

# 动力学对称性研究的拓扑途径 ——相互作用玻色子模型中的应用示例\*

傅德基<sup>a</sup> 杨亚天<sup>b</sup> 王文阁<sup>a</sup> 徐躬耦<sup>a,c,d,e</sup>

a. (中国科学院上海原子核研究所, 上海 201800)

b. (福建师范大学, 福州 350007)

c. (南京大学, 南京 210008)

d. (兰州大学, 兰州 730000)

e. (中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

## 摘 要

运用拓扑观点对 IBM 系统动力学对称性破坏的过程进行了研究, 着重揭示了与能级免交叉联系的奇异行为及其根源. 它实际上是动力学映射的不稳定不动点所导致的结果. 越过不稳定不动点后, 为了给出连续映射, 就必须涉及能级的置换操作, 因而呈现出能级免交叉的现象, 并使映射不再能表示为动力学群生成元的函数, 于是动力学对称性局域地实质性地受到了破坏.

## 一、引 言

对称性及其破缺机制问题已成为物理学各分支的前沿<sup>[1]</sup>. 原子核结构的 IBM(相互作用玻色子模型)提供了对有限核子数系统进行动力学对称性研究的范例<sup>[2]</sup>. 在其连续变量表示下, 可以进行核形状相变的探索<sup>[3,4]</sup>.

本文拟从另一角度, 即沿拓扑途径研究动力学对称性破坏如何在 IBM-1 中体现的问题. 这是一种按拓扑观点探讨量子可积性的方案. 以往人们注意的是对称性表达的局部(定域)或微分形式, 而忽略了整体的或初始(边界)条件. 事实上存在着物理空间的拓扑和动力学群流形的耦合, 使初始(边界)条件成为保持对称性的要素<sup>[1]</sup>. IBM 的  $U(6)$  群是紧致的, 代数方面的研究也较完善, 便于阐明上述问题.

第二节展示了系统如何由  $U(5)$  子群链对称性向  $U(3)$  子群链对称性过渡的情况, 揭示免交叉的本质. 第三节阐述如何建立依附于子群链的拓扑空间, 提出映射、连续性与动力学群流形的关系; 对能级免交叉和不动点失稳的重要联系作进一步讨论. 最后一节提出一些展望.

\* 国家自然科学基金资助、中国科学院 LWTZ-1298 经费资助.

本文 1992 年 5 月 28 日收到.

## 二、IBM- I 对称性破坏的展示方式

用 PHINT CODE 程序计算并研究下列哈密顿量的本征解:

$$H(\lambda) = \{1 - \lambda\}H(U5) + \lambda H(U3), \quad (1)$$

$$H(U5) = \underline{EPS} \cdot \hat{n}_d + 15 \underline{HEX} \cdot [(d^+ \bar{d})^{(4)} (d^+ \bar{d})^{(4)}]^{(0)}, \quad (2)$$

$$H(U3) = \frac{1}{2} \underline{ELL} \cdot (\hat{L} \cdot \hat{L}) + \frac{1}{2} \underline{QQ} \cdot (\hat{Q} \cdot \hat{Q}). \quad (3)$$

其中  $\hat{n}_d$  是 d 玻色子数算符,  $\hat{L} \cdot \hat{L} \equiv -10 \sqrt{3} [(d^+ \bar{d})^{(1)} (d^+ \bar{d})^{(1)}]^{(0)}$ ;  $\hat{Q} \cdot \hat{Q} \equiv \sqrt{5} [(s^+ \bar{d} + d^+ s)^{(2)} - \frac{1}{2} \sqrt{7} (d^+ \bar{d})^{(2)}] \{ (s^+ \bar{d} + d^+ s)^{(2)} - \frac{1}{2} \sqrt{7} (d^+ \bar{d})^{(2)} \} (0)$ ;  $\bar{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$ , 括号上标表示角动量耦合.  $\underline{EPS}$ 、 $\underline{HEX}$ 、 $\underline{ELL}$ 、 $\underline{QQ}$  皆为输入参数, 其值见后.

由(1)式可见, 扰动参数  $\lambda$  取 0 时, 体系具  $(n_d, n_p, n_\Delta)$  有  $U(5)$  对称性, 本征态以  $(N, n_d, n_p, n_\Delta, I)$  标志;  $\lambda=1$  时, 为  $U(3)$  对称性, 以  $(N, (\lambda, \mu), I)$  标志.  $\lambda$  变化于 0 到 1 之间, 处于过渡状态. 本节着重展示该过渡状态的特征. 取定  $N=6$ ,  $\underline{EPS}=0.2$ ,  $\underline{HEX}=0.01$ ,  $\underline{ELL}=0.02$ ,  $\underline{QQ}=-0.03$  时,  $\lambda=0-1$  变化下, 各  $I^\pi=0^+$  本征态情况示于图 1. 注意其间呈现出 4 个免交叉. 按能量大小为序: 1 与 2 两态在  $\lambda \cong 0.57$  处; 3 与 4 在  $\lambda \cong 0.64$ ; 5 与 6 在  $\lambda \cong 0.84$ ; 6 与 7 则在  $\lambda \cong 0.57$  处经历了免交叉.

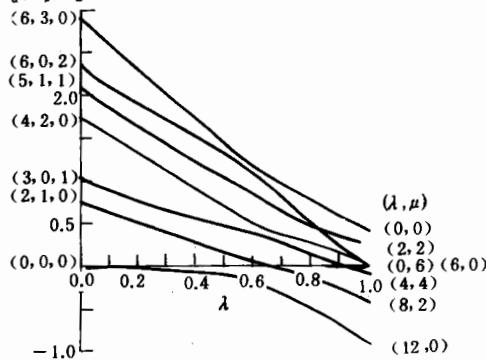


图 1  $0^+$  各本征态随  $\lambda$  变化情况

程序是以  $H(U5)$  的本征矢  $|\phi_j\rangle$  ( $j=1-7$ ) 作为基矢的. 因此相应的  $E_i(\lambda)$  ( $i=1-7$ ) 本征态及其本征系数  $\langle \phi_j | \Psi_i(\lambda) \rangle$  ( $j=1-7$ ) 都可

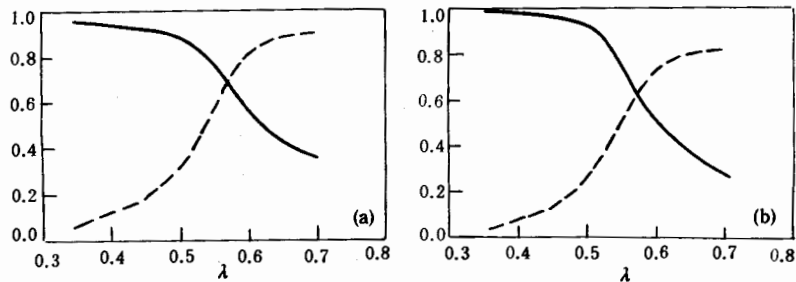


图 2(a)  $0_6^+$  态波函数主要成份

图 2(b)  $0_7^+$  态波函数主要成份

——  $\langle 6|6 \rangle$ ; ---  $\langle 7|6 \rangle$

——  $\langle 7|7 \rangle$ ; ---  $\langle 6|7 \rangle$

以按不同  $\lambda$  值时, 经矩阵对角化 ( $O(N)$  变换) 求得. 注意此处  $i, j$  皆以能量由小到大列序. 图 2(a) 及图 2(b) 展示  $\langle \phi_j | \Psi_i(\lambda) \rangle$ 、 $\langle \phi_6 | \Psi_6(\lambda) \rangle$  及  $\langle \phi_j | \Psi_7(\lambda) \rangle$ 、 $\langle \phi_6 | \Psi_7(\lambda) \rangle$  情况, 可见它们在  $\lambda \cong 0.57$  时有强烈混杂. 并且  $\lambda$  越过该点之后, 再不能维持原来未受扰前的主要成份,

而是交换了“地位”！类似情形也在其它免交叉处出现. 应当说, 这些都是表现现象.

为了确切地揭示免交叉实质, 可利用求得的  $|\Psi_i(\lambda)\rangle (i=1-7)$ , 唯一地确定一个脱耦合变换, 即  $R_c(\lambda, 0) \in SO(7)/SO(2)$ , 经此变换所求得的新的矩阵表示  $\langle \phi_i | R_c^+(\lambda, 0) H(\lambda) R_c(\lambda, 0) | \phi_j \rangle \equiv \bar{H}_{ij}(\lambda)$  已基本对角化, 仅相应于  $|\Psi_i(\lambda)\rangle$  及  $|\Psi_{s+1}(\lambda)\rangle$  的  $2 \times 2$  子矩阵未对角化. (具体做法见文献[6]). 对上述事例  $0_1^+$  来说,  $s=6$  时的  $\bar{H}_{66}(\lambda)$ 、 $\bar{H}_{77}(\lambda)$  随  $\lambda$  变化情形

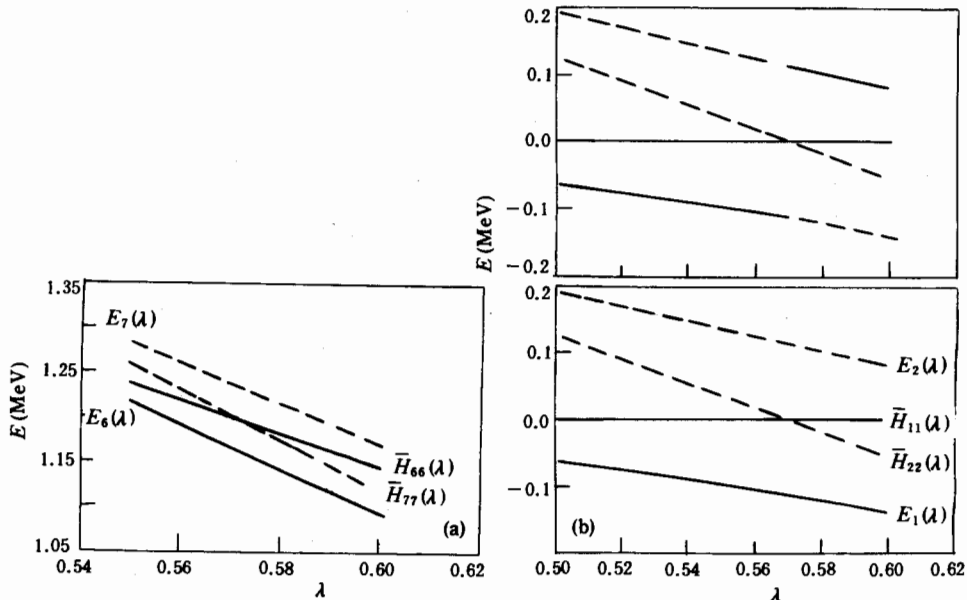


图 3(a) 6,7 两态免交叉分析

图 3(b) 1,2 两态免交叉分析

示于图 3(a). 可见  $\lambda \approx 0.573$  处, 对角元大小发生了颠倒. 图 3(b). 则是  $s=1$  时,  $\lambda \approx 0.572$  处,  $\bar{H}_{11}(\lambda)$  与  $\bar{H}_{22}(\lambda)$  颠倒. 从物理意义上说,  $R_c(\lambda, 0)$  在于消去免交叉两态所张的二维子空间和它的互补子空间之间的耦合. 以图 3(b) 事例来分析, 退耦后  $\bar{H}(\lambda)$  为:

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_{11}(\lambda) & \bar{H}_{12}(\lambda) \\ \bar{H}_{21}(\lambda) & \bar{H}_{22}(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\lambda) & H_{12}(\lambda) \\ H_{21}(\lambda) & H_{22}(\lambda) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{V}_{11}(\lambda) & \bar{V}_{12}(\lambda) \\ \bar{V}_{21}(\lambda) & \bar{V}_{22}(\lambda) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中  $H_{ij}(\lambda) \equiv \langle \phi_i | H(\lambda) | \phi_j \rangle$ , 而  $\bar{V}_{ij}(\lambda)$  是来自互补子空间的作用. 表 1 展示  $\lambda$  临近 0.572 及越过的行为, 由于  $\bar{V}$  作用如此地强, 导致  $\lambda_c (0.571 < \lambda_c < 0.572)$  处

$$\bar{V}_{11}(\lambda_c) - \bar{V}_{22}(\lambda_c) = -(H_{11}(\lambda_c) - H_{22}(\lambda_c)), \quad (5)$$

这是一种临界状态. 临界点  $\lambda_c$  前后,  $H(\lambda)$  微小变化, 使  $\bar{H}_{11}(\lambda) \leq H_{22}(\lambda)$ , 结果发生了突变. 在下节中还要提及  $\lambda = \lambda_c$  时, 迭代计算失败的问题.

对于  $2 \times 2$   $\bar{H}_{ij}(\lambda)$  的对角化, 用到如下的正交矩阵  $R_2(\theta)$ , 系单参数  $\theta(\lambda)$  的 2 维形式,

$$R_2(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta(\lambda) & -\sin\theta(\lambda) \\ \sin\theta(\lambda) & \cos\theta(\lambda) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

表 1  $0_1^+$  及  $0_2^+$  态的矩阵元随  $\lambda$  变化情况

$\lambda$	0.567	0.569	0.570	0.572	0.573	0.575
$H_{11}(\lambda)$	0	0	0	0	0	0
$H_{22}(\lambda)$	0.20150	0.19954	0.19855	0.19658	0.19560	0.19363
$H_{12}(\lambda)$	-0.14731	-0.14783	-0.14809	-0.14861	-0.14887	-0.14939
$V_{11}(\lambda)$	0.00005	0.00002	0	-0.00004	-0.00006	-0.00010
$V_{22}(\lambda)$	-0.19579	-0.19754	-0.19841	-0.20017	-0.20106	-0.20284
$V_{12}(\lambda)$	0.03438	0.03504	0.03537	0.03605	0.03639	0.03708
$\bar{H}_{11}(\lambda)$	0.00005	0.00002	0	-0.00004	-0.00006	-0.00010
$\bar{H}_{22}(\lambda)$	0.00571	0.00200	0.00014	-0.00359	-0.00546	-0.00921
$\bar{H}_{12}(\lambda)$	-0.11293	-0.11279	-0.11272	-0.11256	-0.11248	-0.11231

要求  $R_2(\theta)\bar{H}(\lambda)\tilde{R}_2(\theta) = R_2(\theta)\bar{H}(\lambda)R_2^{-1}(\theta)$  对角时,

$$\tan 2\theta(\lambda) = \frac{2\bar{H}_{12}}{\bar{H}_{11}(\lambda) - \bar{H}_{22}(\lambda)}. \quad (7)$$

(7)的解具有多值性,且  $\lambda = \lambda_c - \epsilon$  ( $\epsilon \rightarrow 0$ ) 时,分母趋于零,临界点亦是一个支点.  $\lambda \rightarrow 0$  时,由于边界条件的需要,  $\theta(\lambda) \rightarrow 0$ ; 因此取  $-\frac{\pi}{4} < \theta(\lambda) < \frac{\pi}{4}$ . 而  $\lambda < \lambda_c$  时,  $\bar{H}_{12} < 0$ ,  $\bar{H}_{11} - \bar{H}_{22} < 0$ , 故应选  $\theta(\lambda_c - \epsilon) = \frac{\pi}{4} - \epsilon$ . 可见,  $\lambda$  取 0 至  $\lambda_c - \epsilon$  之间值时,  $R_2(\theta)$  均可用动力学群  $U(6)$  的生成元来表示.

当  $\lambda = \lambda_c + \epsilon$  时,  $\bar{H}_{12} < 0$ ,  $\bar{H}_{11} - \bar{H}_{22} > 0$ , 情况发生了变化! 如按边界条件要求,  $-\frac{\pi}{4} < \theta(\lambda) < \frac{\pi}{4}$ , 应选  $\theta(\lambda_c + \epsilon) = -(\frac{\pi}{4} - \epsilon)$ . 结果为  $E_1(\lambda_c + \epsilon) > E_2(\lambda_c + \epsilon)$ . 然而  $E_1(\lambda_c - \epsilon) < E_2(\lambda_c - \epsilon)$ , 本征能量  $E_1(\lambda)$ 、 $E_2(\lambda)$  在  $\lambda_c$  处出现了跳跃! 不连续! 为了保持  $\lambda_c$  两侧本征能量及本征态的连续性(这是浸渐(adiabatic)计入扰动系统的要求), 只得选  $\theta(\lambda_c + \epsilon) = \frac{\pi}{4} + \epsilon$ . 但此时  $\theta(\lambda)$  作为(7)式的解, 必须越过支点  $\theta(\lambda_c)$ , 由(7)式看来,  $R_2(\theta(\lambda))$  不能用动力学群  $U(6)$  的生成元表示了. 由于选  $\theta(\lambda_c + \epsilon) = \frac{\pi}{4} + \epsilon$ , 等价于在  $-(\frac{\pi}{4} - \epsilon)$  转动之后, 再作一置换( $\frac{\pi}{2}$  转动)  $L'$ ,

$$L' = \begin{pmatrix} 0 & \mp 1 \\ \pm 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

正负相应于  $\pm \frac{\pi}{2}$  转动.  $L'$  虽是正交变换元素, 但它不能用随  $\lambda$  连续变化的动力学群  $U(6)$  的生成元的函数来表示. 故相应的复合变换  $L'R_2$  不能用  $U(6)$  生成元来表示.

因此  $0^+$  各态,  $\lambda = 0.572$  之前, 存在由  $U(6)$  生成元表示的变换  $R(\lambda, 0)$  连系,

$$|\Psi_i(\lambda)\rangle = R(\lambda, 0)|\Psi_i(0)\rangle \quad i = 1, 2, \dots, 7, \quad (9)$$

其中  $|\Psi_i(0)\rangle$  即是  $|\phi_i\rangle$ . 若以  $\hat{I}_a^{(0)}$  表示  $U(5)$  子群链中诸 Casimir 算子,

$$\hat{I}_a^{(0)}|\phi_{m(i)}\rangle = \mathcal{I}_{am(i)}|\phi_{m(i)}\rangle, \quad (10)$$

可作  $\hat{I}_\alpha(\lambda) = R(\lambda, 0) \hat{I}_\alpha^{(0)} R^{-1}(\lambda, 0)$ , 即得

$$\hat{I}_\alpha(\lambda) |\Psi_i(\lambda)\rangle = \mathcal{I}_{m(i)} |\Psi_i(\lambda)\rangle. \quad (11)$$

$|\Psi_i(\lambda)\rangle$  是  $H(\lambda)$  及  $\hat{I}_\alpha(\lambda)$  ( $\alpha=1, 2, \dots, n$ ) 的共同本征态, 守恒量  $\hat{I}_\alpha(\lambda)$  的量子数仍为  $m(i)$ . (方便起见, 量子数集写为矢量形式). 故就  $0^+$  态而言, 玻色子系统  $H(\lambda)$  与  $H(0)$  具有相应的

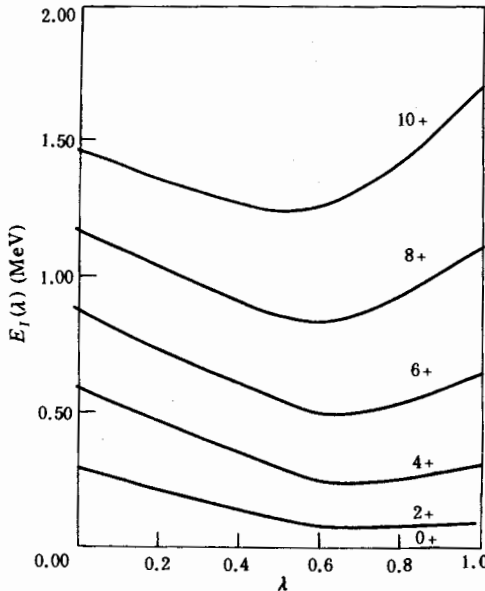


图4 基带随  $\lambda$  变化

的同样量子数. 图4展示的能谱图可见, 首次免交叉之前 ( $\lambda < 0.57$ ), 具有  $U(5)$  振动谱特征, 多次免交叉后, 变为  $U(3)$  转动谱特征.

首次免交叉出现之后,  $|\Psi_i(\lambda)\rangle$  与  $|\Psi_i(0)\rangle$  之间不能再用  $U(6)$  生成元表示的  $R(\lambda, 0)$  来联系,  $H(0)$  的  $U(5)$  动力学对称性开始受到破坏.

通常的求矩阵本征解计算程序已隐含有置换  $L'$  的操作, 因此表现出免交叉. 由  $\bar{H}(\lambda_c)_{ii} = \bar{H}(\lambda_c)_{i+1, i+1}$  的成立还能引申如下的讨论. 由于

$$\frac{\partial \bar{H}(\lambda_c)}{\partial m} \cdot \Delta m = 0 \quad (12)$$

与经典混沌理论类比, 量子数集  $m$  处于作用量的地位,  $\frac{\partial \bar{H}(\lambda)}{\partial m}$  处于角频率地位. (12) 式表示了频率的可公度, 由此联系经典情形中可公度 KAM (Kolmogorov Arnold Moser) 环面的破坏<sup>[5]</sup>.

下节拟由拓扑观点讨论上述问题.

### 三、量子系统不变子空间的破坏

参照经典系统研究途径, 对量子体系说来, 可积的充要条件同样是一组完备的可互易量  $I_\alpha^{(0)}$  ( $\alpha=1, 2, \dots, K$ ) 的存在, 并且与哈密顿量  $H^{(0)}$  有  $[H^{(0)}, I_\alpha^{(0)}] = 0$  的互易关系.  $I_\alpha^{(0)}$  通常由动力学群某子群链确定. 其共同本征态  $|\phi_m\rangle$  满足:  $I_\alpha^{(0)} |\phi_m\rangle = m_\alpha |\phi_m\rangle$  及  $H^{(0)} |\phi_m\rangle = E_m^{(0)} |\phi_m\rangle$ . 体系  $H^{(0)}$  的本征能量  $E_m^{(0)}$  可表为  $\{I_\alpha^{(0)}\}$  量子数  $\{m_\alpha\}$  集的相应函数.  $|\phi_m\rangle$  为 Hilbert 空间基矢. 以能量大小列序, 可标记  $|\phi_{m(i)}\rangle$  为  $|\phi_{(i)}\rangle$ . 考虑  $E^{(0)} - \frac{1}{2} \Delta E^{(0)} < E_i^{(0)} < E^{(0)} + \frac{1}{2} \Delta E^{(0)}$  各本征态为基矢的子空间, 其中任意状态  $|\Psi^{(0)}\rangle$  可表为

$$|\Psi^{(0)}\rangle = \sum_{(i)} \chi_{(i)} |\phi_{(i)}\rangle, \quad (13)$$

上式求和范围限于  $(E^{(0)} - \frac{1}{2} \Delta E^{(0)} < E_i^{(0)} < E^{(0)} + \frac{1}{2} \Delta E^{(0)})$ , 这种子空间已赋有  $H^{(0)}$  性质, 称为量子  $H^{(0)}$  的能量壳. 若其中含足够多的基矢, 还可以进一步按能量以外的  $(K-1)$  个量子数划分为子空间. 这点恰是体现  $H^{(0)}$  具有动力学对称性或可积的动力学性质.

对于待研究的  $H$  体系来说, 仍可按  $H$  的本征态  $H |\Psi_{(i)}\rangle = E_{(i)} |\Psi_{(i)}\rangle$  作为 Hilbert 空

间基矢系. 同样考虑  $H$  的能量壳, 即求和限于  $(E - \frac{1}{2}\Delta E < E_{(s)} < E + \frac{1}{2}\Delta E)$  的

$$|\Psi\rangle = \sum_{(s)} \chi_{(s)} |\Psi_{(s)}\rangle, \quad (14)$$

但即使其中含足够多基矢, 却未必能进一步划分为子空间! 这正是我们拟研究的动力学对称性能否保持的问题. 从拓扑学考虑, 要论证  $H^{(0)}$  能量壳的集合及  $H$  能量壳的集合为拓扑基的两个拓扑空间对于所考虑的映射而言是否同胚? 从动力学考虑, 要论证这种映射是否能由动力学(例如  $U(6)$ )群的生成元表示, 从而论证是否能如(11)式中所示  $\hat{I}$ . 仍然存在一组完备的守恒量? 由于  $E_{(s)}^{(0)}$  及  $E_{(s)}$  皆以大小列序, 这就明确了  $|\Psi_{(s)}(0)\rangle$  和  $|\Psi_{(s)}\rangle$  之间的一一对应关系的映射. 在拓扑学中, 这种映射显然是连续的. 但还需考查该映射是否能由动力学群生成元表示.

做法是, 从  $H^{(0)}$  及  $H$  的本征方程确定一种动力学映射, 再考察按本征能量大小列序的映射是否就是动力学映射或者还要涉及必要的置换操作, 只有前者才能保持  $H^{(0)}$  的动力学对称性. 由于篇幅所限, 只列要点, 详见文献[7].

采用 Brillouin-Wigner 迭代扰动公式<sup>[8]</sup>, 建立  $|\Psi_{(s)}(\lambda)\rangle$  与  $|\phi_{(s)}\rangle (= |\Psi_{(s)}(0)\rangle)$  的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} |\Psi_{(s)}(\lambda)\rangle &= |\phi_{(s)}\rangle + \frac{1}{E_{(s)}(\lambda) - H^{(0)}} Q_{(s)} \lambda V |\Psi_{(s)}(\lambda)\rangle \\ E_{(s)}(\lambda) &= \langle \Psi_{(s)}(\lambda) | H(\lambda) | \Psi_{(s)}(\lambda) \rangle / \langle \Psi_{(s)}(\lambda) | \Psi_{(s)}(\lambda) \rangle \end{aligned} \right\}, \quad (15)$$

其中,  $H(\lambda) = H^{(0)} + \lambda V$ ,  $Q_{(s)} \equiv 1 - |\phi_{(s)}\rangle \langle \phi_{(s)}|$ . (15)式实际上是泛函迭代计算. 若对于所有  $|\Psi_{(s)}(\lambda)\rangle$  态,  $\lambda$  由 0 到  $\lambda$  连续变化时, 都迭代收敛, 则表明下面的算子  $R_{(s)}(\lambda, 0)$  是存在的,

$$R_{(s)}(\lambda, 0) = \left( 1 - \frac{1}{E_{(s)}(\lambda) - H^{(0)}} Q_{(s)} \lambda V \right)^{-1}, \quad (16)$$

$R_{(s)}(\lambda, 0)$  将  $H^{(0)}$  能壳中一个态唯一地映射到  $H(\lambda)$  能壳中的一个态, 并且  $R(\lambda, 0)$  可由动学生成元表示出来, 这样的映射是同胚的. 如果着眼于  $E_{(s)}(\lambda)$ , 还可用(15)式求得  $E_{(s)}(\lambda) = F(E_{(s)}(\lambda))$  关系式, 从而论证迭代不动点为稳定的必要条件为  $\langle \phi_{(s)} | \Psi_{(s)}(\lambda) \rangle$  大于  $1/\sqrt{2}$ , 与文献[9]相比, 我们明确指出边界条件计入的重要性, 以及借此作为整体性的研究可积性问题手段.

综上所述, 满足(13)式的基矢构成空间  $X$  的子集  $B_s^{(0)}$ , 称为能壳. 该子集族  $\mathcal{B}^{(0)}$  有性质: (1)、 $X = \bigcup B_s^{(0)}$ , (2)、若  $B_1^{(0)}, B_2^{(0)} \in \mathcal{B}^{(0)}$  且  $x \in B_1^{(0)} \cap B_2^{(0)}$ , 则  $x \in B^{(0)} \subset B_1^{(0)} \cap B_2^{(0)}$ , 该  $B^{(0)} \in \mathcal{B}^{(0)}$ . 因此, 在  $X$  上存在一拓扑  $\tau^{(0)}$ , 且以  $\mathcal{B}^{(0)}$  为拓扑基. 此有序对  $(X, \tau^{(0)})$  称为系统  $H^{(0)}$  的一个拓扑空间. 同样做法, 由(14)式定义能壳, 也有待研究的  $H$  系统的以  $\mathcal{B} = \{B_s\}$  作为拓扑基的有序对  $(X, \tau)$  的拓扑空间<sup>[10]</sup>.

在  $(0, \lambda)$  区间内无交叉时, 所有按(15)求得的不动点都是稳定的.  $R(\lambda, 0)$  存在, 且将  $\mathcal{B}^{(0)}$  中一元素  $B_s^{(0)}$  映射为  $\mathcal{B}(\lambda)$  中一元素  $B_s(\lambda)$ ; 其逆  $(R(\lambda, 0))^{-1}$  则把  $\mathcal{B}(\lambda)$  中  $B_s(\lambda)$  映为  $\mathcal{B}^{(0)}$  中的  $B_s^{(0)}$ . 因此, 拓扑  $\tau(\lambda)$  的开集  $V(\lambda)$ , 其逆象是拓扑  $\tau^{(0)}$  的开集, 即  $V(\lambda) \in \tau(\lambda) \Rightarrow (R(\lambda, 0))^{-1} V(\lambda) \in \tau^{(0)}$ . 映射  $R(\lambda, 0)$  是连续的.  $H(\lambda)$  的拓扑空间与  $H^{(0)}$  的拓扑空间是同胚的<sup>[10]</sup>.

免交叉一出现,  $E_{(g)}(\lambda)$  与  $E_{(g+1)}(\lambda)$  次序颠倒. 对于以  $(|\Psi_{(g-1)}(\lambda)\rangle, |\Psi_{(g+1)}(\lambda)\rangle)$  或  $(|\Psi_{(g)}(\lambda)\rangle, |\Psi_{(g+2)}(\lambda)\rangle)$  为基矢的两维子空间  $B_g(\lambda)$  来说, 是  $\mathcal{B}(\lambda)$  的元素. 但其逆象  $(R(\lambda, 0))^{-1}B_g(\lambda)$  是  $(|\phi_{(g-1)}\rangle, |\phi_{(g+1)}\rangle)$  或  $(|\phi_{(g)}\rangle, |\phi_{(g+2)}\rangle)$  却不是  $\mathcal{B}^{(0)}$  的元素. 由于  $(R(\lambda, 0))^{-1}B_g(\lambda) \notin \mathcal{B}^{(0)}$ , 可见动力学映射  $R(\lambda, 0)$  不是连续的.  $H(\lambda)$  与  $H^{(0)}$  的拓扑空间, 对  $R(\lambda, 0)$  说来不是同胚的. 当然可以作出保持

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} |\Psi_{(g)}(\lambda_c - \epsilon)\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} |\Psi_{(g)}(\lambda_c + \epsilon)\rangle \quad (17)$$

连续性要求的映射  $U(\lambda, 0)$ , 即附加一置换, 见(8)式. 由于两态置换不是动力学群元, 再不能以动力学群元表示  $U(\lambda, 0)$ . 由(11)式定义的守恒量不复存在, 畸变的不变子空间受到破坏.

#### 四、结论与展望

本文探索的拓扑途径, 未在以往文献中见过. 对免交叉现象的本质, 经脱耦合变换之后, 获得深一步的认识. 所提出的关于量子体系的不变子空间畸变与破坏的观点, 系平行于经典 KAM 理论的探索, 对于量子不可积性研究具有重要意义, 推广到非自治系统的工作在进行中.

感谢中国科技大学顾雁教授, 南京大学数学系陆文钊教授, 兰州大学现物系王顺金教授有益的讨论.

#### 参考文献

- [1] Y. Nambu, Proceedings of the Yoshio Nishina Centennial Symposium, Tokyo, Japan, Dec. 5—7, 1990, Springer-Verlag, p. 51.
- [2] Dieperink, A. E. L., Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 9, D. Wilkinson(Ed), NY: Pergamon, p. 121.
- [3] Ginocchio, J. N., Kirson, M. W., Phys. Rev. Lett., 44(1980), 1744; Feng, D. H., Gilmore, R., Deans, S. R., Phys. Rev., C23(1981), 1254; 梁世东, 傅德基, 徐躬耦, 高能物理与核物理, 16(1992), 573.
- [4] Ha Yiming, Fu Deji, Chinese Journal of Nuclear Physics, 12(1990), 151; Casten, A. S., Warner, D. D., Rev. Mod. Phys., 60(1988), 389; 傅德基, 梁世东, 狄尧民, 哈益明, 戴子高, 兰州大学学报(自然科学版) 27(1991), 56.
- [5] Graffi, S., Proceedings of a NATO Advanced Workshop on Quantum Chaos, Sep. 22—26, 1986, Como, Italy. NATO Series B. V. 161, p. 163.
- [6] Xu Gongou, Wang Wenge, Yang Yatian, Phys. Rev. A45(1992), 5401.
- [7] Xu Gongou, Wang Wenge, Yang Yatian, Fu Deji, Topological Approach to the Study of Quantum Nonintegrability, (to be published in Journal of Physics A.); 傅德基, 量子系统映射的若干问题. 第三届全国动力系统及其应用学术讨论会(广州, 1992年1月)邀请报告. 傅德基, 免交叉与原子核动力学对称性. 第四届全国核结构讨论会(大庸市, 1992)邀请报告文集.
- [8] Ziman, J. M., Element of Quatum Theory (Cambridge University Press, 1969).
- [9] Hose, G., Taylor, H. S., Phy. Rev. Lett., 51(1983), 947.
- [10] Armstrong, M. A., Basis Topology (Mc. Graw-Hill, Berkshire, England, 1979).

## Topological Approach to the Study of Dynamical Symmetry Breaking in IBM System

FU DEJI<sup>a</sup> YANG YATIAN<sup>b</sup> WANG WENGE<sup>c</sup> XU GONGOU<sup>a,c,d,e</sup>

<sup>a</sup>(*Institute of Nuclear Research, Shanghai, Academy Sinica, Shanghai 201800*)

<sup>b</sup>(*Fujian Normal University, Fuzhou 350007*)

<sup>c</sup>(*Nanjing University, Nanjing 210008*)

<sup>d</sup>(*Lanzhou University, Lanzhou 730000*)

<sup>e</sup>(*Institute of Modern Physics, Academia Sinica, Lanzhou 730000*)

### ABSTRACT

The process of the dynamical symmetry breaking in nuclear IBM system is studied by using the topological approach and laying stress on the singular behavior and origin of the energy levels of avoided crossing. It is shown that avoided crossing is really due to unstable fixed point of the dynamical mapping. Beyond such point, to perform the continuous mapping requires a localized permutation of the two levels concerned, and the mapping can no longer be expressible by the generators of the dynamical group. Thus, dynamical symmetry is localized and essentially destroyed.