{ab}{(1 + bI(I+1))^{3/2}} + 2c' + 12d'I(I+1) \right]^{-1}. \quad (11')$$

利用(8)式用最小二乘法决定参数值,由(10)、(11)式计算运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 和动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 的理论值。表1给出了 $^{193}\text{Hg}(b_4)$ SD 带 γ 跃迁能量用最小二乘法拟合的结果,其中 ab 公式指两参数 W-Z 公式, abc 和 abd 公式分别指包括平方项和立方项的三参数公式, $abcd$ 指四参数公式,拟合中带头自旋取 $I_0 = 13.5\hbar^{[4,5]}$, 而均方根偏差定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i \left| \frac{E_\tau(\text{cal}) - E_\tau(\text{exp})}{E_\tau(\text{exp})} \right|^2}. \quad (12)$$

图1给出两类转动惯量理论值与实验值的比较。转动惯量的实验值由

$$J^{(1)}(I-1) = \frac{2I-1}{E_\tau(I)} \hbar^2, \quad (13)$$

表1 $^{193}\text{Hg}(b_4)$ 超形变带 γ 跃迁能量的最小二乘法拟合

I	$E_\tau(\text{keV})$				实验数据 ^[6]
	ab 公式	abc 公式	abd 公式	$abcd$ 公式	
15.5	288.98	290.59	288.31	290.51	290.5
17.5	327.74	329.24	327.66	328.04	328.3
19.5	366.51	367.87	367.18	366.09	366.0
21.5	405.37	406.48	406.83	404.87	404.4
23.5	444.35	445.07	446.49	444.42	444.4
25.5	483.41	483.69	486.07	484.62	484.0
27.5	522.58	522.30	525.39	525.17	526.0
29.5	561.86	560.95	564.23	565.53	566.8
31.5	601.26	599.66	602.40	604.95	604.9
33.5	640.79	638.49	639.59	642.43	642.0
35.7	680.48	677.42	675.52	676.71	674.7
37.5	720.36	716.53	709.81	706.23	707.6
$\sigma \times 10^3$	7.05	6.45	4.20	1.42	
参 数 值	$a = -534832 \text{ keV}$ $b = -1.79749 \times 10^{-3}$	$a = -102932 \text{ keV}$ $b = -9.42222 \times 10^{-5}$ $c = -1.29498 \times 10^{-4} \text{ keV}$	$a = -71973.6 \text{ keV}$ $b = -1.31857 \times 10^{-4}$ $d = -7.91830 \times 10^{-8} \text{ keV}$	$a = 5264.39 \text{ keV}$ $b = 1.92748 \times 10^{-3}$ $c = 1.45528 \times 10^{-3} \text{ keV}$ $d = -3.32718 \times 10^{-7} \text{ keV}$	

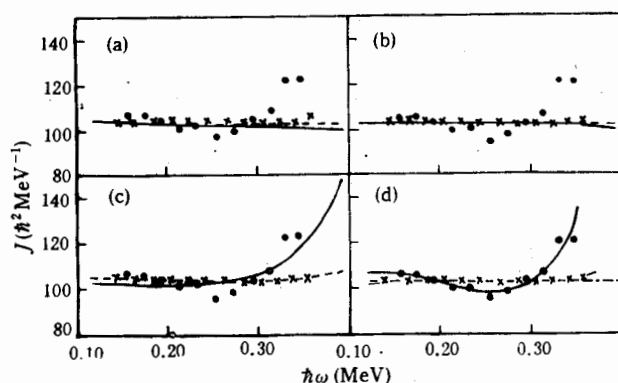


图 1 $^{193}\text{Hg}(b4)$ 超形变带两类转动惯量理论值与实验值的比较
 其中 a). b). c). d) 分别为用 ab 公式; abc 公式; abd 公式; $abcd$ 公式计算的结果. 虚线是由(10)式计算的运动学转动惯量 $J^{(1)}$, 实线和点划线分别由(11)式和(11')式计算的动力学转动惯量 $J^{(2)}$,
 \times 为运动学转动惯量实验值, \bullet 为动力学转动惯量实验值.

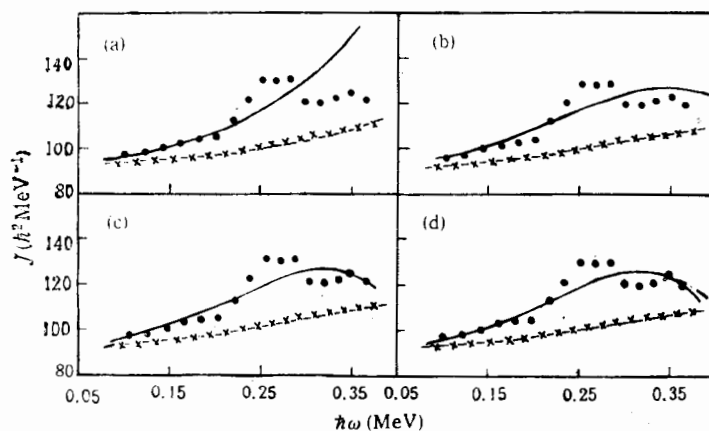


图 2 $^{193}\text{Hg}(b1)$ 超形变带两类转动惯量理论值与实验值的比较
 说明同图 1.

$$J^{(2)}(I) = \frac{4\hbar^2}{\Delta E_r(I+2)} \quad (14)$$

提取, 这里 ΔE_r 为

$$\Delta E_r(I+2) = E_r(I+2) - E_r(I). \quad (15)$$

图 2 给出了 $^{193}\text{Hg}(b1)$ 的两类转动惯量理论值与实验值的比较. 由表 1 和图 1, 2, 倾向于得到下述结论:

1) 为了描述 SD 带两带混合的带结构, 必须考虑两带之间的相互作用, 相互作用的引入使 E_r 理论值更接近实验值^[5].

2) 两参数的 ab 公式只能得到单调上升 ($a, b > 0$ 时) 或单调下降 ($a, b < 0$ 时) 的第二类转动惯量 $J^{(2)}$, 而带间混合可以描写 $J^{(2)}$ 的上凸和下凹特征.

3) 比较 ^{193}Hg 的 b1 和 b4 带, $abcd$ 公式的理论值((11)式)重现了 $^{193}\text{Hg}(b4)$ 带的特征, $J^{(2)}$ 的数值和带交叉频率的位置 ($\omega_c \approx 0.27 \text{ MeV}$) 都与实验一致. 而 b1 带, (11)式给出了第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 的上凸特征, 但带交叉频率偏高.

4) 为了检验相互作用矩阵元的形式对第二类转动惯量的影响, 图 1d) 和图 2d) 中也给出了用(11')式计算的第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 的理论值(点划线所示), 对 $^{193}\text{Hg}(b4)$, 在观测的频率范围内, $J^{(2)} \approx 103\hbar^2 \text{ MeV}^{-1}$, 不能给出下凹特征, 而对 $^{193}\text{Hg}(b1)$ 同样给出第二类转动惯量上凸的主要特征.

5) 由于第一类转动惯量 $J^{(1)}$ 的实验值由(13)式提取, 两参数 ab 公式描写超形变带的 γ 跃迁能量 E_γ 对 $A \sim 190$ 区在拟合最差的情况下, 方均根偏差 σ 也只有千分之几. 因此 $J^{(1)}$ 的理论值很好地重现实验值.

对 ^{192}Hg 和 $^{194}\text{Hg}(b1)$ 的 SD 带, 也比较了两参数的 ab 公式和考虑带间相互作用的 $abcd$ 公式的计算结果, 当采用 ab 公式时, 对 ^{192}Hg 有 $\sigma = 4.94 \times 10^{-3}$ ($a = 45429.6 \text{ keV}$, $b = 2.49156 \times 10^{-4}$), 对 $^{194}\text{Hg}(b1)$ 有 $\sigma = 4.64 \times 10^{-3}$ ($a = 48170.3 \text{ keV}$, $b = 2.31438 \times 10^{-4}$), 而采用 $abcd$ 公式后, 方均根偏差小一个数量级, 对 ^{192}Hg , $\sigma = 0.404 \times 10^{-3}$ ($a = 21440.7 \text{ keV}$, $b = 5.34793 \times 10^{-4}$, $c = 2.35238 \times 10^{-4} \text{ keV}$, $d = -1.88509 \times 10^{-8} \text{ keV}$); 对 ^{194}Hg , $\sigma = 0.428 \times 10^{-3}$ ($a = 29387.8 \text{ keV}$, $b = 3.83906 \times 10^{-4}$, $c = 9.96333 \times 10^{-5} \text{ keV}$, $d = 4.68113 \times 10^{-8} \text{ keV}$), 极其精确地给出了 E_γ 的实验值. 图 3 给出了两类转动惯量理论值与实验值的比较, 可以看到考虑两带混合后, 使在整个观测范围内, ^{192}Hg 和 $^{194}\text{Hg}(b1)$ 的第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 精确地重现实验值, 对 $^{194}\text{Hg}(b1)$, $J^{(2)}$ 在 $\hbar\omega \approx 0.42 \text{ MeV}$ 处呈现一个极大值, 这与微观理论的预言是一致的^[2], 而对 ^{192}Hg 考虑带间相互作用, $J^{(2)}$ 仍然单调上升. 同样也给出了由(11')式计算的第二类转动惯量, 其结果与(11)式并无本质区别, 而对第一类转动惯量 $J^{(1)}$, 两种相互作用矩阵元给出相同的结果. 考虑到 $^{193}\text{Hg}(b1)$ 和 $^{193}\text{Hg}(b4)$ 的计算结果, 倾向于取 $V \propto I(I+1)$ 的形式.

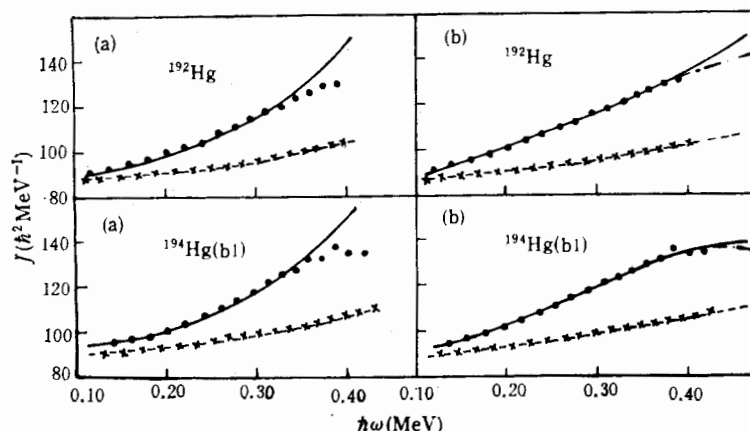


图 3 ^{192}Hg 和 $^{194}\text{Hg}(b1)$ 超形变带两类转动惯量理论值与实验值的比较
a) 两参数 ab 公式计算的结果, b) 四参数 $abcd$ 公式计算的结果.

说明同图 1.

对 $A \sim 150$ 区的初步分析表明, 两带混合模型对 $A \sim 150$ 区呈现明显带交叉的超形变带, 如 $^{146}\text{Gd}(\text{Yrast})$ 和 $^{147}\text{Gd}(\text{b1})$ 带也很好地给出了第二类转动惯量 $J^{(2)}$ 的主要特征, 这将在另文中讨论.

参 考 文 献

- [1] P. J. Twin, *Nucl. Phys.*, **A520**(1990)17C; **A522**(1991)13C.
- [2] S. Aberg, *Nucl. Phys.*, **A520**(1990)35C.
- [3] 吴崇试, 曾谨言, 高能物理与核物理, **8**(1984)219, 445; **9**(1985)77, 124.
C. S. Wu, J. Y. Zeng, *Commun. Theor. Phys.*, **8**(1987)51.
- [4] 邢 正, 陈星槩, 高能物理与核物理, **15**(1991)1020. 陈星槩, 邢正, 高能物理与核物理, **15**(1991)1094.
- [5] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing, X. Q. Chen, and J. Meng, *Phys. Rev.*, **C45** (1992)261.
- [6] D. M. Cullen et al., *Phys. Rev. Lett.*, **65**(1990)1547.
- [7] R. Bengtsson and S. Frauendorf, *Nucl. Phys.*, **A314**(1979)27.
- [8] J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Nuclear Models*, North-Holland Pub. Comp. 1970.
- [9] 廖继志, 近代原子核模型, 四川大学出版社.
- [10] D. Bonatsos *Phys. Rev.*, **C13** (1985) 2256.

A Simple Two-Band Mixing Model of Superdeformed Bands

Xing Zheng Wang Yangli Chen Xingqu

(Department of Modern Physics, Lanzhou University, 730000)

Received on July 1, 1992

Abstract

An irregular behaviour of the dynamic moments of inertia of the superdeformed bands in $A \sim 190$ region is interpreted in terms of a simple two-band mixing model. A $J^{(2)}$ bump of $^{194}\text{Hg}(\text{b1})$ is predicted.

Key Words Nuclear structure, Superdeformed bands, γ -transition energies, Two-band mixing.