

# 关于形变壳组态方法在 过渡核及中重核的应用

朱志远 傅德基

(中国科学院上海原子核研究所, 上海 201800)

## 摘 要

采用角动量投影的形变壳组态方法是建立在量子力学框架上的一种微观理论. 本文将此方法应用到 $^{147}\text{Pm}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{56}\text{Co}$ ,  $^{56}\text{Mn}$ 等核, 根据理论计算和实验结果的比较讨论了此方法的潜力.

## 一、引 言

标准壳模型对原子核多体系统的完全量子力学处理遇到许多困难. 主要是由于壳模型要求有一个很大的基矢空间对系统的哈密顿量进行对角化, 对重核来说这样的计算即使借助于超级计算机也是难以实施的. 另一方面, 在具体的研究中, 通常不对系统的全面描述感兴趣, 而只是局限在某一类问题上(例如低能谱性质等). 事实上, 在对原子核这一复杂的多体系统的研究中采取了许多近似的方法来克服上述提到的困难<sup>[1-5]</sup>, 通常是采用一组维数不大但又是精心选择的组态空间进行壳模型类型的计算. 应用由核平均场生成的形变内禀态作为组态空间是实现这一目的的一个途径.

角动量投影方法<sup>[6,7]</sup>是建立在完全量子力学理论的基础上的. 与其他的工作不同<sup>[8]</sup>, 本文采用的理论中, 系统的哈密顿是在 Nilsson+BCS 表象中自旋投影的多准粒子态构成的基矢上进行对角化的. 然而, 这组形变基矢没能保留原系统的对称性, 如转动不变性. 这种对称性的恢复可以借助于角动量投影(粒子数投影)方法来达到.

最近, 用角动量投影方法对稀土区核的高自旋态问题进行了系统理论研究<sup>[9-11]</sup>. 研究表明, 除了理论计算结果和实验比较令人十分满意之外, 更重要的是对高自旋态现象的微观机制进行了清晰的剖析, 揭示了这些现象的内在的动力学本质, 显示了此方法具有潜力的研究前景. 本文将角动量投影方法应用到稀土区强形变核的范围之外, 通过对中重核 $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{56}\text{Mn}$ 和 $^{56}\text{Co}$ 的集体谱的研究, 对锆同位素 $^{66-72}\text{Ge}$ 的形变的分析以及过渡区核 $^{147}\text{Pm}$ 低能谱的理论计算, 讨论采用角动量投影的形变壳组态方法在核结构微观研究中的有效性.

## 二、理论要点

角动量投影算符  $\hat{P}_{MK}^I$  定义为:

$$\hat{P}_{MK}^I = \frac{I + 1/2}{4\pi^2} \int d\Omega \hat{R}(\Omega) D_{MK}^I(\Omega), \quad (1)$$

$\hat{R}(\Omega)$  是转动算符,  $D_{MK}^I(\Omega)$  是  $D$ -函数(转动群的不可约表示),  $\Omega$  则是欧拉角. 投影算符  $\hat{P}_{MK}^I$  和所有的标量算符(如哈密顿算符)对易并且具有性质:

$$\hat{P}_{KK'}^{I\pm} = \hat{P}_{K'K}^I; \hat{P}_{KM}^{I\pm} \hat{P}_{NK'}^I = \hat{P}_{KK'}^I \delta_{IJ} \delta_{MN}; \sum_{IK} \hat{P}_{KK}^I = 1. \quad (2)$$

设  $|\Phi_x\rangle$  代表准粒子态基矢, 算符(1)作用到  $|\Phi_x\rangle$  上得到一未归一化的角动量为  $I$  的本征态:

$$\hat{P}_{MK}^I |\Phi_x\rangle, \quad (3)$$

这里  $K$  是态  $|\Phi_x\rangle$  的(本体固定的)磁量子数. 这些投影的准粒子态将作为本文壳模型计算的基矢. 具体来说, 对偶偶核是

$$\{\hat{P}_{M_0}^I |0\rangle, \hat{P}_{MK_n}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_p}^I a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_{np}}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+ a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle\}, \quad (4)$$

这里,  $K_n = K_{n_1} + K_{n_2}$ ,  $K_p = K_{p_1} + K_{p_2}$  和  $K_{np} = K_n + K_p$  是准粒子  $K$  量子数之和; 对奇奇核是

$$\{\hat{P}_{MK}^I a_n^+ a_p^+ |0\rangle\}, \quad (5)$$

其中  $K = K_n + K_p$ ; 而对奇中子核和奇质子核其基矢分别是

$$\{\hat{P}_{MK_n}^I a_n^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_{np}}^I a_n^+ a_{p_1}^+ a_{p_2}^+ |0\rangle\}, \quad (6)$$

$$\{\hat{P}_{MK_p}^I a_p^+ |0\rangle, \hat{P}_{MK_{np}}^I a_{n_1}^+ a_{n_2}^+ a_p^+ |0\rangle\}. \quad (7)$$

在上述的表示式中,  $a_n^+$  ( $a_p^+$ ) 是 Nilsson+BCS 表象中子(质子)的准粒子产生算符,  $|0\rangle$  是准粒子真空态. 当考虑中重核时, 将  $N = 2, 3, 4$  这三个主壳的 Nilsson 能级作为中子和质子的单粒子基. 而对  $^{147}\text{Pm}$ , 中子和质子的单粒子能级则分别处于  $N = 4, 5, 6$  和  $N = 3, 4, 5$  三个主壳之中. 由这些 Nilsson 能级加 BCS 理论形成的准粒子态给出组态空间. 我们仅考虑接近中子和质子 Fermi 面的那些 Nilsson 能级. 与一般的球形壳模型相比, 此方法至少具有两个优点: 其一, 不论所涉及的准粒子数的多少, 角动量的矢量相加由投影算符自动完成了, 避免处理一般壳模型中较为棘手的角动量耦合过程. 其二, 也是更重要的, 通过对为数不多的准粒子态的角动量投影, 给理论提供了一组合理的壳模型基. 由于基矢的维数不大, 使人们能够容易对数值结果进行分析并从中获得清晰的物理图象.

值得指出的是, BCS 近似带来了粒子数不守恒问题, 在本文中并没有考虑粒子数投影. 粒子数的涨落会对结果有影响, 通常对能谱计算来说, 考虑了粒子数投影后结果会得到改善, 但不会对未作此投影的合理结果做根本性改变<sup>[9]</sup>.

将哈密顿的本征态  $|\Psi_M^I\rangle$  在基(3)上作展开

$$|\Psi_M^I\rangle = \sum_x f_x \hat{P}_{MK}^I |\Phi_x\rangle. \quad (8)$$

对某一确定  $I$  的本征方程为

$$\sum_x (H_{xx} - EN_{xx}) f_x = 0, \quad (9)$$

相应的归一化为

$$\sum_{\kappa} f_{\kappa} N_{\kappa} f_{\kappa} = 1. \quad (10)$$

其中矩阵元  $H_{\kappa\kappa}$  和  $N_{\kappa\kappa}$  分别定义为

$$H_{\kappa\kappa} = \langle \Phi_{\kappa} | \hat{H} \hat{P}_{\kappa}^{\dagger} | \Phi_{\kappa} \rangle; \quad (11)$$

$$N_{\kappa\kappa} = \langle \Phi_{\kappa} | \hat{P}_{\kappa}^{\dagger} | \Phi_{\kappa} \rangle,$$

用“推广的 Wick 定理”<sup>[7]</sup>可以计算出矩阵元(11). 推导细节这里不作复述. 本文中应用的系统的哈密顿量是单粒子壳模型哈密顿量,  $Q \cdot Q$  力, 单极对力和四极对力之和<sup>[9]</sup>:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{1}{2} \chi \sum_{\mu} \hat{Q}_{\mu}^{\dagger} \hat{Q}_{\mu} - G_M \hat{P}^{\dagger} \hat{P} - G_Q \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu}^{\dagger} \hat{P}_{\mu}, \quad (12)$$

其中  $\hat{H}_0$  是球形单粒子壳模型哈密顿量,  $\hat{Q}_{\mu}$  为四极矩算符,  $\hat{P}$  和  $\hat{P}_{\mu}$  分别是单极对力算符以及四极对力算符.  $Q \cdot Q$  相互作用的强度  $\chi$  通过 HFB 计算获得的核形变来确定. 单极对力的强度  $G_M$  则由核的奇偶质量差来定. 剩下唯一可调的参数是四极对力常数  $G_Q$ . 在计算中, 假定  $G_Q$  正比于  $G_M$ ,  $G_Q \approx 0.16 G_M$ .

### 三、计算结果和讨论

已指出在目前的理论中那些接近(中子和质子)费米能级的态才是我们真正感兴趣的态. 除去与拟讨论的问题不起重要作用的态之后, 组态空间可以进一步缩减. 具体来说, 对中重核考虑的是位于  $1f_{7/2}$  和  $1g_{7/2}$  之间所有的 Nilsson 能级(中子和质子). 而对过渡核  $^{147}\text{Pm}$  考虑的则是由  $3f_{7/2}$  中子( $1g_{7/2}$  质子)壳劈裂出的 Nilsson 能级. 值得指出的是, 我们涉及的 Nilsson 能级范围与强形变稀土核不同<sup>[9,10]</sup>, 这对于角动量投影方法的合理性是一个检验和推广.

在本文计算中, Nilsson 参数  $\kappa$  和  $\mu$  取自文献<sup>[12]</sup>, 而 Nilsson 模型中的形变参数直接由以往实验研究综合提供<sup>[13,14]</sup>.

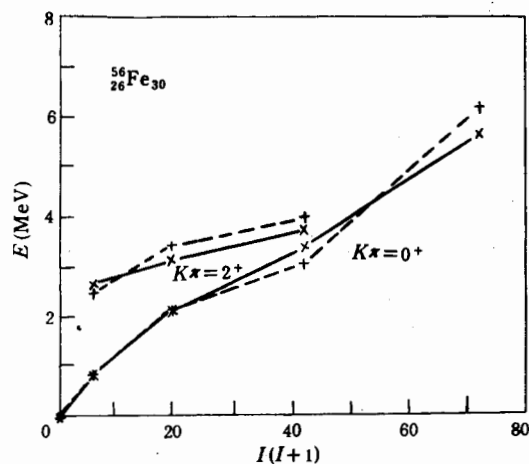


图1  $^{56}\text{Fe}$  核低能谱理论和实验的比较  
× 实验; + 理论.

偶偶核  $^{56}\text{Fe}$  的集体态能谱和奇奇核  $^{56}\text{Mn}$ ,  $^{56}\text{Co}$  的低能谱是本文感兴趣的问题. 这三个核的中子(质子)数分别相差 1. 根据  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{56}\text{Mn}$  和  $^{56}\text{Co}$  的中子(质子)的费米能级, 从中子的  $p_{7/2}$  和  $f_{7/2}$  (质子的  $f_{7/2}$ ) 劈裂出的 Nilsson 能级中选取准粒子基进行哈密顿量的对角化. 图 1—3 分别给出了这三个核的低能谱. 从图中看到, 理论计算的能谱和实验<sup>[15]</sup>比较是令人满意的.

长程的中子-质子(n-p)相互作用在标准的核壳模型中曾被认为是核形变的主要原因, 长期以来, n-p 作用特性则被隐含在中子和质子唯象单体势的参数化中. 自洽

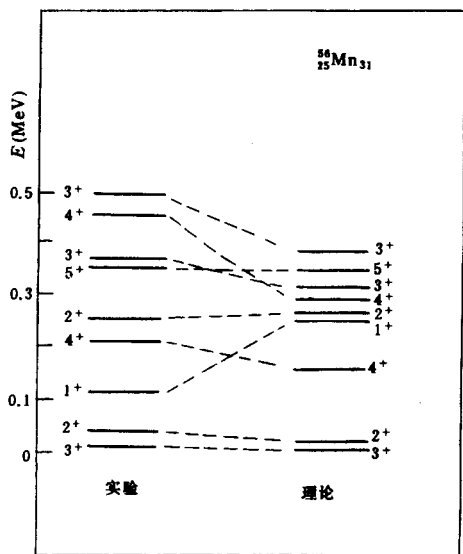


图 2  $^{56}\text{Mn}$  核低能谱理论和实验的比较

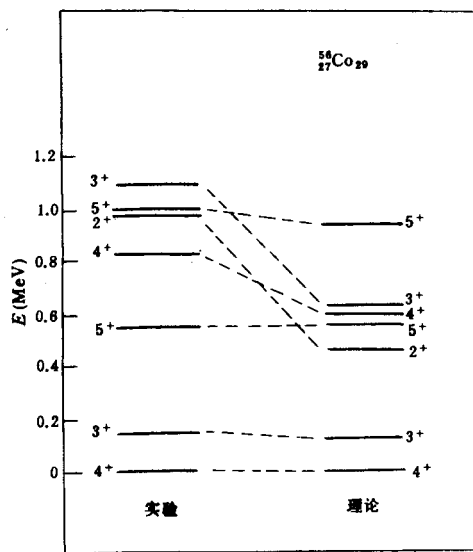


图 3  $^{56}\text{Co}$  核低能谱理论和实验的比较

的 HF 方法则进一步分析了 n-p 效应对核形变的影响<sup>[16]</sup>, 得到 Quadrupole-Quadrupole (Q · Q) 相互作用的耦合常数比为 ( $\tilde{\kappa}_{pp}$  含义见文献<sup>[16]</sup>)

$$\tilde{\kappa}_{nn}/\tilde{\kappa}_{np} = \tilde{\kappa}_{pp}/\tilde{\kappa}_{np} \approx 0.2, \tag{13}$$

指出  $\hat{Q}_n \cdot \hat{Q}_p$  力可以看成对核形变的形成具有直接的影响. 我们通过对锗同位素  $^{66-72}\text{Ge}$  的具体计算结果, 从微观角度分析了 Q · Q 耦合常数比. 根据关系式<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} \kappa_{nn} \langle \hat{Q}_0 \rangle_n + \kappa_{np} \langle \hat{Q}_0 \rangle_p &= \frac{2}{3} \hbar \omega_n \epsilon, \\ \kappa_{pp} \langle \hat{Q}_0 \rangle_p + \kappa_{pn} \langle \hat{Q}_0 \rangle_n &= \frac{2}{3} \hbar \omega_p \epsilon, \end{aligned} \tag{14}$$

以及假定  $\kappa_{np} = \kappa_{pn} = \alpha \sqrt{\kappa_{nn}\kappa_{pp}}$  ( $\alpha$  为比例常数), 通过自洽的计算, 得到

$$\kappa_{nn}/\kappa_{np} \approx \kappa_{pp}/\kappa_{np} \approx 0.2. \tag{15}$$

其结果与(13)式一致. 这说明了角动量投影方法从微观角度体现了核子核子间的相互作用, 尤其是对核形变有着不可忽视的影响的 n-p 相互作用. 同时, 对  $^{66-72}\text{Ge}$  同位素的形变能的计算, 从定性上说明了这些核素特有的形状变化. 图 4 是这一计算结果和文献<sup>[16]</sup>的结果的比较, 二者在定性上是一致的.

奇质子核  $^{147}\text{Pm}$  是属于过渡区的核, 其质子数  $Z = 61$ , 中子数  $N = 86$ .

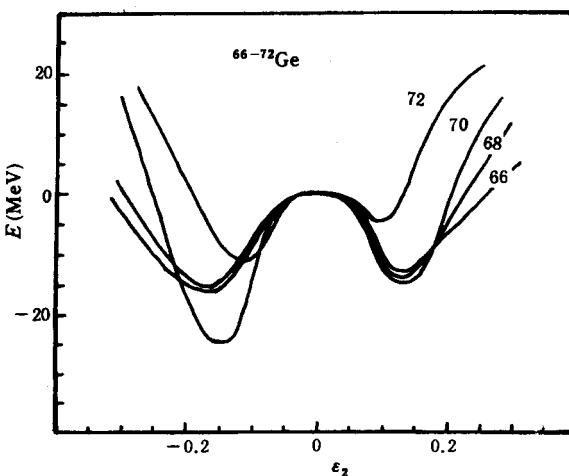


图 4  $^{66-72}\text{Ge}$  同位素的形变能  $\epsilon_2$  是形变参数.

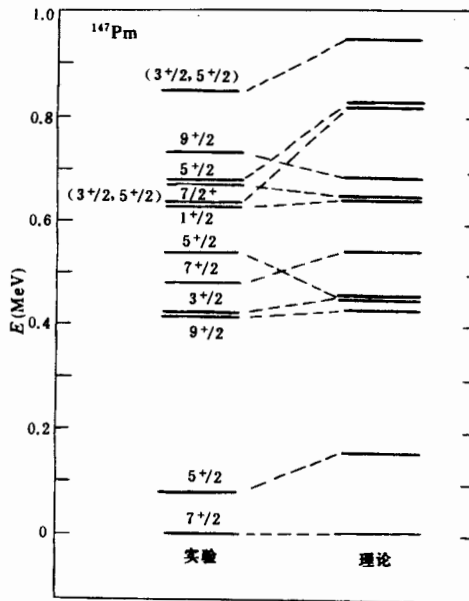


图5  $^{147}\text{Pm}$  核低能谱的理论和实验的比较  $\epsilon_4 = -0.048$  变到  $\epsilon_4 = -0.068$  时, 能级中第一  $9^+/2$  由位于第一  $3^+/2$  能级之上变成低于  $3^+/2$  能级, 趋向于实验的结果. 最后, 在上述基矢的基础上, 将组态空间适当地扩大. 发现其计算结果基本没有变化. 说明选取能级截断在此是合理的. 图5表示的是  $^{147}\text{Pm}$  核低能激发态的理论值和实验值的比较. 除第二  $5^+/2$ ,  $9^+/2$  和  $3^+/2$  能级次序与实验结果有交叉之外, 其余各态基本上与实验结果相符.

处在这一区域的核素因其特殊性而难以从理论上作定量的描述. 与中重核不同, 从中子  $3f_{7/2}$  (质子  $1g_{7/2}$ ) 分裂出的 Nilsson 能级作为系统的基矢. 在计算中, 对  $^{147}\text{Pm}$  低激发态的能谱对理论中的各个量的变化趋势作了分析. 首先, 文献 [12] 给出的 Nilsson 参数  $\kappa$  和  $\mu$  较之于文献 [17] 对  $^{147}\text{Pm}$  来说更为合理. 单极对力强度  $G_M$  与能隙有着密切的联系. 在确定的能隙值附近对  $G_M$  作很小的变化 (原来值的 98% 左右), 发现能谱对  $G_M$  的变化较为敏感,  $G_M$  增加时能级相应提高; 反之, 当  $G_M$  减小时能级也随之降低. 四极对力强度  $G_Q$  是理论中唯一可调参数, 能谱对它的依赖性不明显. 它的增加和减小仅仅使得能级间距作相应的移动. 相比之下, 核的十六极形变参量  $\epsilon_4$  的变化影响到个别能级的次序. 当

#### 四、结 论

将采用角动量投影的形变壳组态方法应用到中重核和过渡区核表明, 理论计算结果与实验比较是令人满意的. 说明此方法对于轻于稀土区的核素是适用的. 当然, 由于所涉及的核并不是强形变核,  $\gamma$  形变在这些核中有相当大的影响, 使得在目前情况下角动量投影方法在此范围内的应用不如它在稀土强形变核中的应用来得完美; 另外, 粒子数投影的引入以及截断组态影响的研究是在目前基础上完善此方法的工作方向. 本工作对原有的只适用于巨型计算机的程序作了系统性地优化, 全部计算均在微机上进行.

我们十分感谢与 Prof. K. Hara 和 Dr. Y. Sun 进行的有益的讨论. 此工作得到了国家教委特别资助费的支持, 在此表示感谢.

#### 参 考 文 献

- [1] D. R. Inglis, *Phys. Rev.*, **96**(1954), 1059.
- [2] D. R. Inglis, *Phys. Rev.*, **103**(1956), 1786.
- [3] D. R. Hartree, *Proc. Cambr. Philos. Soc.*, **24**(1928), 89;  
A. Fock, *Z. Phys.*, **61**(1930), 126.

- [4] N. N. Bogoliubov, *ZK. EKsp. Teor. Fiz.*, **34**(1958) 58;  
J. G. Valatin, *Phys. Rev.*, **122**(1961), 1012.
- [5] H. J. Mang, *Phys. Rep.*, **18**(1975), 325.
- [6] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many Body Problem*, (Springer Verlag, Heidelberg (1980)).
- [7] K. Hara and S. Iwasaki, *Nucl. Phys.*, **A332**(1979), 61;  
K. Hara, S. Iwasaki and K. Tanabe, *Nucl. Phys.*, **A332**(1979), 69;  
K. Hara and S. Iwasaki, *Nucl. Phys.*, **A348**(1980), 200;  
S. Iwasaki and K. Hara, *Prog. Theor. Phys.*, **68**(1982), 1782;  
K. Hara, A. Hayashi and P. Ring, *Nucl. Phys.*, **A385**(1982), 14;  
K. Hara and S. Iwasaki, *Nucl. Phys.*, **A430**(1984), 175.
- [8] K. W. Schmid and F. Gruemmer, *Rep. Prog. Phys.*, **(50)**(1987), 731.
- [9] K. Hara and Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A529**(1991), 445.
- [10] K. Hara and Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A531**(1991), 221.
- [11] K. Hara and Y. Sun, *Nucl. Phys.*, **A537**(1992), 77.
- [12] Jingye Zhang et al., *Phys. Rev.*, **C39**(1989), 714.
- [13] I. Ragnarsson, *Physica Scripta*, **29**(1984), 385;  
R. Bengtsson and P. Moeller, *Physica Scripta*, **29**(1984), 402;
- [14] P. B. Begraunce et al., *Transitional Atomic Nuclei*, U. S. S. R. Tashkent, 1988.
- [15] *Table of Isotopes (Seventh Edition)*  
Edited by C. Michael, Lederver and Virginia S. Shirley,  
A Wiley-Interscience, Publication 1978.
- [16] J. Dobaczewski et al., *Phys. Rev. Lett.*, **10**(1988), 2254.
- [17] Andersson, G. G. et al., *Nucl. Phys.*, **A309**(1978), 141.

## Investigation of Nucleus Using Deformed Configuration Method

ZHU ZHIYUAN FU DEJI

(Institute of Nuclear Research Academia Sinica, Shanghai 201800)

### ABSTRACT

The angular momentum projection technique is applied to the nucleus  $^{147}\text{Pm}$  in the transition region, the mediumheavy nuclei  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{56}\text{Co}$ ,  $^{56}\text{Mn}$  and  $^{66-72}\text{Ge}$  isotope. It is a shell model type calculations and a small but well chosen deformed orbits generated by the mean field are used. The agreement with experimental data is satisfactory, especially for  $^{56}\text{Fe}$ . The validity of the method in the study of the nuclear structure is discussed.