

中重核基态 α 转移率的理论研究

任 中 洲

(南京大学物理系, 210008)

徐 躬 耦

(南京大学物理系, 210008) (兰州大学现代物理系, 730001)

摘 要

本文利用简化的 $j-j$ 耦合双能级成对力模型, 得到了中重核基态 α 转移率的解析表达式. 结果表明, 类似于对转移, 单个不成对核子对 α 转移有阻塞效应, 这与已有的实验事实一致.

一、引 言

轻核内存在 α 结团效应, 已经得到公认. 已有证据表明, 中重核内也有 α 结团效应, 它主要发生在中重核表面区域.

在中重核内 α 结团效应的实验研究中, α 转移反应是一种重要的途径. Becchetti et al.^[1] 已对中重核 α 转移反应进行了系统的实验研究, 发现中重核基态 α 转移反应率对闭壳核小, 对开壳核大; 并且由于单个不成对中子存在, 会对 α 转移率产生阻塞效应^[2].

作者在过去单能级工作^[3]的基础上, 考虑一个 $j-j$ 耦合的双能级成对力模型, 假定中重核基态的 α 结团效应主要是由于关联核子对的跨壳激发成分所造成, 得到了 α 转移率的解析表达式, 解释了上述实验事实. 我们的假定和中重核基态结合能的数据分析结果^[4]一致.

二、约化 α 转移率的解析结果及讨论

考虑一个 $j-j$ 耦合的双能级成对力模型, 我们用上能级模拟价中子所处的大壳, 用下能级模拟价质子所处的大壳, 模型哈密顿量为:

$$H = H_0(+)+H_0(-)+H_1(+,-), \quad (1)$$

其中

$$H_0(\pm) = \pm \epsilon N_F(\pm) - \lambda_0 \sum_{\nu=0, \pm 1} B_{\nu}^{\dagger}(\pm) B_{\nu}(\pm), \quad (2)$$

$$H_1(\pm) = -\lambda_1 \sum_{\nu=0, \pm 1} B_\nu^+(\pm) B_\nu(-) + h.c. \quad (3)$$

式中

$\pm \varepsilon$ 分别代表上, 下能级的单粒子能量; λ_0 代表同一能级间的对作用强度, λ_1 代表上、下能级间的对作用强度, $h.c.$ 表示厄密共轭.

$$N_F(\pm) = \sum_{m, m_i} a_{m, m_i}^+(\pm) a_{m, m_i}(\pm), \quad (4)$$

$$B_\nu^+(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}} [a^+(\pm) a^+(\pm)]_{M=0}^{J=0} \quad T=1, M_T=\nu, \quad (5)$$

$$B_\nu(\pm) = (B_\nu^+(\pm))^+, \quad (6)$$

分别代表上, 下能级的粒子数算子, 产生一对 $J=0, M=0, T=1, M_T=\nu$ 的粒子和消灭一对 $J=0, M=0, T=1, M_T=\nu$ 的粒子.

一般而言, 大壳间隔 2ε 远大于对作用强度 λ_0 和 λ_1 , 所以我们将

$$H_0 = H_0(+) + H_0(-)$$

做为非微扰哈密顿量, 把 $H_1(+, -)$ 作为微扰处理. 这个模型虽然过于简化, 但由于可得到 α 转移率的解析结果, 故有助于理解 α 结团效应的机制和奇数核子对 α 转移率的影响.

零级近似下, 价质子和价中子处在不同能级, 基态能量为

$$E_0^{(0)}(Z, N) = - (2\varepsilon Q_1 + 3\lambda_0) + \varepsilon N_2 - \lambda_0 \frac{N_2}{2} \left(1 - \frac{N_2 - 2}{Q_2}\right) \\ + \left(\varepsilon + \frac{3\lambda_0}{Q_1}\right) Z_h - \lambda_0 \frac{Z_h}{2} \left(1 - \frac{Z_h - 2}{Q_1}\right) \\ + \begin{cases} 0, & \text{偶偶核} \\ \frac{\lambda_0}{2} \left(1 + \frac{1}{Q_2}\right), & \text{偶 } Z \text{ 奇 } N \text{ 核} \\ \frac{\lambda_0}{2} \left(1 + \frac{1}{Q_1}\right), & \text{奇 } Z \text{ 偶 } N \text{ 核} \\ \frac{\lambda_0}{2} \left(1 + \frac{1}{Q_1}\right) + \frac{\lambda_0}{2} \left(1 + \frac{1}{Q_2}\right), & \text{奇奇核} \end{cases} \quad (7)$$

相应状态为:

$$|\Psi_0^{(0)}(Z, N)\rangle = \begin{cases} (B_1^+(+))^{N_2/2} (B_{-1}(-))^{Z_h/2} |\varphi_0\rangle, & \text{偶偶核} \\ (B_1^+(+))^{(N_2-1)/2} (B_{-1}(-))^{Z_h/2} a_{m, \frac{1}{2}}^+(+) |\varphi_0\rangle, & \text{偶 } Z \text{ 奇 } N \text{ 核} \\ (B_1^+(+))^{N_2/2} (B_{-1}(-))^{(Z_h-1)/2} a_{m, -\frac{1}{2}}(-) |\varphi_0\rangle, & \text{偶 } N \text{ 奇 } Z \text{ 核} \\ (B_1^+(+))^{(N_2-1)/2} (B_{-1}(-))^{(Z_h-1)/2} a_{m, \frac{1}{2}}^+(+) a_{m', -\frac{1}{2}}(-) |\varphi_0\rangle, & \text{奇奇核} \end{cases} \quad (8)$$

式中 $|\varphi_0\rangle$ 是下能级完全填满, 上能级完全空着的状态.

$$N_2 = N - Q, \quad (9)$$

$$Z_h = Q_1 - Z, \quad (10)$$

分别表示上能级价中子数和下能级质子空穴数, \mathcal{Q}_1 和 \mathcal{Q}_2 是下能级和上能级的简并度, $\mathcal{Q}_1 = 2j_1 + 1$, $\mathcal{Q}_2 = 2j_2 + 1$.

α 结团的产生, 消灭算子定义为:

$$C^+(\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}} [B^+(\pm)B^+(\pm)]^{J=0 T=0}, \quad (11)$$

$$C(\pm) = (C^+(\pm))^+, \quad (12)$$

它对空间和自旋坐标具有最高的置换对称性.

在零级近似下, 由于质子和中子处于不同大壳, 无 α 结团效应.

现在考虑在一级近似下, 波函数中将混有 $2p2h$ 组态, 此时会出现 α 结团效应. 下能级含有一个 α 结团空穴的波函数为:

$$\begin{aligned} |\Psi_\alpha^{(0)}(Z, N)\rangle &= (B_1^+(+))^{(N_1+2-\nu_2)/2} C(-) (B_{-1}(-))^{(Z_h-2-\nu_1)/2} \\ &\quad \times (a_{m, \frac{1}{2}}^+(+))^{\nu_2} (a_{m', -\frac{1}{2}}(-))^{\nu_1} |\varphi_0\rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{相应 } E_\alpha^{(0)}(Z, N) = E_1^{(0)}(Z-2, N+2) - \frac{2(Z_h+1)}{\mathcal{Q}_1} \lambda_0, \quad (14)$$

上能级含一个 α 结团的态的波函数为

$$\begin{aligned} |\Psi_\alpha^{(0)}(Z, N)\rangle &= C^+(+) (B_1^+(+))^{(N_1-2-\nu_2)/2} (B_{-1}(-))^{(Z_h+2-\nu_1)/2} \\ &\quad \times (a_{m, \frac{1}{2}}^+(+))^{\nu_2} (a_{m', -\frac{1}{2}}(-))^{\nu_1} |\varphi_0\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{相应 } E_\alpha^{(0)}(Z, N) = E_0^{(0)}(Z-2, N+2) - \frac{2(N_2+1)}{\mathcal{Q}_2} \lambda_0, \quad (16)$$

这里 $\nu_{1,2} = 0, 1$ 分别表示上能级不成对中子, 下能级不成对质子的个数.

所以, 一级近似下, 基态混有一个 α 结团或一个 α 结团空穴组态的成分分别用 $C_\alpha^{(1)}(Z, N)$ 和 $C_\alpha^{(2)}(Z, N)$ 表示.

$$\begin{aligned} C_\alpha^{(1)}(Z, N) &= \frac{1}{E_\alpha^{(0)}(Z, N) - E_0^{(0)}(Z, N)} \\ &\quad \cdot \frac{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | H_1 | \Psi_0^{(0)}(Z, N) \rangle}{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}} \langle \Psi_0^{(0)}(Z, N) | \Psi_0^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} C_\alpha^{(2)}(Z, N) &= \frac{1}{E_\alpha^{(0)}(Z, N) - E_0^{(0)}(Z, N)} \\ &\quad \cdot \frac{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | H_1 | \Psi_0^{(0)}(Z, N) \rangle}{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}} \langle \Psi_0^{(0)}(Z, N) | \Psi_0^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}}}, \end{aligned} \quad (18)$$

所以约化 α 转移率为:

$$\begin{aligned} &B^{(1)}(Z, N \rightarrow Z-2, N-2) = B^{(1)}(Z-2, N-2 \rightarrow Z, N) \\ &= \left| C_\alpha^{(1)}(Z, N) \frac{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | C^+(+) | \Psi_0^{(0)}(Z-2, N-2) \rangle}{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}} \langle \Psi_0^{(0)}(Z-2, N-2) | \Psi_0^{(0)}(Z-2, N-2) \rangle^{\frac{1}{2}}} \right. \\ &\quad \left. + C_\alpha^{(2)}(Z-2, N-2) \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z, N) | C^+(-) | \Psi_\alpha^{(0)}(Z-2, N-2) \rangle}{\langle \Psi_0^{(0)}(Z, N) | \Psi_0^{(0)}(Z, N) \rangle^{\frac{1}{2}} \langle \Psi_\alpha^{(0)}(Z-2, N-2) | \Psi_\alpha^{(0)}(Z-2, N-2) \rangle^{\frac{1}{2}}} \right|^2 \end{aligned} \quad (19)$$

化简得

$$B^{(1)}(Z, N \rightarrow Z-2, N-2) = K \cdot \begin{cases} \frac{N_2}{2} \left(1 - \frac{N_2-2}{Q_2}\right) \frac{Z_h+2}{2} \left(1 - \frac{Z_h}{Q_1}\right), & \text{偶偶核} \\ \frac{N_2-1}{2} \left(1 - \frac{N_2-1}{Q_2}\right) \frac{Z_h+2}{2} \left(1 - \frac{Z_h}{Q_1}\right), & \text{偶}Z \text{ 奇}N \text{ 核} \\ \frac{N_2}{2} \left(1 - \frac{N_2-2}{Q_2}\right) \frac{Z_h+1}{2} \left(1 - \frac{Z_h+1}{Q_1}\right), & \text{奇}Z \text{ 偶}N \text{ 核} \\ \frac{N_2-1}{2} \left(1 - \frac{N_2-1}{Q_2}\right) \frac{Z_h+1}{2} \left(1 - \frac{Z_h+1}{Q_1}\right), & \text{奇奇核} \end{cases} \quad (20)$$

约化 α 转移率的大小正比于因子 K :

$$K = \frac{2}{3} \lambda_1^2 \left(\frac{1+Q_2^{-1}}{\Delta E_2} + \frac{1+Q_1^{-1}}{\Delta E_1} \right)^2, \quad (21)$$

上式中

$$\Delta E_2 = 4\varepsilon - 2\lambda_0 + \frac{2(Z_h+3)}{Q_1} \lambda_0 - \frac{2\lambda_0}{Q_2}, \quad (22)$$

$$\Delta E_1 = 4\varepsilon - 2\lambda_0 + \frac{2(N_2-2)}{Q_2} \lambda_0 + \frac{4\lambda_0}{Q_1}. \quad (23)$$

由于跨壳激发对作用强度 λ_1 增加, 同一能级间对作用强度 λ_0 增加, 两能级间隔 2ε 减小, 会使 K 增大, 可导致 α 转移率的增加。

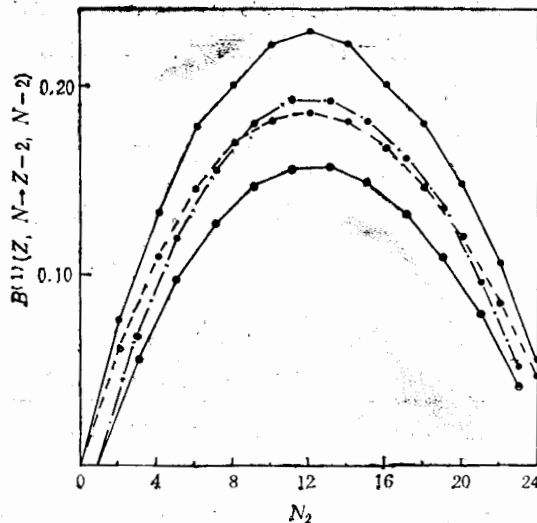


图1 对应于 $Z=12$ 和 11 , $B^{(1)}(Z, N \rightarrow Z-2, N-2)$ 随 N_2 的变化情况。

NZ , — ee, ---- e0, — • o0, — 00

此外, 对偶偶核, α 转移率最大。由于单个不成对核子存在, 会对 α 转移产生阻塞效应, 使 α 转移率减小。价核子数少, α 转移率小; 价核子数多, α 转移率大。

上述理论结果与 *Becchetti et al.*^[1,2] 的实验结论完全一致。

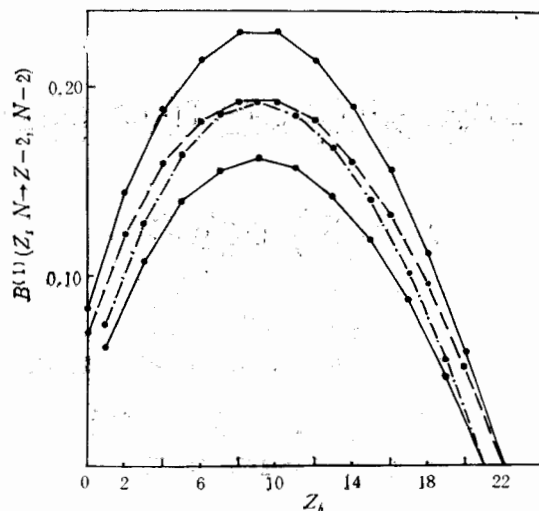


图 2 对应于 $N = N_2 + Q_2 = 34$ 和 35 , $B^{(1)}(Z_i, N \rightarrow Z_i - 2, N - 2)$ 随 Z_h 的变化情况。
 NZ , — ee, ---- 0e, - · e0, — 00

数值结果如图 1 和图 2 所示, 图中的结果是在 $\varepsilon = 3.5\text{MeV}$, $\lambda_0 = 2.0\text{MeV}$, $\lambda_1 = 1.0\text{MeV}$, $Q_2 = 2j_2 + 1 = 24$, $Q_1 = 2j_1 + 1 = 22$ 下得到的。

参 考 文 献

- [1] F. D. Becchetti et al., *Phys. Rev. Lett.*, **34**(1975), 225.
- [2] F. D. Becchetti et al., *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 268.
- [3] 任中洲、徐躬耦, 高能物理与核物理, **12**(1988), 116.
- [4] Ren Zhongzhou, Xu Gongou, *Phys. Rev.*, **C38**(1988), 1078.

Theoretical Researches on α -transfer Rates of Ground States in Medium and Heavy Nuclei

REN ZHONGZHOU

(Department of Physics, Nanjing University, 210008)

XU GONGOU

(Department of Physics, Nanjing University, 210008)

(Department of Modern Physics, Lanzhou University, 730001)

ABSTRACT

The α -transfer rates of ground states in medium and heavy nuclei are obtained analytically in a two-level pairing force model of j-j scheme. It is concluded that, like the pair-transfer, there is a blocking effect in α -transfer reactions because of the single and unpaired nucleon. This is accordance with the experimental facts.