第16卷 第9期 高能物理与核物理 Vol. 16, No. 9
1992年9月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sept., 1992

# J/$\psi$ 辐射衰变中 $\theta$(1720) 宽共振峰的矩分析*

郁 宏 沈齐兴 祝玉灿 郑志鹏 成正东
(中国科学院高能物理研究所，北京 100039)

**摘 要**

本文用矩分析法对 J/$\psi$ 辐射衰变产生的 $\theta$(1720) 宽共振峰的结构进行了研究．由于 $f_2'$(1525) 和 $\theta$(1720) 二共振峰有重迭，为此我们讨论了 $2^{++}(f_2'(1525)) + 0^{++} + 0^{++}$ 和 $2^{++}(f_2'(1525)) + 0^{++} + 2^{++}$ 二种三态耦合结构模式，这对于弄清 $\theta$(1720) 这个宽共振峰的结构，确定可能包含在其中的二个共振态，例如 G(1590) 和 $f_2$(1720) 的质量、宽度、自旋以及其它重要性质，进一步认识这二个令人关注的共振态是有帮助的．

## 一、引 言

$\theta/f_2$(1720) 作为张量胶子球的候选者已有很多讨论[1]． 它首先在 J/$\psi$ 辐射衰变过程 $J/\psi \to \gamma + \theta$, $\theta \to \eta\eta$ 中被 Crystal Ball 实验组观测到，并且经角分布分析确定它是一个 $2^{++}$ 粒子[2]． 其后，Mark II[3]、Mark III[4] 和 DM2[5] 实验组给以证实． Mark III 的分析认定它的自旋-宇称为 $2^{++}$，而 DM2 的分析认为，自旋为 2 和自旋为 0 具有相同的可能性． $\theta/f_2$(1720) 的主要衰变方式为 $K\bar{K}$、$\eta\eta$ 和 $\pi\pi$；它的极化参数和另外二个张量介子 $f_2$(1270) 和 $f_2'$(1525) 相比很不相同(见表 1)[6]．

**表 1**

| | $x$ | $y$ |
|---|---|---|
| $f_2$(1270) | 0.96±0.07 | 0.06±0.13 |
| $f_2'$(1525) | 0.63±0.09 | 0.17±0.15 |
| $\theta/f_2$(1720) | −1.07±0.16 | −1.09±0.15 |

它也在 J/$\psi$ 强子衰变 $J/\psi \to \omega + \theta$ 和 $J/\psi \to \phi + \theta$ 中被观测到[7]，没有很确定的自旋-宇称分析结果．强子反应 $\pi^- p \to K_s^0 K_s^0 n$[8] 和 $pp \to p(K\bar{K})p$[9] 中也观测到了 $\theta$(1720)，而且对 ($K\bar{K}$) 系统的自旋分析强烈支持 $J^{PC} = 2^{++}$．

近几年，对于 $\theta$(1720) 这个宽共振峰的认识又进了一步． Mark III 考虑了 $\theta$(1720) 和 $f_2'$(1525) 的干涉效应，指出在 $\theta$(1720) 质量区域有可观的自旋为零的态的贡献[10] 1988 年，在 BNL 关于胶子球、混合态和奇特态的讲习班上[11]，对于 $\theta$(1720) 的自旋，倾

本文 1991 年 11 月 29 日收到．
* 国家自然科学基金资助．

向于认为：虽然自旋为 2 仍被接受，但一个足够大的自旋为零的分量不能排除。鉴于在强子反应中发现的 G(1590) 已被看成是 $0^{++}$ 胶子球的候选者[12]，它应该在最有利于胶子球产生的 $J/\psi$ 辐射衰变中出现。我们也曾提出过一种看法[13]，认为 ～1.7GeV 的这个宽共振峰可能包含了 G(1590) 和 $f_2(1720)$ 二个共振态。并且认为，从衰变赝标介子对的不变质量分布看，对于不同的衰变道（$K\bar{K}$、$\eta\eta$、$\pi\pi$），由于二个态的衰变分枝比会发生改变，所以它们的比例参数也会随之改变。我们在不考虑二个共振态宽度的一个简化的模型中，用矩分析法，就如何把二个态进行分离，重新确定 $f_2(1720)$ 的极化参数作了初步讨论。最近 Mark III 实验组修正了原先工作中[10]理论公式存在的错误，就 $K\bar{K}$ 道，用 $2^{++}+0^{++}$ 双态耦合结构的矩重新分析、讨论了这个宽共振峰[14]。其初步结论是：在 $\theta(1720)$ 质量区域观测到一个大的自旋为零的分量，同时又指出，一个小的自旋为 2 的分量不能被排除。这是一个新的认识，因而在 1991 年国际轻子、光子会议上引起了争论。表现了高能物理学界对这个宽共振峰的浓厚兴趣。

本文将在我们工作[13]的基础上，加上 $f_2'(1525)$，考虑 $2^{++}(f_2'(1525))+0^{++}+0^{++}$ 和 $2^{++}(f_2'(1525))+0^{++}+2^{++}$ 二种三态耦合结构模式。除三组螺旋度振幅外，引入中间态传播子，把包含在 $\theta(1720)$ 宽共振峰中二个共振态的质量和宽度作为参数待定。$0^{++}$ 和 $2^{++}$ 粒子衰变为二个赝标介子的矩阵元除相应的 $D$ 矩阵外，还包含了反映动力学性质的各自的耦合常数；而 $2^{++}$ 粒子的衰变矩阵元中还要包含因 $D$ 波为主与衰变赝标介子的动量平方成正比的因子。给出了二组矩的表达式。我们相信，在对 BES 获取的 $J/\psi$ 事例作相应衰变过程的矩分析的基础上，可望回答这个复杂的 $\theta(1720)$ 宽共振峰结构中是包含二个 $0^{++}$ 共振态呢？还是一个是 $0^{++}$，另一个是 $2^{++}$ 共振态？它们各占多少份额？各自的质量、宽度是多少？它们的衰变分枝比是多少？等等。这将加深对 $\theta(1720)$ 宽共振峰的认识。在国际上对此共振态的性质存在不同看法的情况下，这无疑是有兴趣的。

## 二、角分布的螺旋度形式

我们讨论的物理过程是

$$\begin{aligned}e^+ + e^- \to J/\psi \to \gamma + &X \\ &\hookrightarrow f\bar{f}\ (K\bar{K},\eta\eta,\pi\pi).\end{aligned} \tag{1}$$

（一）首先考虑 $X = X_1(f_2'(1525)) + X_2(0^{++}) + X_3(0^{++})$ 三态耦合结构模式

过程 (1) 的 $S$ 矩阵元为

$$\begin{aligned}\langle\gamma f\bar{f}|S-1|e_r^+e_{r'}^-\rangle \sim \langle\psi_{\lambda_J}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle\{&\langle\gamma_{\lambda_\gamma}X_{\lambda_1}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle\langle f\bar{f}|T_3|X_{\lambda_1}\rangle\delta_1 \\ &+\langle\gamma_{\lambda_\gamma}X_2|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle\langle f\bar{f}|T_3|X_2\rangle\delta_2 \\ &+\langle\gamma_{\lambda_\gamma}X_3|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle\langle f\bar{f}|T_3|X_3\rangle\delta_3\}.\end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned}&\langle\psi_{\lambda_J}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle \sim e^{\lambda_J *}_{\mu}(p_J)\bar{v}_r(p_+)\gamma^\mu u_{r'}(p_-); \\ &\langle\gamma_{\lambda_\gamma}X_{\lambda_1}|T_2|\psi_{\lambda_J}\rangle \sim A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega\gamma), \\ &\langle f\bar{f}|T_3|X_{\lambda_1}\rangle \sim \left(\frac{2}{15}\right)^{1/2}\cdot 4g_{1f}p_f^2D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega),\end{aligned}$$

$$\delta_1 = \frac{e^{i\phi_1}}{m^2 - m_1^2 + im_1\Gamma_1}; \tag{3}$$

$$\langle \gamma_{\lambda_\gamma} X_2 | T_2 | \psi_{\lambda_J} \rangle \sim B_{\lambda_\gamma,0} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma),$$
$$\langle f\bar{f} | T_3 | X_2 \rangle \sim g_{2f} D^{0*}_{0,0}(\Omega),$$
$$\delta_2 = \frac{e^{i\phi_2}}{m^2 - m_2^2 + i m_2 \Gamma_2}; \tag{4}$$
$$\langle \gamma_{\lambda_\gamma} X_3 | T_2 | \psi_{\lambda_J} \rangle \sim C_{\lambda_\gamma,0} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma),$$
$$\langle f\bar{f} | T_3 | X_3 \rangle \sim g_{3f} D^{0*}_{0,0}(\Omega)$$
$$\delta_3 = \frac{e^{i\phi_3}}{m^2 - m_3^2 + i m_3 \Gamma_3}. \tag{5}$$

$\lambda_\gamma$、$\lambda_1$ 和 $\lambda_J$ 分别是光子，$f_2'(1525)$ 和 J/ψ 粒子的螺旋度；$r$ 和 $r'$ 分别是正电子和电子的极化指标；$e_\mu^{\lambda_J}(p_J)$ 是 J/ψ 粒子的极化矢量；$A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}$、$B_{\lambda_\gamma,0}$ 和 $C_{\lambda_\gamma,0}$ 分别是 J/ψ 辐射衰变为 $X_1(f_2'(1525))$、$X_2(0^{++})$ 和 $X_3(0^{++})$ 过程的螺旋度振幅；$\Omega_\gamma$ 描写 J/ψ 静止系中光子的方向；$\Omega$ 描写 $X$ 静止系中末态一个赝标介子的方向(取 J/ψ 静止系中 $X$ 的方向为 $z$ 轴)。在 J/ψ 静止系 ($e^+$、$e^-$ 质心系)，我们取 $e^+$ 的方向为 $z$ 轴，$\gamma$ 光子在 $x$-$z$ 平面内 ($\phi_\gamma = 0$)。$g_{1f}$、$g_{2f}$ 和 $g_{3f}$ 分别是 $X_1$、$X_2$ 和 $X_3$ 同末态 ($f\bar{f}$) 的耦合常数。$m_1$ 和 $\Gamma_1$ 为 $f_2'(1525)$ 的质量和宽度 ($m_1 = 1525 \pm 5$MeV，$\Gamma_1 = 76 \pm 10$MeV)，$m_2$、$\Gamma_2$ 和 $m_3$、$\Gamma_3$ 为 θ(1720) 宽共振峰内二个共振态 $X_2$ 和 $X_3$ 的质量和宽度，由实验数据的分析确定。$m$ 为末态 ($f\bar{f}$) 系统的不变质量，$p_f$ 为 $X$ 静止系内末态赝标介子 f 的动量值：

$$p_f = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - m_f^2}. \tag{6}$$

过程 (1) 的角分布螺旋度形式为

$$\begin{aligned} W_1(\theta_\gamma, \Omega) \sim \sum_{\substack{\lambda_J,\lambda_J',\lambda_\gamma \\ \lambda_1,\lambda_1'}} I_{\lambda_J,\lambda_J'} \Big\{ & \frac{5}{4\pi} \cdot \alpha A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} A_{\lambda_\gamma,\lambda_1'} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega_\gamma) \\ & \cdot D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma-\lambda_1'}(\Omega_\gamma) D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega) D^2_{\lambda_1',0}(\Omega) \\ & + \frac{1}{4\pi}[\beta B^2_{\lambda_\gamma,0} + \beta' C^2_{\lambda_\gamma,0} + \beta'' B_{\lambda_\gamma,0} C_{\lambda_\gamma,0}] \\ & \cdot D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma) D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma) D^{0*}_{0,0}(\Omega) D^0_{0,0}(\Omega) \\ & + \frac{\sqrt{5}}{2\pi} \mathrm{Re}[(\gamma A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} B_{\lambda_\gamma,0} + \gamma' A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} C_{\lambda_\gamma,0}) \\ & \cdot D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega_\gamma) D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma) D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega) D^0_{0,0}(\Omega)] \Big\}. \end{aligned} \tag{7}$$

其中

$$I_{\lambda_J,\lambda_J'} = 2p^2 \delta_{\lambda_J,\lambda_J'} \delta_{\lambda_J,\pm 1}, \quad p = |\boldsymbol{p}_+| = |\boldsymbol{p}_-|. \tag{8}$$
$$\alpha = \frac{32}{15} p_f^4 g_{1f}^2 |\delta_1|^2,$$
$$\beta = g_{2f}^2 |\delta_2|^2, \quad \beta' = g_{3f}^2 |\delta_3|^2,$$
$$\beta'' = g_{2f} g_{3f} \cdot 2\mathrm{Re}(\delta_2 \delta_3^*), \quad \gamma = 4\left(\frac{2}{15}\right)^{1/2} p_f^2 g_{1f} g_{2f} (\delta_1 \delta_2^*),$$

$$\gamma' = 4\left(\frac{2}{15}\right)^{1/2} p_f^2 g_{1f} g_{3f} (\delta_1 \delta_3^*). \tag{9}$$

由宇称守恒条件，我们有

$$\begin{aligned} A_{-\lambda_\gamma,-\lambda_1} &= A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}, \\ B_{-\lambda_\gamma,0} &= B_{\lambda_\gamma,0} \\ C_{-\lambda_\gamma,0} &= C_{\lambda_\gamma,0}, \end{aligned} \tag{10}$$

由时间反演不变性要求每组的螺旋度振幅相对为实[15]，每组螺旋度振幅各自的位相因子为 $e^{i\phi_1}$、$e^{i\phi_2}$ 和 $e^{i\phi_3}$ 分别归入 $\delta_1$、$\delta_2$ 和 $\delta_3$ 中。于是，独立的螺旋度振幅有5个：$A_{1,0}$、$A_{1,1}$、$A_{1,2}$、$B_{1,0}$ 和 $C_{1,0}$；二个位相差（$\phi_1-\phi_2$）和（$\phi_1-\phi_3$）。整个角分布包含14个参数：$m_2$、$\Gamma_2$、$m_3$、$\Gamma_3$、$g_{1f}$、$g_{2f}$、$g_{3f}$ 和5个螺旋度振幅与2个位相差。

（二）$X = X_1(f_2'(1525)) + X_2(0^{++}) + X_3'(2^{++})$ 结构模式。

过程(1)的 $S$ 矩阵元为

$$\begin{aligned} \langle \gamma f\bar{f}|S-1|e_r^+e_{r'}^-\rangle \sim \langle \psi_{\lambda_1}|T_1|e_r^+e_{r'}^-\rangle\{\langle \gamma_{\lambda_\gamma}X_{\lambda_1}|T_2|\psi_{\lambda_1}\rangle \\ \cdot \langle f\bar{f}|T_3|X_{\lambda_1}\rangle\delta_1 + \langle \gamma_{\lambda_\gamma}X_2|T_2|\psi_{\lambda_1}\rangle\langle f\bar{f}|T_3|X_2\rangle\delta_2 \\ + \langle \gamma_{\lambda_\gamma}X'_{\lambda_3}|T_2|\psi_{\lambda_1}\rangle\langle f\bar{f}|T_3|X'_{\lambda_3}\rangle\delta_3'\}. \end{aligned} \tag{11}$$

其中

$$\begin{aligned} \langle \gamma_{\lambda_\gamma}X'_{\lambda_3}|T_2|\psi_{\lambda_1}\rangle &\sim C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_3}(\Omega_\gamma), \\ \langle f\bar{f}|T_3|X'_{\lambda_3}\rangle &\sim \left(\frac{2}{15}\right)^{1/2}\cdot 4\cdot g'_{3f}p_f^2 D^{2*}_{\lambda_3 0}(\Omega), \\ \delta_3' &= \frac{e^{i\phi_3'}}{m^2 - m_3'^2 + i m_3'\Gamma_3'}. \end{aligned} \tag{12}$$

$\lambda_3$ 为 $X_3'(2^{++})$ 粒子的螺旋度；$C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3}$ 是 $J/\psi$ 辐射衰变为 $X_3'$ 过程的螺旋度振幅；$g'_{3f}$ 是 $X_3'$ 和末态（$f\bar{f}$）的耦合常数；$m_3'$ 和 $\Gamma_3'$ 是张量介子 $X_3'$ 的质量和宽度，是待定参数。

过程(1)的角分布螺旋度形式是

$$\begin{aligned} W_2(\theta_\gamma,\Omega) \sim \sum_{\substack{\lambda_J,\lambda_J',\lambda_\gamma \\ \lambda_1,\lambda_1',\lambda_3,\lambda_3'}} I_{\lambda_J,\lambda_J'}\Big\{\frac{5}{4\pi}[\alpha A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}A_{\lambda_\gamma,\lambda_1'} \\ \cdot D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma-\lambda_1'}(\Omega_\gamma)D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega)D^2_{\lambda_1',0}(\Omega) \\ + \alpha' C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3}C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3'} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_3}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma-\lambda_3'}(\Omega_\gamma)\cdot D^{2*}_{\lambda_3,0}(\Omega)D^2_{\lambda_3',0}(\Omega) \\ 2\mathrm{Re}(\alpha'' A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3'} D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma-\lambda_3'}(\Omega_\gamma) \\ \cdot D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega)D^2_{\lambda_3',0}(\Omega))] \\ + \frac{1}{4\pi}\beta\cdot B^2_{\lambda_\gamma,0}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma)D^{0*}_{0,0}(\Omega)D^0_{0,0}(\Omega) \\ + \frac{\sqrt{5}}{2\pi}\mathrm{Re}[\gamma A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}B_{\lambda_\gamma,0}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_1}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma)\cdot D^{2*}_{\lambda_1,0}(\Omega)D^0_{0,0}(\Omega) \\ + \gamma'' C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3}B_{\lambda_\gamma,0}D^{1*}_{\lambda_J,\lambda_\gamma-\lambda_3}(\Omega_\gamma)D^1_{\lambda_J',\lambda_\gamma}(\Omega_\gamma)\cdot D^{2*}_{\lambda_3,0}(\Omega)D^0_{0,0}(\Omega)]\Big\}. \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$\alpha' = \frac{32}{15} p_f^4 g_{3f}'^2 |\delta_3'|^2,$$

$$\alpha'' = \frac{32}{15} p_f^4 g_{1f} g_{3f}' (\delta_1 \delta_3'^*),$$

$$\gamma'' = \left(\frac{2}{15}\right)^{1/2} 4 p_f^2 \cdot g_{2f} g_{3f}' (\delta_3' \delta_2^*). \tag{14}$$

由宇称守恒,我们有

$$C'_{-\lambda_\gamma,-\lambda_3} = C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3}. \tag{15}$$

同样,由时间反演不变,要求 $C'_{1,0}$、$C'_{1,1}$ 和 $C'_{1,2}$ 相对为实，它们的公共位相因子为 $e^{i\phi_3'}$，归入了 $\delta_3'$ 之中. 于是独立的螺旋度振幅有 7 个: $A_{1,0}$、$A_{1,1}$、$A_{1,2}$、$B_{1,0}$、$C'_{1,0}$、$C'_{1,1}$ 和 $C'_{1,2}$; 二个位相差 $(\phi_1-\phi_2)$ 和 $(\phi_1-\phi_3')$. 整个角分布包含 16 个参数: $m_2$、$\Gamma_2$、$m_3'$、$\Gamma_3'$、$g_{1f}$、$g_{2f}$、$g_{3f}'$ 和 7 个螺旋度振幅与 2 个位相差.

为简单起见,我们可以先用实验定出的 J/ψ 辐射衰变产生 $f_2'(1525)$ 的极化参数(见表 1),从而减少二个参数;于是,对第一种结构模式还剩下 12 个参数,对于第二种结构模式还有 14 个参数.

## 三、矩

对于二种结构模式，我们对过程 (1) 的角分布螺旋度形式 (7) 和 (13) 式进行处理，可以得到二组矩的表达式.

(一) $X = X_1(f_2'(1525)) + X_2(0^{++}) + X_3(0^{++})$ 结构模式.

过程的矩的定义为

$$\begin{aligned} M_1(jLM) = &\int W_1(\theta_\gamma,\Omega) D^j_{0,-M}(\Omega_\gamma) D^L_{M,0}(\Omega) \sin\theta_\gamma d\theta_\gamma d\Omega \\ &\sim 2p^2 \sum_{\lambda_J,\lambda_\gamma\lambda_1,\lambda_1'} \delta_{\lambda_J,\pm1} \{\alpha \cdot A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} A_{\lambda_\gamma,\lambda_1'} (1\lambda_J j0|1\lambda_J) \\ &(1\lambda_\gamma - \lambda_1' j - M|1\lambda_\gamma - \lambda_1)(2\lambda_1' LM|2\lambda_1) \\ &(20L0|20) \\ &+ [\beta B^2_{\lambda_\gamma,0} + \beta' C^2_{\lambda_\gamma,0} + \beta'' B_{\lambda_\gamma,0} C_{\lambda_\gamma,0}](1\lambda_J j0|1\lambda_J) \\ &(1\lambda_\gamma j - M|1\lambda_\gamma)(00LM|00)(00L0|00) \\ &+ \frac{2}{\sqrt{5}} [\mathrm{Re}(\gamma) A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} B_{\lambda_\gamma,0} + \mathrm{Re}(\gamma') A_{\lambda_\gamma,\lambda_1} C_{\lambda_\gamma,0}](1\lambda_J j0|1\lambda_J) \\ &(1\lambda_\gamma j - M|1\lambda_\gamma - \lambda_1)(00LM|2\lambda_1)(00L0|20)\}. \end{aligned} \tag{16}$$

我们可以得到如下 10 个独立的矩

$$M_1(000) \sim 8p^2\{(A^2_{1,0} + A^2_{1,1} + A^2_{1,2})\alpha + B^2_{1,0}\beta + C^2_{1,0}\beta' + B_{1,0}C_{1,0}\beta''\},$$

$$M_1(200) \sim \frac{4}{5} p^2\{(A^2_{1,0} - 2A^2_{1,1} + A^2_{1,2})\alpha$$

$$+ B_{1,0}^2\beta + C_{1,0}^2\beta' + B_{1,0}C_{1,0}\beta''\Big\},$$

$$M_1(020) \sim 8p^2\left\{\frac{1}{7}(2A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 - 2A_{1,2}^2)\alpha + \frac{1}{\sqrt{5}}(A_{1,0}B_{1,0}\gamma_1 + A_{1,0}C_{1,0}\gamma_1')\right\},$$

$$M_1(220) \sim \frac{8}{5}p^2\left\{\frac{1}{7}(A_{1,0}^2 - A_{1,1}^2 - A_{1,2}^2)\alpha + \frac{1}{2\sqrt{5}}(A_{1,0}B_{1,0}\gamma_1 + A_{1,0}C_{1,0}\gamma_1')\right\},$$

$$M_1(221) \sim \frac{4}{5}p^2\left\{\frac{1}{7}(\sqrt{3}A_{1,0}A_{1,1} - 3\sqrt{2}A_{1,1}A_{1,2})\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}(A_{1,1}B_{1,0}\gamma_1 + A_{1,1}C_{1,0}\gamma_1')\right\},$$

$$M_1(222) \sim \frac{4\sqrt{6}}{5}p^2\left\{-\frac{2}{7}A_{1,0}A_{1,2}\alpha + \frac{1}{2\sqrt{5}}(A_{1,2}B_{1,0}\gamma_1 + A_{1,2}C_{1,0}\gamma_1')\right\},$$

$$M_1(040) \sim \frac{8}{21}p^2(6A_{1,0}^2 - 4A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha,$$

$$M_1(240) \sim \frac{4}{105}p^2(6A_{1,0}^2 + 8A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha,$$

$$M_1(241) \sim \frac{4}{105}p^2(3\sqrt{10}A_{1,0}A_{1,1} + \sqrt{15}A_{1,1}A_{1,2})\alpha,$$

$$M_1(242) \sim \frac{4}{35}\sqrt{10}\,p^2A_{1,0}A_{1,2}\alpha. \tag{17}$$

其中 $\gamma_1 = 2\mathrm{Re}\gamma$, $\gamma_1' = 2\mathrm{Re}\gamma'$.

（二）$X = X_1(f_2'(1525)) + X_2(0^{++}) + X_3(2^{++})$ 结构模式。过程的矩的定义为

$$M_2(jLM) = \int W_2(\theta_\gamma, \Omega)D_{0,-M}^j(\Omega_\gamma)D_{M,0}^L(\Omega)\sin\theta_\gamma d\theta_\gamma d\Omega$$

$$\sim 2p^2\sum_{\substack{\lambda_J,\lambda_\gamma,\lambda_1,\\ \lambda_1',\lambda_3,\lambda_3'}}\delta_{\lambda_J,\pm1}(1\lambda_J j0|1\lambda_J)\{(20L0|20)$$

$$\cdot[\alpha A_{\lambda_\gamma,\lambda_1'}A_{\lambda_\gamma,\lambda_1'}(1\lambda_\gamma - \lambda_1' j - M|1\lambda_\gamma' - \lambda_1)(2\lambda_1' LM|2\lambda_1)$$

$$+ \alpha' C_{\lambda_\gamma,\lambda_3}'C_{\lambda_\gamma,\lambda_3'}'(1\lambda_\gamma - \lambda_3' j - M|1\lambda_\gamma' - \lambda_3)(2\lambda_3' LM|2\lambda_3)$$

$$+ 2\mathrm{Re}(\alpha'')A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}C_{\lambda_\gamma,\lambda_3'}'(1\lambda_\gamma - \lambda_3' j - M|1\lambda_\gamma - \lambda_1)(2\lambda_3' LM|2\lambda_1)]$$

$$+ \beta B_{\lambda_\gamma,0}^2(1\lambda_\gamma j - M|1\lambda_\gamma)(00LM|00)(00L0|00)$$

$$+ \frac{2}{\sqrt{5}}(00L0|20)[\mathrm{Re}(\gamma)A_{\lambda_\gamma,\lambda_1}B_{\lambda_\gamma,0}(1\lambda_\gamma j - M|1\lambda_\gamma - \lambda_1)$$

$$\cdot (00LM|2\lambda_1) + \mathrm{Re}(\gamma'')C'_{\lambda_\gamma,\lambda_3}B_{\lambda_\gamma,0}(1\lambda_\gamma j - M|1\lambda_\gamma - \lambda_3)$$
$$\cdot (00LM|2\lambda_3)]\}. \tag{18}$$

同样,我们也有 10 个独立的矩如下:

$$M_2(000) \sim 8p^2\{(A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha + (C_{1,0}'^2 + C_{1,1}'^2 + C_{1,2}'^2)\alpha' + (A_{1,0}C'_{1,0} + A_{1,1}C'_{1,1} + A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1 + B_{1,0}^2\beta\},$$

$$M_2(200) \sim \frac{4}{5}p^2\{(A_{1,0}^2 - 2A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha + (C_{1,0}'^2 - 2C_{1,1}'^2 + C_{1,2}'^2)\alpha' + (A_{1,0}C'_{1,0} - 2A_{1,1}C'_{1,1} + A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1 + B_{1,0}^2\beta\},$$

$$M_2(020) \sim 8p^2\left\{\frac{1}{7}[(2A_{1,0}^2 + A_{1,1}^2 - 2A_{1,2}^2)\alpha + (2C_{1,0}'^2 + C_{1,1}'^2 - 2C_{1,2}'^2)\alpha' + (2A_{1,0}C'_{1,0} + A_{1,1}C'_{1,1} - 2A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1] + \frac{1}{\sqrt{5}}(A_{1,0}B_{1,0}\gamma'_1 + C'_{1,0}B_{1,0}\gamma''_1)\right\},$$

$$M_2(220) \sim \frac{8}{5}p^2\left\{\frac{1}{7}[(A_{1,0}^2 - A_{1,1}^2 - A_{1,2}^2)\alpha + (C_{1,0}'^2 - C_{1,1}'^2 - C_{1,2}'^2)\alpha' + (A_{1,0}C'_{1,0} - A_{1,1}C'_{1,1} - A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1] + \frac{1}{2\sqrt{5}}(A_{1,0}B_{1,0}\gamma'_1 + C'_{1,0}B_{1,0}\gamma''_1)\right\},$$

$$M_2(221) \sim \frac{4}{5}p^2\left\{\frac{1}{7}\left[(\sqrt{3}\,A_{1,0}A_{1,1} - 3\sqrt{2}\,A_{1,1}A_{1,2})\alpha + (\sqrt{3}\,C'_{1,0}C'_{1,1} - 3\sqrt{2}\,C'_{1,1}C'_{1,2})\alpha' + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(A_{1,0}C'_{1,1} + A_{1,1}C'_{1,0}) - \frac{3}{\sqrt{2}}(A_{1,1}C'_{1,2} + A_{1,2}C'_{1,1})\right)\alpha''\right] + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}(A_{1,1}B_{1,0}\gamma_1 + C'_{1,1}B_{1,0}\gamma''_1)\right\},$$

$$M_2(222) \sim \frac{4\sqrt{6}}{5}p^2\left\{-\frac{1}{7}(2A_{1,0}A_{1,2}\alpha + 2C'_{1,0}C'_{1,2}\alpha' + A_{1,0}C'_{1,2}\alpha''_1 + A_{1,2}C'_{1,0}\alpha''_1) + \frac{1}{2\sqrt{5}}(A_{1,2}B_{1,0}\gamma'_1 + C'_{1,2}B_{1,0}\gamma''_1)\right\},$$

$$M_2(040) \sim \frac{8}{21}p^2\{(6A_{1,0}^2 - 4A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha + (6C_{1,0}'^2 - 4C_{1,1}'^2 + C_{1,2}'^2)\alpha' + (6A_{1,0}C'_{1,0} - 4A_{1,1}C'_{1,1} + A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1\},$$

$$M_2(240) \sim \frac{4}{105}p^2\{(6A_{1,0}^2 + 8A_{1,1}^2 + A_{1,2}^2)\alpha + (6C_{1,0}'^2 + 8C_{1,1}'^2 + C_{1,2}'^2)\alpha'$$

$$
\begin{aligned}
&+(6A_{1,0}C'_{1,0}+8A_{1,1}C'_{1,1}+A_{1,2}C'_{1,2})\alpha''_1\Big\},\\
M_2(241)\sim\ &\frac{4}{105}p^2\Big\{(3\sqrt{10}\,A_{1,0}A_{1,1}+\sqrt{15}\,A_{1,1}A_{1,2})\alpha\\
&+(3\sqrt{10}C'_{1,0}C'_{1,1}+\sqrt{15}C'_{1,1}C'_{1,2})\alpha'\\
&+\Big(\frac{3\sqrt{10}}{2}(A_{1,0}C'_{1,1}+A_{1,1}C'_{1,0})\\
&+\frac{\sqrt{15}}{2}(A_{1,1}C'_{1,2}+A_{1,2}C'_{1,1})\Big)\alpha''_1\Big\},\\
M_2(242)\sim\ &\frac{4\sqrt{10}}{35}p^2\Big\{A_{1,0}A_{1,2}\alpha+C'_{1,0}C'_{1,2}\alpha'\\
&+\frac{1}{2}(A_{1,0}C'_{1,2}+A_{1,2}C'_{1,0})\alpha''_1\Big\}. \qquad (19)
\end{aligned}
$$

其中，$\alpha''_1=2\mathrm{Re}\alpha''$，$\gamma''_1=2\mathrm{Re}\gamma''$

## 四、讨 论

正如文献[10]所指出的，对于过程的角分布，用通常的最大似然法作数据分析，以确定共振态的自旋以及极化参数比较简单，但有一个明显的不足。即它只适用于与其它共振态明显分离的单个共振态。对于我们讨论的 $\theta(1720)$ 宽共振峰的结构问题，特别是考虑双态或三态耦合结构模式，矩分析法是比较合适的。因为借助于$D$矩阵对角分布作不同的处理，可以得到一系列包含待定的螺旋度振幅及其它参数的矩。通过它们，我们可以得到比单一的角分布更好、更充分的对数据的了解。

为了明确地回答，通过对 $K\bar{K}$ 衰变道的分析，$\theta(1720)$ 宽共振峰的自旋一宇称究竟是 $0^{++}$ 为主，还是 $2^{++}$ 为主？第一步，我们可以先把 $\theta(1720)$ 作一个态处理，即考虑 $X_1(f'_2(1525))+X_3(0^{++})$ 和 $X_1(f'_2(1525))+X'_3(2^{++})$ 二种双态耦合结构模式。对 $K\bar{K}$ 末态取数据，通过对数据的统计处理，分析、比较（如用最小二乘法计算 $\chi^2$），可以判定 $\theta(1720)$ 的自旋一宇称是 $0^{++}$ 还是 $2^{++}$。这里要强调的是，若只作一种耦合结构模式的统计处理，没有比较，是无法作出上述判定的。若考虑到 $\theta(1720)$ 可能的结构，换言之，可以作出这样的结论：$\theta(1720)$ 的自旋一宇称是 $0^{++}$ 为主，还是 $2^{++}$ 为主。这是同行们首先关心的一个问题.在此基础上，再考虑二种三态耦合结构模式以及不同的衰变道（$K\bar{K}$、$\eta\eta$、$\pi\pi$）。着重探讨 $\theta(1720)$ 宽共振峰的结构，回答我们在文章开头提出的问题。

由于现有的实验结果认为 $\theta(1720)$ 处既有 $2^{++}$ 分量又有 $0^{++}$ 分量。所以，我们只考虑了二种三态耦合结构模式，而暂时没有考虑三个 $2^{++}$ 态耦合的结构模式。

为了更好地了解 $\theta(1720)$ 这个宽共振峰的结构及性质，我们还将考虑 $J/\psi$ 强子衰变过程 $e^++e^-\to J/\psi\to V(\omega、\phi)+X$，$X\to f\bar{f}$ 的矩分析。

对于和朱洪元先生，黄涛，杜东生，吴济民，张达华等各位同行的有益的讨论，这里表示感谢。

## 参　考　文　献


[1] 沈齐兴,高能物理与核物理, **15**(1991), 358. 及文中所列有关文献.

[2] C. Edwards et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48** (1982), 458.

[3] M. E. B. Franklin, Ph. D. Thesis, SLAC Report 254(1982); D. L. Scharre, Proc. of the 10th Int. Symp. on Lepton and photon Interactions at High Energy, Bonn, 1981.

[4] W. Toki, SLAC-PUB-3262(1983);
K. F. Einsweiler, Ph. D. Thesis, SLAC Report 272(1984);
R. M. Baltrusaitis, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2077.

[5] J. E. Augustin et al., Orsay preprint, LAL 85-27, (1985);
F. Couchot, Ph. D. Thesis, Orsay Preprint, LAL 87-55, (1987);
J. E. Augustin et al., *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 2238.

[6] G. Eigen CALT-68-1483(1988).

[7] L. Köpke, Proc. of the 23rd Int. Conf. on HEP. Berkeley, July, 1986;
A. Falvard et al., *Phys. Rev.*, **D38**(1988), 2706.

[8] R. Longacre, Proc. 2nd Int. Conf. on Had. Spectr. at KEK, p. 46(1987).

[9] T. A. Armstrong et al., CERN/EP 89-70(1989).

[10] T. Bolton, Ph. D. thesis, Massachusetts Institute of Technolegy (1988).

[11] S. U. Chung, *CERN COURIER* 28(1988), No. **10**, p. 25.

[12] F. Binon et al., *Nuovo Cim.*, **78A** (1983), 313; D. Alde et al., *Nucl. Phys.*, **B269** (1986), 485;
S. S. Gershtein et al., *Z. Phys.*, **C24** (1984), 305.

[13] 郁宏,高能物理与核物理, **14**(1990),286.

[14] L. P. Chen et al., SLAC-PUB-5378 (1990).

[15] P. K. Kabir and A. J. G. Hey, *Phys. Rev.*, **D13** (1976), 3161.


# Moment Analysis of the wide Resonance $\theta(1720)$ in J/$\psi$ Radiative Decay


Yu Hong　Shen Qixing　Zhu Yucan　Zheng Zhipeng　Cheng Zhengdong

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)



## Abstract

In this paper the structure of the wide resonance $\theta(1720)$ produced in J/$\psi$ radiative decay is studied by using moment analysis. Since the $f_2'(1525)$ and $\theta(1720)$ resonances overlap in this mass region, two three-states coupling structure modes $2^{++}(f_2'(1525)) + 0^{++} + 0^{++}$ and $2^{++}(f_2'(1525)) + 0^{++} + 2^{++}$ are discussed. It is helpful to make clear the structure of the wide resonance $\theta(1720)$, de-termine masses、widths、spins and other important properties of the two resonance states, for example G(1590) and $f_2(1720)$, including therein and understand the two interesting states better.