第 15 卷 第11期　　高能物理与核物理　　Vol. 15, No. 11
1991 年 11 月　　HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS　　Nov., 1991

康奈尔势模型中的强子矩阵元

刘 纯　　邢志忠
（中国科学院高能物理研究所，北京 100039）

摘　　要

本文用康奈尔势模型计算了赝标介子的衰变常数和 $D^0-\bar{D}^0$ 系统、$B^0-\bar{B}^0$ 系统中的 B 参数.

强子矩阵元对于 CP 破坏的大小起很重要的作用，但是从 QCD 严格计算强子矩阵元是一个尚未解决的非微扰问题. 目前人们都用一些唯象的模型[1]来计算强子矩阵元，如谐振子模型，袋模型，手征对称，QCD 求和规则和格点规范理论等等. 谐振子模型[2]是一种势模型，但是这种势不是现实的. 本文采用一种以 QCD 为基础的康奈尔势模型[3]来计算赝标介子的衰变常数和 $D^0-\bar{D}^0$，$B^0-\bar{B}^0$ 系统的 B 参数等各种强子矩阵元. 康奈尔势（包括其它的这一类势）正确地描述了重夸克偶素（$c\bar{c}$，$b\bar{b}$ 系统等）的能谱，其结果与目前的实验测得的能谱符合的相当好. 因此，尝试用康奈尔势去描写其它含重夸克的介子系统是有重要意义的，这可以帮助我们探索重介子内部夸克之间的相互作用. 显然，康奈尔势不可能很好地描述 K 介子；但对 D，D_s，B 介子会好些；对 $B_c^\pm$ 介子结果可能更好，因为 $B_c^\pm$ 内的 b，c 夸克都很重.

下面我们先用康奈尔势计算衰变常数，然后再计算 B 参数.

一、衰变常数的计算

我们知道，赝标介子 M 的衰变常数 F_M 定义于强子矩阵元式(1)中

$$\langle 0|\bar{q}'\gamma_\nu(1+\gamma_5)q|M(\boldsymbol{k})\rangle = iF_M K_\nu. \tag{1}$$

设 M 介子中的二夸克系统的质心动量 $\boldsymbol{k}=0$，则

$$|M\rangle = (2\pi)^{3/2}(2m_M)^{1/2}/\sqrt{6}\int d\boldsymbol{p}\,c(\boldsymbol{p})[\bar{q}'^{+}_{\uparrow}(\boldsymbol{p})q^{+}_{\downarrow}(-\boldsymbol{p})-\bar{q}'^{+}_{\downarrow}(\boldsymbol{p})q^{+}_{\uparrow}(-\boldsymbol{p})]|0\rangle. \tag{2}$$

其中 $c(\boldsymbol{p})$ 是夸克的动量分布函数，$\bar{q}'^{+}_{\uparrow}(\boldsymbol{p})$ 是产生一个动量为 $\boldsymbol{p}$，自旋向上（↑）的反 q′ 夸克的算符，$q^{+}_{\downarrow}(\boldsymbol{p})$ 是产生一个动量为 $\boldsymbol{p}$，自旋向下（↓）的 q 夸克的算符，m_M 为介子质量. 式(2)中出现的因子 $(2\pi)^{3/2}\cdot(2m_M)^{1/2}$ 来源于介子波函数归一化的要求.

夸克场取为

$$q(x) = (2\pi)^{-3/2}\sum_{i=1}^{2}\int d\boldsymbol{p}[e^{-ipx}\bar{q}_i^{+}(\boldsymbol{p})v_i(\boldsymbol{p})+e^{ipx}q_i(\boldsymbol{p})u_i(\boldsymbol{p})]. \tag{3}$$

本文 1991 年 2 月 1 日收到.

其中

$$u(\boldsymbol{p})=\left(\frac{E+m}{2E}\right)^{1/2}\begin{pmatrix}\chi\\ \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{E+m}\chi\end{pmatrix}, \tag{4a}$$

$$v(\boldsymbol{p})=\left(\frac{E+m}{2E}\right)^{1/2}\begin{pmatrix}\frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{p}}{E+m}\sigma_2\chi\\ \sigma_2\chi\end{pmatrix}. \tag{4b}$$

$v(\boldsymbol{p})$ 如此选取是为了使反夸克的自旋取向与夸克一致，也即当 χ_1 和 χ_2 分别代表夸克自旋向上和向下时，$i\sigma_2\chi_1$ 和 $i\sigma_2\chi_2$ 分别代表反夸克的自旋向上和向下。

将式(2)和式(3)代入式(1)，考虑到色因子，取非相对论近似[2]，即式(4)中的 $\boldsymbol{p}=0$，我们得到

$$F_{\text{M非相对论}}=2\sqrt{3}(2\pi)^{-3/2}m_{\text{M}}^{-\frac{1}{2}}\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\,c(\boldsymbol{p}). \tag{5}$$

然后按文献[2]的方法对之进行相对论修正，即把计算式(1)时要出现的 $\boldsymbol{p}^2$ 代换成其平均值 $\langle\boldsymbol{p}^2\rangle$：

$$\langle\boldsymbol{p}^2\rangle=\int \mathrm{d}\boldsymbol{p}\,\boldsymbol{p}^2c^2(\boldsymbol{p}). \tag{6}$$

我们得到相对论修正：

$$F_{\text{M}}=R\cdot F_{\text{M非相对论}}, \tag{7a}$$

其中

$$R=\left[\frac{(E_{\text{q}}+m_{\text{q}})(E_{\text{q}'}+m_{\text{q}'})}{4E_{\text{q}}E_{\text{q}'}}\right]^{1/2}\cdot\left[1-\frac{\langle\boldsymbol{p}^2\rangle}{(E_{\text{q}}+m_{\text{q}})\cdot(E_{\text{q}'}+m_{\text{q}'})}\right], \tag{7b}$$

$$E_{\text{q}}=(m_{\text{q}}^2+\langle\boldsymbol{p}^2\rangle)^{\frac{1}{2}}.$$

在用薛定格方程计算 $c(\boldsymbol{p})$ 函数时，我们采用康奈尔势模型[3]：

$$V(r)=kr-\frac{\beta}{r}, \tag{8}$$

其中 $k=0.186\text{GeV}^2$，$\beta=0.52$，且夸克质量：

$$m_{\text{u}}=0.335\text{GeV},\ m_{\text{d}}=0.335\text{GeV},\ m_{\text{s}}=0.45\text{GeV},$$

$$m_{\text{c}}=1.84\text{GeV},\ m_{\text{b}}=5.17\text{GeV}.$$

另外，我们取介子质量[5]：

$$m_{\text{K}^0}\approx m_{\text{K}^\pm}=0.496\text{GeV},\ m_{\text{D}^0}\approx m_{\text{D}^\pm}=1.87\text{GeV},$$

$$m_{\text{D}_s}=1.97\text{GeV},\ m_{\text{B}_d^0}\approx m_{\text{B}_u^\pm}=5.28\text{GeV},\ m_{\text{B}_s^0}=5.4\text{GeV}$$

$$m_{\text{B}_c^\pm}=7.0\text{GeV}.$$

在进行数值运算时，我们用如下形式的函数来拟合：

$$c(\boldsymbol{p})=N\mathrm{e}^{-\alpha p-\beta p^2}, \tag{9}$$

其中 N 为归一化常数，对于不同的介子，α 和 β 有不同的值。因此我们可以得到各种赝标介子的衰变常数 F_M 的值，见表 1 。

表 1　衰变常数和拟合参数

	K	D	D_s	B	B_s	B_c
$\alpha(\mathrm{GeV}^{-1})$	0.15	0.18	0.10	0.10	0.09	0.13
$\beta(\mathrm{GeV}^{-2})$	4.50	3.20	3.30	3.38	2.60	0.94
$F_{M非相对论}(\mathrm{GeV})$	0.392	0.258	0.249	0.150	0.180	0.330
$F_M(\mathrm{GeV})$	0.273	0.226	0.225	0.130	0.159	0.268

二、B 参数的计算

在 K^0-$\bar{K}^0$, D^0-$\bar{D}^0$ 和 B^0-$\bar{B}^0$ 系统中，强子矩阵元

$$\langle \bar{M}^0|\bar{q}'\gamma_\nu(1+\gamma_5)q\bar{q}'\gamma_\nu(1+\gamma_5)q|M^0\rangle = \frac{8}{3}F_M^2 m_M^2 B_M. \tag{10}$$

式(10)中要出现参数 B_M. 这个参数对决定 $M^0-\bar{M}^0$ 系统中的 CP 破坏的大小起很重要的作用，而且不能从实验中测量，因此从康奈尔势模型来计算 B 参数是很有意义的. 但是正如文献[1]中所指出的，如果将我们计算得的 F_M 代入式(10)，则 B_M 恒为 1 . 因此，为了得到有意义的 B 参数值，我们选取 F_M 为

$F_K = 0.166\mathrm{GeV}$ (实验值), $F_D = 0.17\mathrm{GeV}$, $F_{B_d} = 0.18\mathrm{GeV}$,

$F_{B_s} = 0.20\mathrm{GeV}$,

其中 F_K 为实验值, F_D、F_{B_d} 和 F_{B_s} 是用 QCD 求和规则算出的[6]，也恰好是其它各种模型[4]的平均值.

类似于对衰变常数的计算，我们得到

$$B_{M非相对论} = 12F_M^{-2}m_M^{-1}(2\pi)^{-3}\left[\int d\boldsymbol{p}c(\boldsymbol{p})\right]^2, \tag{11}$$

相对论修正后:

$$B_M = R^2 B_{M非相对论}. \tag{12}$$

数值结果列于表 2 .

表 2　B 参数

B 参数	K^0	D^0	B_d^0	B_s^0
$B_{M非相对论}$	5.58	2.30	0.69	0.81
B_M	2.70	1.76	0.52	0.63

从表 1 中，我们看到，从康奈尔势模型得到的 K 介子衰变常数 F_K 与其实验值 166MeV 相差 60% 左右，这是因为康奈尔势适用于描述重夸克系统，而不适用于描述轻夸克系统. 对于由一重一轻夸克构成的介子 D、B_d 和 B_s 的 F_M，算得的结果应该好一些. 事实上，我们算出的 F_D 和 F_{B_d} 与从 QCD 求和规则算出的结果相差 30%，F_{B_s} 相差 20%. 对 $B_c^\pm$ 介子，其衰变常数 $F_{B_c^\pm} \approx 0.27\mathrm{GeV}$ 应该是很准确的结果.

对于表 2 中的 B 参数，我们以同样的理由认为 B_K 与真实值偏离很大，而 B_D、B_{B_d} 和 B_{B_s} 偏离真实值较小.

附注：在完成本文后，我们看到了文献[7]，其中也用了以 QCD 为基础的势模型计算了各种赝标介子的衰变常数．数值上，他们的结果比我们的大，这是因为他们选取的模型参数与我们不同． 文献[7]中也没有计算B参数．

作者感谢杜东生教授的指导和郭新恒博士的有益讨论．

参 考 文 献

[1] E. A. Paschos and U. Turke, *Phys. Rep.*, **178**(1989), 145.
[2] P. Colic et al., *Nucl. Phys.*, **B221**(1983), 141.
[3] E. Eichten et al., *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 203.
[4] Ref. [1] and the references cited therein.
[5] Review of Particle Properties, *Phys. Lett.*, **B239**(1990).
[6] S. Narison, *Phys. Lett.*, **B198**(1987), 104.
[7] S. Capstick and S. Godfrey, *Phys. Rev.*, **D41**(1990), 2856.

Hadronic Matrix Elements in the Cornell Potential Model

LIU CHUN XING ZHIZHONG
(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing* 100039)

ABSTRACT

Using the relativized Cornell potential model and with some relativistic correction, we calculate the decay constants of pseudoscalar mesons and the B parameters of D^0-$\bar{D}^0$ and B^0-$\bar{B}^0$ systems.