第17卷 第6期
1993年6月

高能物理与核物理
HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS

Vol. 17, No. 6
June, 1993

IBM-Ⅱ连续变量表示动态运动方程的解

狄尧民[1)]
(徐州师范学院物理系， 221009)
哈益明
(山东农业大学，泰安 271018)
傅德基
(中国科学院上海原子核研究所， 201800)
徐躬耦[2)]
(南京大学， 210008)

摘　要

本文讨论了IBM－Ⅱ连续变量表示动态运动方程的解.作了适当的变换和近似后，系统的同相部分具有振动-转动模式；反相部分具有“剪刀差”等模式.文章最后具体地计算了^{156}Gd的能谱，计算结果表明，IBM-Ⅱ连续变量表示的解能较好地再现IBM-Ⅱ代数计算的结果.

一、引言

区分质子、中子玻色子的相互作用玻色子模型(IBM-Ⅱ)[1]是本来形式的相互作用玻色子模型(IBM-Ⅰ)[2]的最重要的扩展形式.鉴于它能更细致地描绘核的集体性质并有微观基础[3,4]，同时也由于八十年代中期发现了混合对称态，所以这种新的核集体运动模式可以在IBM-Ⅱ的框架下得到较好的解释[5]，因此目前IBM-Ⅱ是使用最广泛的一种相互作用玻色子模型.

对于IBM的连续变量表示及其与几何模型的关系已有不少研究工作.但是这一课题，特别是其连续变量表示的动态方面，尚有许多问题需要进一步探索.我们已在文献[6]中(下称文Ⅰ)用动力学群表示下的生成坐标法(DGR-GCM)[7]讨论了IBM-Ⅱ连续变量表示的动态方面.IBM-Ⅱ“标准形式”的哈密尔顿为[8]

本文1992年1月10日收到.

1) 该作者在本工作中得到了江苏省教委自然科学基金的资助.

2) 兰州大学兼职教授.

$$H = \varepsilon(\hat{n}_{d\mathrm{n}} + \hat{n}_{d\mathrm{p}}) + \kappa\hat{Q}_{\mathrm{n}} \cdot \hat{Q}_{\mathrm{p}} + M. \tag{1}$$

其中
$$Q_\rho = (s_\rho^+ \tilde{d}_\rho + d_\rho^+ s) + \chi_\rho [d^+ \tilde{d}]^{(2)}, \quad \rho = \mathrm{n}, \mathrm{p} \tag{2}$$

为四极算符，

$$\begin{aligned} M = & \xi_2 (s_{\mathrm{n}}^+ d_{\mathrm{p}}^+ + d_{\mathrm{n}}^+ s_{\mathrm{p}}^+)^{(2)} \cdot (s_{\mathrm{n}} \tilde{d}_{\mathrm{p}} - \tilde{d}_{\mathrm{n}} s_{\mathrm{p}})^{(2)} \\ & - 2 \sum_{k=1,3} \xi_K (d_{\mathrm{n}}^+ d_{\mathrm{p}}^+)^{(K)} \cdot (\tilde{d}_{\mathrm{n}} \tilde{d}_{\mathrm{p}})^{(K)} \end{aligned} \tag{3}$$

为 Majorana 算子. 我们在文 I 中仿照文献 [9] 引入变换，将质子、中子自由度变换为两种玻色子做同相运动和反相运动的自由度. 并用 DGR-GCM 方法导出了具有这种模式的"标准形式"的等效哈密尔顿量. 其具体形式如下

$$\begin{aligned} H = & \overset{0}{H}(x) + \frac{1}{8} \frac{\partial}{\partial x_\mu^d} (C^{-1})_{\mu\rho} H_{\rho\sigma}^{(2)}(x, d) (C^{-1})_{\sigma\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda^d} \\ & + \frac{1}{8} \frac{\partial}{\partial x_\mu^q} (C^{-1})_{\mu\rho} H_{\rho\sigma}^{(2)}(x, q) (C^{-1})_{\sigma\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda^q} \\ & + \cdots\cdots, \end{aligned} \tag{4}$$

上式中符号意义均与文 I 中相同. 式中第一项为静态势能的主要部分；第二项为系统作同相运动动能；第三项为反相运动动能；其余各项为小量，这里不予考虑. $\overset{0}{H}(x)$, $H_{\rho\sigma}^{(2)}(x, d)$, $H_{\rho\sigma}^{(2)}(x, q)$ 的具体表达式已由文 I 给出.

本文的目的是讨论动态运动方程（即（4）式的本征方程）的解. 为求解该方程，对于形变核，将 H 变换到内禀坐标系（球张量 x_μ^d 的主轴坐标系）. 关于势能部分我们已在文 I 中作了较详细的讨论，此文主要讨论动能的变换. 本文第二节讨论同相运动动能的变换；第三节为反相运动动能的变换；第四节讨论运动方程的求解方法；第五节给出了计算^{156}Gd 能谱的一些计算结果，并作了一些讨论.

二、同相动能的变换

在内禀坐标系，有

$$a_1^d = a_{-1}^d = 0, \quad a_2^d = a_{-2}^d. \tag{5}$$

实验室坐标系和内禀坐标系之间有如下变换关系

$$x_\mu^d = \sum_v D_{\mu v}^*(\theta_i) a_v^d. \tag{6}$$

其中 $D_{\mu v}$ (θ_i) 为转动矩阵，θ_i $(i=1, 2, 3)$ 为二组坐标系之间的欧拉角. 按照我们在文 I 中的讨论，可以选取适当的坐标，使两坐标系之间仅差一章动角，这时

$$D_{\mu v}^*(\theta_i) = d_{\mu v}(\theta) = D_{\mu v}(\theta_i), \tag{7}$$

这就保证了在实验室坐标系中 x_μ^d 取为实数就够了. 按照文献 [10] 中的讨论，经一系列运算后可以导出微分算符之间的变换关系

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu^d} = D_{\mu v}(\theta_i) U_{v\sigma} \frac{\partial}{\partial q_\sigma^d}. \qquad \text{（重复指标表示求和）} \tag{8}$$

其中

$$U_{\nu\sigma}=\begin{bmatrix} U_{22} & U_{21} & U_{20} & U_{2-1} & U_{2-2} \\ U_{12} & U_{11} & U_{10} & U_{1-1} & U_{1-2} \\ U_{02} & U_{01} & U_{00} & U_{0-1} & U_{0-2} \\ U_{-12} & U_{-11} & U_{-10} & U_{-1-1} & U_{-1-2} \\ U_{-22} & U_{-21} & U_{-20} & U_{-2-1} & U_{-2-2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dfrac{1}{\sqrt{2g_3}} & 0 & \dfrac{1}{2} \\ 0 & \dfrac{1}{\sqrt{2g_1}} & 0 & \dfrac{-i}{\sqrt{2g_2}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\sqrt{2g_1}} & 0 & \dfrac{i}{\sqrt{2g_2}} & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{1}{\sqrt{2g_3}} & 0 & \dfrac{1}{2} \end{bmatrix},\tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_\sigma^d}=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial q_2^d} \\ \dfrac{\partial}{\partial q_1^d} \\ \dfrac{\partial}{\partial q_0^d} \\ \dfrac{\partial}{\partial q_{-1}^d} \\ \dfrac{\partial}{\partial q_{-2}^d} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial a_0^d} \\ L_1 \\ L_3 \\ L_2 \\ \dfrac{\partial}{\partial a_2^d} \end{pmatrix},\tag{10}$$

其中 L_k（$k=1，2，3$）为角动量算符在内禀坐标轴上的投影. 忽略反相部分影响

$$g_k=\begin{cases}(\sqrt{3}\,a_0^d+2a_2^d)^2 & k=1 \\ (\sqrt{3}\,a_0^d-2a_2^d)^2 & k=2 \\ 8(a_2^d)^2 & k=3\end{cases}.\tag{11}$$

将（5）、（6）、（8）式代入（4）式中第二项，经过冗繁的计算，并考虑量子力学中坐标变换规则，可将同相运动的动能写成如下形式

$$T^d=\frac{1}{8}\frac{1}{J^d}\frac{\partial}{\partial a_\rho^d}J^d(B)_{\rho\sigma}\frac{\partial}{\partial a_\sigma^d}+\frac{1}{8G_k}L_k^2,\tag{12}$$

$$(\rho、\sigma=0,2,k=1,2,3,\text{重复指标表示求和})$$

其中

$$J^d=4a_2^d(3(a_0^d)^2-2(a_2^d)^2),\tag{13}$$

为坐标变换的 Jacobi 行列式. （12）式中第一项为同相运动的振动能，第二项为转动能. 对称矩阵 $B_{\rho\sigma}$的元素和 G_k 均为 IBM-Ⅱ参数和 a_0^d、a_2^d的函数. 由于具体表达式较为复杂，限于篇幅，此处从略.

三、反相动能的变换

内禀坐标系是指球张量 x_μ^d 的主轴坐标系，一般说来它不是 x_μ^q 的主轴生标系. 但我们已在文Ⅰ中强调指出，在我们的讨论中可以将相干态中的生成坐标看作实数. 因此我们有

$$a_1^q = -a_{-1}^q, \qquad a_2^q = a_{-2}^q. \tag{14}$$

实验室坐标系和内禀坐标系之间有如下变换关系

$$x_\mu^q = \sum_v D_{\mu v}^*(\theta_i) a_v^q. \tag{15}$$

同样按照文献 [10] 中的方法，经过推导可得微分算符之间的变换关系

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu^q} = \sum_v D_{\mu v}(\theta_i) \frac{\partial}{\partial a_v^q}. \tag{16}$$

坐标变换的行列式为1. 同样经过冗繁的推算可以得到反相动能在内禀坐标系中的具体表达式

$$T^q = \frac{1}{8} \frac{\partial}{\partial a_\rho^q} (B^q)_{\rho\sigma} \frac{\partial}{\partial a_\sigma^q} + \frac{f_k}{8G_k^q} L_k^2, \tag{17}$$

($k = 1,2,3$,重复指标表示求和)

其中

$$(B^q)_{\rho\sigma} = \begin{pmatrix} B_{00}^q & 0 & B_{02} \\ 0 & B_{11}^q & 0 \\ B_{20} & 0 & B_{22}^q \end{pmatrix}, \tag{18}$$

且 $\quad B_{20} = B_{02}$.

同样 $(B^q)_{\rho\sigma}$和 G_k^q 均为 a_0^d、a_2^d和 IBM-Ⅱ 参数的函数，而 f_k 为 a_0^q、a_1^q和 a_2^q的函数，具体表达式从略. (17) 式中第一项为反相运动的振动能；而第二项为转动能，即与反相坐标有关的势场 (即文 I 中的 $V^q + V^{dq}$)作转动时相应的能. 与同相转动能相比，它是个小量.

四、运动方程的解

要严格求解动态运动方程是非常复杂的. 为此我们作两点近似.

(1) 在动能部分作惯量参数的刚化近似. $B_{\rho\sigma}$、$B_{\rho\sigma}^q$和 G_k、G_k^q 为 a_0^d、a_2^d的函数，而 f_k 为 a_0^q、a_1^q和 a_2^q的函数. 现代之以其平衡点的值. 根据我们在文 I 中的讨论，可以认为

$$\dot{a}_0^q = \dot{a}_1^q = \dot{a}_2^q = 0, \dot{a}_0^d = \dot{a}_0, \dot{a}_2^d = 0, \tag{19}$$

其中 $\dot{X}$ 表示 X 在平衡点的值. 这时 f_k 等于零，(17) 式中的转动能可以不予考虑. 同时 $B_{\rho\sigma}$、$B_{\rho\sigma}^q$的非对角元为零. 则动能可以进一步化为

$$T^d = -\left(\frac{1}{2B_0} \frac{\partial^2}{(\partial a_0^d)^2} + \frac{1}{4B_2} \frac{\partial^2}{(\partial a_2^d)^2} + \frac{\frac{1}{2} B_0 (3(a_0^d)^2 - 6(a_2^d)^2) + 36 B_2 (a_0^d)^2 (a_2^d)^2}{8 B_2 B_0 (a_2^d)^2 (3(a_0^d)^2 - 2(a_2^d)^2)} \right) + \frac{1}{2J_k} L_k^2; \tag{20}$$

($k = 1,2,3$,重复指标表示求和)

$$T^q = -\left(\frac{1}{2B_0^q} \frac{\partial^2}{(\partial a_0^q)^2} + \frac{1}{4B_1^q} \frac{\partial^2}{(\partial a_1^q)^2} + \frac{1}{4B_2^q} \frac{\partial^2}{(\partial a_2^q)^2} \right). \tag{21}$$

其中 $\qquad (B_0^d)^{-1} = -\frac{1}{4} \dot{B}_{00}, \qquad (B_2^d)^{-1} = -\frac{1}{2} \dot{B}_{22},$

$$J_1 = J_2 = J = 4\dot{G}_1, \qquad J_3 = 0, \tag{22}$$

$$(B_0^q)^{-1} = -\frac{1}{4}\dot{B}_{00}, \qquad (B_1^q)^{-1} = -\frac{1}{2}\dot{B}_{11}^q, \qquad (B_2^q)^{-1} = -\frac{1}{2}\dot{B}_{22}^q.$$

(20) 式中第三项可理解为波函数归一化时采用体元 $d\tau = d\Omega da_0^d d\, a_2^d$ 而不是 $d\tau^1 = \sqrt{J^d}d\tau$ 引起的“附加势能”[10].

(2) 在势能部分作谐振子近似. 这时势能可写成如下形式

$$V = V_0 + \frac{1}{2}C_0^d\xi^2 + C_2^d(a_2^d)^2 + \frac{1}{2}C_0^q(a_0^q)^2 + C_1^q(a_1^q)^2 + C_2^q(a_2^q)^2, \tag{23}$$

其中
$$V_0 = V(\dot{a}_0^d, \dot{a}_2^d, \dot{a}_0^q, \dot{a}_1^q, \dot{a}_2^q), \quad \xi = a_0^d - \dot{a}_0. \tag{24}$$

作了这两点近似后，运动方程的同相部分与文献 [10] 中的振动-转动模式相似，完全可用类似的方法来讨论. 由此可得同相部分的波函数为

$$\Psi_{IMKn_2n_0}(\xi, a_2^d, \theta_i) \equiv |IMKn_2n_0\rangle = \left(\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}\right)^{1/2}(D_{MK}^{I*}(\theta_i) + (-1)^I D_{M-K}^I(\theta_i))\chi_{k,n_2}(a_2^d)g_{n_0}(\xi), \tag{25}$$

其中
$$\begin{aligned} &K = 0,2,4,\cdots\cdots \\ &I = 0,2,4,\cdots\cdots \qquad \text{对 } K = 0, \\ &I = K, K+1, K+2, \cdots\cdots \qquad \text{对 } K \neq 0. \end{aligned} \tag{26}$$

而 $\chi_{K,n_2}(a_2^d)$ 和 $g_{n_0}(\xi)$ 分别为如下微分方程的解

$$\left\{-\frac{1}{4B_2^d}\frac{\partial^2}{(\partial a_2^d)^2} + \frac{K^2-1}{16B_2^d(a_2^d)^2} + C_2^d(a_2^d)^2 - (\frac{|K|}{2} + 1 + 2n_2)E_\gamma\right\}\chi_{K,n_2}(a_2^d) = 0, \tag{27}$$

$$\left\{-\frac{1}{2B_0^d}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2} + \frac{1}{2}C_0^d\xi^2 - (n_0 + \frac{1}{2})E_\beta\right\}g_{n_0}(\xi) = 0. \tag{28}$$

而能量公式为

$$E_{IKn_2n_0} = \frac{1}{2J}(I(I+1) - K^2) + (\frac{1}{2}|K| + 1 + 2n_2)E_\gamma + (n_0 + \frac{1}{2})E_\beta, \tag{29}$$

其中
$$E_\beta = \sqrt{C_0^d/B_0^d}, \qquad E_\gamma = \sqrt{C_2^d/B_2^d} \tag{30}$$

分别为系统作 β 振动和 γ 振动的能量.

在作了上面两点近似后，系统的反相部分可作微振动处理，简正坐标为 a_K^q ($K=1$，2，3)，振动能量为

$$\text{当 } K = 0 \qquad E_0^q = \sqrt{C_0^q/B_0^q}, \tag{31}$$

$$K = 1 \qquad E_1^q = \sqrt{C_1^q/B_1^q}, \tag{32}$$

$$K = 2 \qquad E_2^q = \sqrt{C_2^q/B_2^q}, \tag{33}$$

这时质子椭球与中子椭球将分开. $K=1$的第一激发态即与1^+混合对称态相应，这就是许多文献提及的“剪刀差”运动模式.

由于我们最关心的是 J、E_β、E_γ 以及 E_1^q的值，下面列出了我们计算所得的有关参量的表达式.

$$\frac{1}{B_0^d}=\frac{\varepsilon}{2N}(1+\dot{a}_0^2)-\frac{\kappa N_n N_p}{N^2}\{\dot{a}_0(1+\dot{a}_0^2)$$

$$\cdot\left[\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n+\chi_p)+(4-\frac{2}{7}\chi_n\chi_p)\dot{a}_0-\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n+\chi_p)\dot{a}_0^2\right]\right\}, \tag{34}$$

$$\frac{1}{B_2^d}=\frac{\varepsilon}{2N}-\frac{\kappa N_n N_p}{N^2}\left[\frac{\dot{a}_0^2}{1+\dot{a}_0^2}(2-\sqrt{\frac{2}{7}}\chi_n\dot{a}_0)(2-\sqrt{\frac{2}{7}}\chi_p\dot{a}_0)\right.$$

$$\left.-\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n+\chi_p)\dot{a}_0+\frac{2}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right], \tag{35}$$

$$\frac{1}{J}=\frac{\varepsilon}{6N\overset{0}{a}{}_0^2}-\frac{\kappa N_n N_p}{6N^2\dot{a}_0^2}\left[\frac{2(2-\sqrt{\frac{2}{7}}\chi_n\dot{a}_0)(2-\sqrt{\frac{2}{7}}\chi_p\dot{a}_0)\dot{a}_0^2/1+\dot{a}_0^2}{1+\dot{a}_0^2}\right.$$

$$\left.+\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n+\chi_p)\dot{a}_0-\frac{2}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right], \tag{36}$$

$$C_0^d=\left.\frac{\partial^2 V}{(\partial a_0^d)^2}\right|_{X=\dot{X}}=\frac{2\varepsilon N(1-3\dot{a}_0^2)}{(1+\dot{a}_0^2)^3}$$

$$+\frac{8N_n N_p\kappa}{(1+\dot{a}_0^2)^4}\left[1-8\dot{a}_0^2+3\dot{a}_0^4\right.$$

$$-\sqrt{\frac{1}{14}}(\chi_n+\chi_p)\dot{a}_0(3-8\dot{a}_0^2+\dot{a}_0^4)$$

$$\left.+\frac{3}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2(1-\dot{a}_0^2)\right], \tag{37}$$

$$C_2^d=\frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 V}{(\partial a_2^d)^2}\right|_{X=\dot{X}}=\frac{2\varepsilon N}{(1+\dot{a}_0^2)^2}$$

$$+\frac{4N_n N_p\kappa}{(1+\dot{a}_0^2)^3}\left[2(1-\dot{a}_0^2)+\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n+\chi_p)\dot{a}_0(3+5\dot{a}_0^2)\right.$$

$$\left.+\frac{2}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right], \tag{38}$$

$$\frac{1}{B_1^q}=\xi_2+(\frac{3}{5}\xi_1+\frac{2}{5}\xi_3)\dot{a}_0^2+\frac{\varepsilon}{N}$$

$$-\frac{\kappa}{N^2}\left\{(N_n^2+N_p^2)\left[\frac{2\dot{a}_0^2}{(1+\dot{a}_0^2)}(2-(\chi_n+\chi_p)\sqrt{\frac{2}{7}}\dot{a}_0\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2)-\frac{1}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right]$$

$$\left.+(\chi_n N_p^2+\chi_p N_n^2)\sqrt{\frac{2}{7}}\dot{a}_0\right\}, \tag{39}$$

$$
\begin{aligned}
C_1^q &= \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 V}{(\partial a_1^q)^2}\right|_{X=\dot{X}} \\
&= \frac{1}{(1+\dot{a}_0^2)^2}\Bigg\{\left[\xi_2 + \left(\frac{3}{5}\xi_1 + \frac{2}{5}\xi_3\right)\right]N^2 + \varepsilon N \\
&\quad - \kappa N_n N_p\left[4 - 2\cdot\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n + \chi_p)\dot{a}_0 + \frac{2}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right] \\
&\quad - \kappa\sqrt{\frac{2}{7}}(\chi_n N_p^2 + \chi_p N_n^2)\dot{a}_0 \\
&\quad + \kappa\cdot\frac{1}{7}(N_n^2 + N_p^2)\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2 \\
&\quad - \frac{\kappa(N_n^2 + N_p^2)\dot{a}_0^2}{(1+\dot{a}_0^2)}\left[4 - 2(\chi_n + \chi_p)\sqrt{\frac{2}{7}}\dot{a}_0 + \frac{2}{7}\chi_n\chi_p\dot{a}_0^2\right]\Bigg\}.
\end{aligned} \tag{40}
$$

在 SU（3）极限情形，即 $\varepsilon=0$，$\chi_n=\chi_p=-\frac{\sqrt{7}}{2}$，$\dot{a}=\sqrt{2}$，这时我们可得

$$(J)^{-1} = -\frac{3}{4}\kappa\frac{N_n N_p}{N^2}, \tag{41}$$

$$E_\beta = E_\gamma = -6\kappa\frac{N_n N_p}{N}. \tag{42}$$

这与我们期待的值一致.

五、计算结果及讨论

应用上节的求解方法，我们具体计算了^{156}Gd 的能谱，所用的参量与文献[11，12]相同：$\varepsilon_d=0.46$MeV，$\kappa=-0.081$Mev，$\chi_n=-1.1$，$\chi_p=-1.0$，$\xi_1=\xi_2=\xi_3=0.15$MeV. 文献[11]中用经典极限法计算得“剪刀差”模式集体1^+态的激发能 $E(1^+)=3.03$MeV，文献[12]用半经典平均场技术计算得 $E(1^+)=3.06$MeV，第一激发态的激发能 $E(2_1^+)=0.077$MeV. 严格的 IBM-Ⅱ代数计算结果为 $E(1^+)=3.09$MeV，$E(2_1^+)=0.080$MeV. 实验值为 $E(1^+)=3.075$MeV，$E(2_1^+)=0.089$MeV. 我们的计算结果为 $E(1^+)=3.03$MeV，$E(2_1^+)=0.077$MeV，与文献[11，12]的计算结果相吻合，但他们均未能给出 E_β、E_γ 的计算方法，而我们却可以对能谱进行全面的计算，并且我们的工作是在完全量子力学的框架中进行的. 鉴于有关文献没有发表 IBM-Ⅱ的详细计算结果，考虑到 IBM-Ⅱ参数是拟合实验数据获得的，现将我们的计算值与实验值进行比较（见表1）. 从上面的讨论和表1的数据，可以看到通过求解本文 IBM-Ⅱ连续变量表示的动态运动方程，确定能较好地再现 IBM-Ⅱ代数计算的结果.

本工作的结论是：IBM-Ⅱ可通过 DGR-GCM 的途径变换到连续变量表示，从而可使其在完全量子力学的框架内将其几何化. 本文对形变核情形，求解了 IBM-Ⅱ连续变量表示动态运动方程的解. 其同相部分为振动-转动模式，这部分与 IBM-Ⅰ相应，反相部分为“剪刀差”等运动模式. 因此我们从连续变量表示这一侧面深化了对 IBM-Ⅱ的理解.

表1 ^{156}Gd 实验值和连续变量表示解的比较 单位：MeV

态		实 验 值	连续变量表示解
基带	0^+	0	0
	2^+	0. 089	0. 077
	4^+	0. 288	0. 256
	6^+	0. 585	0. 538
	8^+	0. 965	0. 923
	10^+	1. 416	1. 410
β带	0^+	1. 049	1. 214
	2^+	1. 129	1. 290
	4^+	1. 298	1. 470
	6^+	1. 540	1. 752
	8^+	1. 848	2. 136
	10^+	2. 220	2. 624
γ带	2^+	1. 154	1. 313
	3^+	1. 248	1. 390
	4^+	1. 355	1. 492
	5^+	1. 507	1. 620
	6^+	1. 644	1. 774
1^+		3. 075	3. 034

实验数据取自文献 [13].

本文的计算结果实质上较全面地检验了 DGR-GCM 方法将玻色子表象变换到连续变量表象的可靠性. 鉴于 DGR-GCM 方法在研究 IBM 和玻尔-莫特逊模型（BMM）的微观基础方面起着重要作用[3,4]，因此对其验证有着很重要的意义.

本文探讨了基于基态的“剪刀差”运动模式，给出了合理的结果. 按本文的框架，还可以研究基于基态的另外两类中子、质子反相振动（$K=0$，$K=2$）的模式，以及同相运动与反相运动的耦合，对这些运动模式的探讨和进一步研究是有意义的.

参 考 文 献

[1] A. Arima et al., *Phys. Lett.*, **B66** (1977), 205.

[2] F. Iachello, A. Arima, *Phys. Lett.*, **B53** (1974), 309.
A. Arima, F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.*, **35** (1975), 1069.

[3] Xu Gongou, Li Fuli, Fu Deji, *Phys. Rev.*, **C43** (1991), 1226.

[4] Xu Gongou, Yangyi, Fu Deji, *Phys. Rev.* **C43** (1991), 1229.

[5] D. Bohle et al., *Phys. Lett.*, **B137** (1984), 27.

[6] 狄尧民、哈益明、傅德基，高能物理与核物理，**16** (1992), 849.

[7] Xu Gongou, Wang Shunjin Yang Yiatian, *Phys. Rev.*, **C36** (1987), 2095.

[8] T. Otsuka et al., *Phys. Lett.*, **B76** (1978), 139.

[9] N. Noludice, A. Richter, *Phys. Lett.*, **B76** (1978), 139.

[10] J. M. Eisenberg, W. Greiner, Nuclear Theory, Vol. 1, 2nd ed. (NorthHolland, Amsterdam, 1975).

[11] R. Bijker, *Phys. Rev.*, **C35** (1985), 1442.

[12] S. Pittel, J. Dukelsky, *Phys. Rev.*, **C32** (1985), 335.

[13] *Nuclear Data Sheets*, **19** (1976), 383.

The Solution of Dynamical Equation of Motion of IBM-Ⅱ in Continuous Variable Representation

DI YAOMIN
(*Xuzhou Teachers' College*, 221009)
HA YIMING
(*Shandong Agriculture University*, *Taian* 271018)
FU DEJI
(*Institute of Nuclear Reseach*, *Shanghai* 201800)
XU GONGOU
(*Nanjing University*, 210008)

ABSTRACT

In this article the solution of dynamical equation of motion of IBM-Ⅱ in continuous variable representation is discussed. With appropriate transformation and approximation, the on-phase part of system manifests the vibration-rotation mode and the off-phase part the 'scissor mode', ect. In the last section the energy spectrum of ^{156}Gd is calculated. The result can well reproduce the algebraic result of IBM-Ⅱ.