

巨偶极共振相互作用玻色子模型的 连续变量表示解

戴子高 傅德基

(中国科学院上海原子核研究所, 201800)

梁世东 徐躬耦

(佛山大学, 528000) (南京大学, 210008 兰州大学, 730001)

摘 要

本文应用动力学群表示的生成坐标方法 (DGR-GCM) 推导并讨论了 IBM (s, p, d) 的连续变量表示; 分析了 $^{148,150}\text{Nd}$ 和 $^{152,154}\text{Sm}$ 的静态势能, 得到各核的形变参量 β_0 ; 求解相应的等效哈密顿量的本征方程, 得到了能量本征值和本征函数, 并得到了形变核的巨偶极共振劈裂以及纵向的与横向的电偶极强度之比 (S_+/S_-) 小于 2 的结论, 这与从 IBM(s, p, d) 的代数分析结果相一致。

一、引 言

由 Arima 和 Iachello 提出的相互作用玻色子模型 (IBM)^[1,2] 把原子核的集体运动看成是一定数目的相互作用玻色子的行为; Bohr-Mottelson 模型 (BMM)^[3] 则把原子核的集体运动处理为表面振动和转动。自 IBM 问世以来, 人们就力图搞清 IBM 和 BMM 之间的关系。利用动力学群表示的生成坐标方法 (DGR-GCM)^[4] 可以有效地探求它们之间的联系。它从广义表象变换的途径着手把玻色子描述方法和连续变量表示方法联系起来, 并且能在连续变量表示中分析 IBM 的静态势能, 求出本征解以及计算电磁跃迁几率等。

巨偶极共振 (GDR) 是对应于原子核的高激发模式 (highlying excitation mode) 的一种集体运动。它产生于原子核的质子和中子反相运动使它们各自的质心不再重合, 从而形成电偶极子。相对说来, IBM 应用于 GDR 是一个刚刚开始深入研究的领域^[5]。文献[6,7]引进描述 GDR 的 p 玻色子, 建立了 IBM(s, p, d)。本文则在此基础上应用 DGR-GCM 导出了 IBM(s, p, d) 的连续变量表示, 求解了相应的本征方程。本文还推导了电偶极算符的连续变量表示以及电偶极强度的计算公式, 最后从理论上说明形变核的 GDR 的性质。这些性质与实验观察和 IBM(s, p, d) 的代数分析结果是一致的。

二、等效哈密顿量及其本征解

1. 哈密顿量的连续变量表示

考虑下列形式的哈密顿量^[6]:

$$\hat{H} = \hat{H}_d + \hat{H}_p + \hat{H}_{int}(s, p, d), \quad (1)$$

其中 \hat{H}_d 是通常 IBM(s, d) 的哈密顿量^[2], 表示为多极展开的形式:

$$\hat{H}_d = \varepsilon_d \hat{n}_d + a_0 P^+ \cdot P + a_1 L \cdot L - \kappa Q \cdot Q + a_3 T_3 \cdot T_3 + a_4 T_4 \cdot T_4, \quad (2)$$

上式中

$$\left. \begin{aligned} \hat{n}_d &= d^+ \cdot \tilde{d}, \\ P &= \frac{1}{2} [d^+ \cdot d^+ - s^+ \cdot s^+], \quad L = \sqrt{10} [d^+ \tilde{d}]^{(1)}, \\ Q &= [d^+ s + s^+ \tilde{d}]^{(2)} + \chi [d^+ \tilde{d}]^{(2)}, \quad \chi = -\frac{\sqrt{7}}{2}, \\ T_3 &= [d^+ \tilde{d}]^{(3)}, \quad T_4 = [d^+ \tilde{d}]^{(4)}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

定义

$$A^{(\lambda)} \cdot B^{(\lambda)} = \sum_{\mu} A_{\mu} B_{-\mu} (-1)^{\mu} = \sum_{\mu} (-1)^{\lambda} A_{\mu} B_{\bar{\mu}} = (-1)^{\lambda} \sqrt{2\lambda + 1} [AB]^{(0)}.$$

式(1)中的 \hat{H}_p 是描述 GDR 的哈密顿量:

$$\hat{H}_p = \varepsilon_p \hat{n}_p, \quad (4)$$

通常取 $\varepsilon_p = 77.5 A^{-1/3}$, A 为原子核的质量数.

$\hat{H}_{int}(s, p, d)$ 是 s - d 与 p 玻色子的相互作用项, 其形式是

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int}(s, p, d) &= b_0 [[p^+ \bar{p}]^{(0)} [d^+ \tilde{d}]^{(0)}]^{(0)} + b_1 [[p + \bar{p}]^{(1)} [d^+ \tilde{d}]^{(1)}]^{(0)} \\ &+ b_2 [[p^+ \bar{p}]^{(2)} [(s^+ \tilde{d} + d^+ s) + \chi_p (d^+ \tilde{d})^{(2)}]^{(2)}]^{(0)}. \end{aligned} \quad (5)$$

引进相干态^[6]:

$$|\alpha\rangle = \exp \left\{ \sum_{\mu} \alpha_{\mu}^{\dagger} \alpha_{\mu} s + \sum_{\nu} (-1) \alpha_{\nu}^{\dagger} p_{\nu}^{\dagger} s \right\} |\phi_0\rangle, \quad (6)$$

式中 $|\phi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} (s^+)^N |0\rangle$, N 为总玻色子数, 且 $N_s + N_d + N_p = N$.

集体空间中的任一态矢 $|\psi\rangle$ 可表示为 $|\alpha\rangle$ 的展开, 即

$$|\psi\rangle = \int |\alpha\rangle f(\alpha) d\tau_{\alpha}, \quad (7)$$

其中 $f(\alpha)$ 为经过投影的函数, $f(\alpha)$ 和 $|\psi\rangle$ 有一一对应的关系.

为方便起见, 与 d 玻色子有关的量如 " α^d " 写为 " α'' ", 与 p 玻色子有关的量如 " α^p " 简写为 " α' ".

从(6)式出发, 利用玻色子对易关系, 可以很方便地求出重叠函数:

$$\langle \alpha | \beta \rangle = \left(1 + \sum_{\mu} \alpha_{\mu}'' \beta_{\mu}'' + \sum_{\nu} (-1) \alpha_{\nu}' \beta_{\nu}' \right)^N \quad (8)$$

定义 \hat{H} 的 Dyson 表示 $\mathcal{E}^{(D)}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial\alpha}\right)$ 和模算子 $\mathcal{N}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial\alpha}\right)$ ^[4]:

$$\begin{aligned}\langle\phi|\hat{H}|\phi\rangle &= \iint f^*(\alpha)\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle f(\beta)d\tau_\alpha d\tau_\beta \\ &= \iint f^*(\alpha)\mathcal{E}^{(D)}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial\alpha}\right)\langle\alpha|\beta\rangle f(\beta)d\tau_\alpha d\tau_\beta,\end{aligned}\quad (9a)$$

$$\begin{aligned}\langle\phi|\phi\rangle &= \iint f^*(\alpha)\langle\alpha|\beta\rangle f(\beta)d\tau_\alpha d\tau_\beta \\ &= \iint f^*(\alpha)\mathcal{N}\left(\alpha, \frac{\partial}{\partial\alpha}\right)f(\beta)d\tau_\alpha d\tau_\beta.\end{aligned}\quad (9b)$$

因已去掉非物理态 (\mathcal{N} 的本征值为零的态), 故可定义 Holstein-Primakoff 算子^[4]:

$$H^{(HP)} = \mathcal{N}^{-\frac{1}{2}}\mathcal{E}^{(D)}\mathcal{N}^{\frac{1}{2}}.\quad (10)$$

这样, 等效哈密顿量 $H^{(HP)}$ 的本征方程为

$$(H^{(HP)} - E)|\mathcal{P}F\rangle = 0,\quad (11)$$

上式中 $|\mathcal{P}F\rangle \equiv \mathcal{N}^{-\frac{1}{2}} \int \langle\alpha|\beta\rangle f(\beta)d\tau_\beta$ 为物理上允许的状态^[8].

可将哈密顿量写成两个因子的乘积, 即

$$\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle = \langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle_L \langle\alpha|\beta\rangle,\quad (12)$$

其中 $\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle_L$ 为相连项 (Linked Diagram)^[9].

作变换:

$$\begin{cases} \alpha'' = X'' + \frac{1}{2} Y'' \\ \beta'' = X'' - \frac{1}{2} Y''; \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha' = X' + \frac{1}{2} Y' \\ \beta' = X' - \frac{1}{2} Y'. \end{cases}\quad (13)$$

按 Wigner 变换精神^[10], 对于较低激发态只需要考虑 $\langle\alpha|\beta\rangle$ 及 $\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle$ 中邻近主对角线的那些项, 即对应于 $Y' = \alpha' - \beta'$ 和 $Y'' = \alpha'' - \beta''$ 小的项. 故对 Y' 和 Y'' 作级数展开, 并保留到二次项. 这相当于作动量展开, 并保留到动量二次项^[11]. 将 $\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle_L$ 写成

$$\langle\alpha|\hat{H}|\beta\rangle_L = H^{(0)} + H''_{\mu\nu} Y''_\mu Y''_\nu + H'_{\rho\sigma} Y'_\rho Y'_\sigma,\quad (14)$$

以及

$$\frac{\langle\alpha|\beta\rangle}{(\langle\alpha|\alpha\rangle\langle\beta|\beta\rangle)^{1/2}} = \exp\left(-\frac{1}{2}C''_{\mu\nu}Y''_\mu Y''_\nu\right) \exp\left(-\frac{1}{2}C'_{\rho\sigma}Y'_\rho Y'_\sigma\right),\quad (15)$$

上两式中, 重叠指标表示求和(以下同), 其中 $C''_{\mu\nu}$ 和 $C'_{\rho\sigma}$ 为

$$C''_{\mu\nu} = \frac{N}{1 + X'' \cdot X''} \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{X''_\mu X''_\nu}{1 + X'' \cdot X''} \right), \quad \mu, \nu = 0, \pm 1, \pm 2,\quad (16a)$$

$$C'_{\rho\sigma} = \frac{N}{1 + X' \cdot X'} (-\delta_{\rho\sigma}), \quad \rho, \sigma = 0, \pm 1.\quad (16b)$$

将以上展开式代入到 (9a) 和 (9b) 式, 经过直接的运算, 得到 $\mathcal{E}^{(D)}\left(X, \frac{\partial}{\partial X}\right)$ 和

$\hat{H}\left(X, \frac{\partial}{\partial X}\right)$. 由式(10)可得哈密顿量的 Holstein-Primakoff 算子(简称为 HP 表示), 即连续变量表示:

$$H^{(\text{HP})} = H^{(0)} + \sqrt{D'D''} \left\{ \frac{\partial}{\partial X''_{\mu}} (C''^{-1})_{\mu\lambda} \frac{H''_{\lambda r}{}^{(2)}}{\sqrt{D'D''}} (C''^{-1})_{r\nu} \frac{\partial}{\partial X''_{\nu}} \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial X''_{\beta}} (C''^{-1})_{\beta\lambda} \frac{H''_{\lambda r}{}^{(2)}}{\sqrt{D'D''}} (C''^{-1})_{r\sigma} \frac{\partial}{\partial X''_{\sigma}} \right\} + \dots, \quad (17)$$

其中 D' 和 D'' 分别为矩阵 C' 和 C'' 的行列式, C'^{-1} 和 C''^{-1} 分别 C' 和 C'' 的逆, $H''_{\lambda r}{}^{(2)}$ 和 $H''_{\lambda r}{}^{(2)}$ 仅为 X'' 的函数, 而 $H^{(0)}$ 为 X' 和 X'' 的函数. 式中第一项为势能项, 第二项则为动能项. (17)式是实验室坐标系下的等效哈密顿量, 通过坐标变换^[10], 可以得到内禀系下的等效哈密顿量, 即

$$H = -\frac{B''_{kl}}{2} \frac{\partial^2}{\partial a''_k \partial a''_l} + \frac{1}{2\mathcal{F}_0} (M^2 - M_3^2) + \frac{B''_{22}}{8a''_2} (M_3^2 - 1) \\ - \frac{B'_{ij}}{2} \frac{\partial^2}{\partial a'_i \partial a'_j} + V(a''_k; a'_i), \quad (18)$$

式中 $K, l = 0, 2$, $i, j = 0, 1$; a''_k, a'_i 为内禀系下的坐标; M 为内禀系下的角动量, M_3 为其分量; $V(a''_k; a'_i) \equiv H^{(0)}(X''; X')$; 当考虑到 GDR 的平衡点取为零点, 原子核为轴对称, 并且忽略振转耦合和 Coriolis 力^[10]时, 参量 B''_{kl}, B'_{ij} 和 \mathcal{F}_0^{-1} 都可写成 IBM 参数的具体表达式. 限于篇幅, 此处从略.

2. 势能的抛物线近似——数值微分方法

原子核的稳定平衡点 $(a''_k; a'_i)_0 = (\beta_0, 0; 0, 0)$ (下标“0”表示稳定平衡点), 作微振动近似 ($\xi'', \eta'', \xi', \eta'$ 为小量).

$$a''_0 = \beta_0 + \xi'', \quad a''_2 = 0 + \eta''; \quad a'_0 = 0 + \xi', \quad a'_1 = 0 + \eta'. \quad (19)$$

将 $V(a''_k; a'_i)$ 在平衡点作 Taylor 展开到二次项. 因为一次项为零, 而常数项对能级之间的相对位置无影响, 所以

$$V(a''_k; a'_i) \approx \frac{1}{2} C''_0 \xi''^2 + \frac{1}{2} C''_2 \eta''^2 + \frac{1}{2} C'_0 \xi'^2 + \frac{1}{2} C'_1 \eta'^2. \quad (20)$$

附录提供了求 C''_0, C''_2, C'_0 和 C'_1 的方法——数值微分方法, 这种方法的程序设计简单而且计算结果准确.

3. 等效哈密顿量的本征解

等效哈密顿量的本征方程为

$$H\Psi = E\Psi, \quad (21)$$

其中 H 的表达式是(18)式.

由文献[11]得方程(21)的本征值

$$E(Kn_r n_r, n'_0 n'_1) = [I(I+1) - K^2] \frac{1}{2} \varepsilon + \left(2n_r + \frac{1}{2} K + 1 \right) E_r$$

$$+ \left(n_\beta + \frac{1}{2} \right) E_\beta + \left(n_0^* + \frac{1}{2} \right) E_0^* + \left(n_1^* + \frac{1}{2} \right) E_1^*, \quad (22)$$

上式中

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \mathcal{S}_0^{-1}, \\ E_\beta &= \sqrt{C'_0 B''_{00}}, \quad E_\gamma = \sqrt{C'_2 B''_{22}}; \\ E_0^* &= \sqrt{C'_0 B'_{00}}, \quad E_1^* = \sqrt{C'_1 B'_{11}}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

与(22)式相应的波函数为

$$\begin{aligned} \Psi &= |IMKn_\beta n_\gamma n_0^* n_1^*(s)\rangle \\ &= \left(\frac{2I+1}{32\pi^2(1+\delta_{K0})} \right)^{1/2} \{ (D_{MK}^{(I)*}(\theta_j) - (-1)^{I+K+\frac{1}{2}s(s+1)} D_{M,-K}^{(I)*}(\theta_j)) \chi_{K,n_r}(-\eta) b_{1r}^+ |0\rangle \\ &\quad + (-1)^{\frac{1}{2}(K-|s|)} (D_{MK}^{(I)*}(\theta_j) - (-1)^{I+K+\frac{1}{2}s(s-1)} D_{M,-K}^{(I)*}(\theta_j)) \chi_{K,n_r}(\eta) b_{1,-s}^+ |0\rangle \} |n_\beta\rangle, \end{aligned} \quad (24)$$

式中量子数

$$\left. \begin{aligned} K &= |s|, |s|+2, |s|+4, \dots \\ s &= 0, \pm 1 \\ I &= 1, 3, 5, \dots, \text{当 } K=0 \\ I &= K, K+1, \dots, \text{当 } K \neq 0 \\ n_\beta, n_\gamma &= 0, 1, \dots, n_0^*, n_1^* = 0, 1. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式(24)中 $|n_\beta\rangle$ 为谐振子波函数。升算符 b_{1r}^+ 和 $\chi_{K,n_r}(\eta)$ 分别为

$$b_{1r}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{C'_r}{E'_r}} a'_r - \sqrt{\frac{B'_{rr}}{E'_r}} \frac{\partial}{\partial a'_r} \right) \quad (26)$$

和

$$\chi_{K,n_r}(\eta) = \left(\frac{2\lambda^{\frac{1}{2}(K+2)} \Gamma\left(\frac{1}{2}(K+2) + n_r\right)}{n_r!} \right)^{1/2} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{2}(K+2)\right)} \eta^{\frac{1}{2}(K+1)} e^{-\frac{1}{2}\lambda\eta^2} \cdot \begin{cases} {}_1F_1\left(-n_r, \frac{1}{2}K+1; \lambda\eta^2\right) & \text{当 } r \geq 0 \\ 0 & \text{当 } \eta < 0, \end{cases} \quad (27)$$

上式中 $\Gamma\left(\frac{1}{2}(K+2)\right)$ 为伽马函数, ${}_1F_1\left(-n_r, \frac{1}{2}K+1; \lambda\eta^2\right)$ 为合流超几何函数。

(26)式中 $b_{1,0}^+$ 为纵向升算子 ($s=0$), $b_{1,\pm 1}^+$ 为横向升算子 ($s=\pm 1$)。

三、电偶极强度

定义电偶极算符^[6]:

$$\hat{D}_\mu^{(1)} = h_1(p^+s + s^+\bar{p})_\mu^{(1)} + h_2(p^+\bar{d} + d^+\bar{p})_\mu^{(1)}, \quad (28)$$

其中 h_1 和 h_2 为两参量。

与求哈密顿量的连续变量表示的步骤一样,可得 $\hat{D}_\mu^{(1)}$ 的连续变量表示 $\hat{D}_\mu^{(1)(HP)}$

$$\hat{D}_\mu^{(1)(HP)} = \sum_\nu \left(\frac{C'_\nu}{2B'_{\nu\nu}} \right)^{1/2} \left(h_1 D_{\mu\nu}^{(1)}(\theta_j) + h_2 \beta_0 \sum_{m_1 m_2} C_{2m_1, 1m_2}^{1\mu} D_{m_1 0}^{(2)*}(\theta_j) D_{m_2 \nu}^{(1)}(\theta_j) \right) \cdot (b_{1\nu} - b_{1\nu}^+), \quad (29)$$

定义电偶极强度^[6]:

$$S_n = |\langle 1\bar{n} | \hat{D}_\mu^{(1)} | 0_g^+ \rangle|^2, \quad (30)$$

式中 $|0_g^+\rangle$ 为原子核的基态, $|1\bar{n}\rangle$ 为 GDR 的第 n 个 1^- 态, 令

$$S_+ \equiv |\langle 1M00010(0) | \hat{D}_\mu^{(1)} | 0_g^+ \rangle|^2, \quad (31a)$$

$$S_- \equiv |\langle 1M10001(\pm 1) | \hat{D}_\mu^{(1)} | 0_g^+ \rangle|^2. \quad (31b)$$

通过对转动角 θ_j 和 η 变量积分, 可得 S_+ 和 S_- , 而其余的 S_n 或与它们相比很小或等于零. 对于下文所讨论的核, 当令 $h_0 = 0$ ^[6] 时, 有

$$S_+/S_- = 1.86. \quad (32)$$

四、理论结果与讨论

IBM 参数如表 1.

表 1 IBM 参数^[6]

Isotope	N	ε_d (keV)	a_0 (keV)	a_1 (keV)	K (keV)	a_2 (keV)	a_4 (keV)	x_p	ε_p (keV)	b_0 (keV)	b_1 (keV)	b_2 (keV)	β_0
¹⁴⁸ Nd	8	548.6	26.2	1.6	20.3	22.1	53.0	-1.0	14700	400.0	0.0	650.0	0.37
¹⁵⁰ Nd	9	347.8	13.1	0.6	16.1	14.4	39.8	-1.1	14590	400.0	0.0	650.0	0.57
¹⁵² Sm	10	452.2	9.9	0.6	16.5	10.3	7.0	-1.15	14520	400.0	0.0	550.0	0.69
¹⁵⁴ Sm	11	371.0	8.0	0.5	19.6	8.4	5.7	-1.2	14460	400.0	0.0	550.0	0.91

当(13)式中 $Y'' = Y' = 0$, 此时平均场称为静态平均场, 由(14)和(17)式得 $H^{(HP)} = H^{(0)}$. 变换到内禀系后, 可得 $V(\beta, \gamma) = H^{(0)}(a_K''; 0, 0)$ 的表达式. 以上已令 $a_0'' = \beta \cos \gamma$, $a_2'' = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma$. 分析 $V(\beta, \gamma)$, 求出 V 最小时的位置 (β_0, γ_0) . 对于

^{148,150}Nd 和 ^{152,154}Sm, 结果是 $\gamma_0 = 0$ (轴对称), β_0 如表 1 所示.

当(13)式中 Y'' 和 Y' 不等于零, 此时平均场为动态平均场, 由(23)式得到 E_0^\dagger 和 E_1^\dagger , 再由(22)式可计算得到 ^{148,150}Nd 和 ^{152,154}Sm 的高激发能谱, 结果如示意图 1^[11]. 表 2 中 $E(B1, 1^-)$ 表示图 1 中 B1 带 1^- 能级的值, $E(B5, 1^-)$ 表示 B5 带 1^- 能级的值.

从图 1 知道, GDR 的集体态劈裂成两组 (分别对应于 $n_0^\dagger = 1$ 和 $n_1^\dagger = 1$); B1 和 B5、B2 和 B6 以及 B3 和 B7 分别是建立在基带、 β 带和 γ 带^[10,11]上的、由巨偶极共振激发造成的带. 从表 2 看出, GDR 的劈裂程度有 3MeV 的数量级, 能级的数量级为 15MeV, 这些都与文献[6]的实验观察是一致的.

因此, 连续变量表示的 IBM(s, p, d) 中, 物理图象清晰, 集体激发模式直接与表征集体运动的一组量 (α) 相联系. 本文把原子核的集体振动看成是稳定平衡点附近的微振动. 在低激发模式中, 文献[10]在这种近似下给出了与实验符合得相当好的理论结果; 在

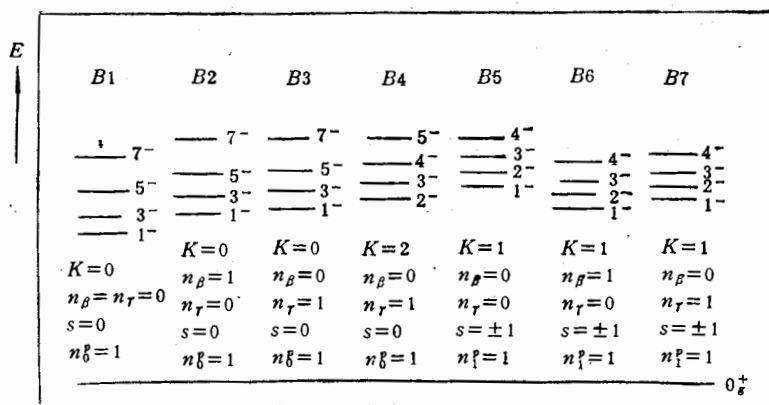


图 1 高激发能谱示意图

高激发模式中, GDR 发生劈裂, 能级的数量级为 15MeV, 劈裂程度的数量级为 3MeV, 纵向的与横向的电偶极强度之比 (S_+/S_-) 小于 2 (由式(32)).

表 2 $^{148,150}\text{Nd}$ 和 $^{152,154}\text{Sm}$ 的 $E(B1,1^-)$ 和 $E(B5,1^-)$

Isotope	^{148}Nd	^{150}Nd	^{152}Sm	^{154}Sm
$E(B1,1^-)$ (MeV)	14.06	13.14	13.11	12.94
$E(B5,1^-)$ (MeV)	15.84	16.37	16.65	17.43
$\Delta E = E(B5,1^-) - E(B1,1^-)$	1.78	3.23	3.54	4.49

文献[12]也是用 $\text{IBM}(s, p, d)$ 来分析 GDR, 但此文从动力学群出发, 考虑具有 $SU(3)$ 对称性的群链后, 得到与上述相同的结论.

代数分析的 $\text{IBM}(s, p, d)$ 和连续变量表示的 $\text{IBM}(s, p, d)$, 两者不仅给出相同的计算结果, 而且得到一致的结论. 前者为代数模型, 后者将此模型“几何化”.

附录

数值微分方法

函数

$$y = f(x), \tag{33}$$

设 $a_n, b_n, c_n, d_n, \dots (n = 0, 1, \dots)$ 分别为函数在 $x_n = x_0 + nh$ (h 为步长) 处的一阶、二阶、三阶、四阶...差分, 则由牛顿内插法

$$y_n = y_0 + na_0 + \frac{n(n-1)}{2!} b_0 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} c_0 + \dots \tag{34}$$

可以得到函数在 x_n 处的值.

设 x 位于 x_i 和 x_{i+1} 之间, 且有 $x = x_i + mh (m < 1)$, 以 m 代替(34)式中的 n , 即可得到 $f(x)$ 在 x 处的导数:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h} \frac{dy_m}{dm}; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{h^2} \frac{d^2y_m}{dm^2}; \dots \tag{35}$$

将(34)式代入到(35)式, 得

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{h} \left[a_i + (2m-1) \frac{b_i}{2!} + (3m^2 - 6m + 2) \frac{c_i}{3!} + \dots \right], \quad (36)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{h^2} \left[b_i + (m-1)c_i + (6m^2 - 18m + 11) \frac{d_i}{12} + \dots \right], \quad (37)$$

其中 a_i, b_i, c_i, d_i 分别为 $f(x)$ 在 x_i 处的一、二、三、四阶差分。

参 考 文 献

- [1] A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.*, **111**(1978) 201; *Ann. Phys.*, **123**(1979), 468.
 [2] K. Abrahams, K. Allaart and A. E. L. Dieperink, "Nuclear Structure", (Plenum Publishing Corporation, 1981) p. 53—89.
 [3] A. Bohr and B. R. Mottelson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, No. 16 (1953), 27.
 [4] Xu Gongou, Wang Shun-jin and Yang Yi, *Phys. Rev.*, **C36**(1987), 2085.
 [5] R. F. Casten and D. D. Warner, *Rev. Mod. Phys.*, **60**(1988), 389.
 [6] G. Maino et al., *Phys. Rev.*, **C30**(1984), 2101.
 [7] G. Maino et al., *Phys. Rev.*, **C33**(1986), 1069.
 [8] Fu Deji and Xia Kedin, *Nucl. Phys.*, **A419**(2) (1984), 381.
 [9] Xu Gongou and Yang Yi, *Phys. Rev.*, **C41**(1990), 1257.
 [10] 梁世东(1990)、戴子高(1990)、哈益明(1989)各自的“硕士学位论文”(上海原子核研究所).
 [11] W. Creiner et al., "Nuclear Models" (London, 1970), p. 127—167, p. 331—285.
 [12] D. Bonatsos, "Interacting Boson Model of Nuclear Structure" (Clarendon Press Oxford, 1988), p. 164—171.
 [13] E. Winger, *Phys. Rev.*, **40**(1932), 749.
 [14] Xu Gong-ou, Li Fu-li and Fu De-ji, Microscopic. Aspects of the Bohr-Mottelson Model. (accepted by Physical Review C, to be published.)

The Solution of the Interacting SPD Boson Model with Continuous Variables Representation on Giant Dipole Resonances

DAI ZIGAO FU DEJI

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai 201800)

LIANG SHIDONG

(Foshan University, 528000)

XU GONGOU

(Nanjing University, 210008 and Lanzhou University, 730001)

ABSTRACT

By using the Generator Coordinate Method (GCM), the continuous variables representation of IBM (s, p, d) has been derived and discussed in this paper. The calculated splitting of giant dipole resonances (GDR) is close to 3MeV in deformed nuclei. The ratio of dipole strengths to the longitudinal and transverse components is less than 2.