

# 测定 $J/\psi$ 辐射衰变产物自旋宇称 方法的灵敏区研究

严 武 光

(中国科学院高能物理研究所,北京)

## 摘 要

当  $J/\psi$  辐射衰变产物  $X$  是两个赝标介子的束缚态时,螺旋性振幅理论给出了它的角分布  $W_J$ . 我们注意到,用这个角分布来确定  $X$  的自旋宇称存在着不灵敏区. 本文对不灵敏区问题作了进一步研究. 结果表明: 1) 确实存在着不灵敏区; 2)  $\theta(1720)$  的自旋宇称是  $2^{++}$  还是  $0^{++}$  尚不能最后肯定; 3) 窄峰  $\xi(2230)$  如果存在的话,可以排除其自旋宇称是  $0^{++}$  的可能性.

文献[1—3]介绍了当  $J/\psi$  辐射衰变产物  $X$  是两个赝标介子的束缚态时,利用产生角和衰变角的角分布来测定自旋宇称的实验方法. 文献[1]还指出,在某些情况下这个方法并不能区分自旋宇称为  $0^{++}$ ,  $2^{++}$  和  $4^{++}$  的不同假设. 例如一组自旋宇称为  $2^{++}$  和参量值为 1 的 100 个蒙特卡罗事例,分析结果是  $2^{++}$  和  $4^{++}$  分不清.  $DM2^{[4]}$  的数据对  $\theta(1720)$  的自旋是  $2^{++}$  还是  $0^{++}$  也分不开. 为此本文对这个方法的灵敏区问题作进一步的研究,是文献[1]的继续.

## 一、不同自旋宇称的角分布

当  $J/\psi$  的辐射衰变产物  $X$  是两个赝标介子的束缚态时,它的电荷共轭宇称  $C$  和宇称  $P$  都必须为正,自旋只能是偶数,即  $J^{PC} = 0^{++}, 2^{++}, 4^{++}, \dots$ . 对于三个最低自旋态的角分布,等效作用计算<sup>[2]</sup>和螺旋性振幅计算给出了类似的结果. 为方便起见,我们采用了后者<sup>[3]</sup>.

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{N}{N_J(C)} W_{J(\Omega, C)} \quad (1)$$

$$N_J(C) = \int W_{J(\Omega, C)} d\Omega \quad (2)$$

式中  $W_{J(\Omega, C)}$  是自旋宇称为  $J^{PC}$  的衰变产物  $X$  的角分布,  $N_J(C)$  是归一化因子,  $N$  是总计数.  $\Omega$  是空间角.  $C$  是一组四个参量,它们的物理意义是相对的螺旋性振幅和位相(前者较为重要,后者可以忽略).

为了对实验数据和理论预言的角分布进行比较,可以不断改变理论预言角分布中的参量  $C$ ,找到  $C = C_0$  时两者最为接近. 对于几个不同自旋宇称的假设,再比较哪个拟合得最好.  $C$  的可调性,也给自旋宇称的确定带来一些麻烦,在  $C$  取某值时自旋宇称的角分布有可能和  $C$  取另一些值时很相近似而分不清,这就是不灵敏区的实质.

## 二、不灵敏区范围的 $\chi^2$ 检验

为了检验自旋宇称为  $0^{++}$ ,  $2^{++}$  或  $4^{++}$  的角分布在哪些范围内不能互相区分,我们按下式定义了  $\chi^2$  检验:

$$\chi^2 = \frac{1}{(n-4)} \sum_{i=1}^n \frac{[N_i - F_{ii}]^2}{N_i} \quad (3)$$

$$N_i = \frac{N}{N_{SP}(D)} \int_{\Omega_i} W_{SP}(\Omega, D) d\Omega \quad (4)$$

$$F_{ii} = \frac{N}{N_J(C)} \int_{\Omega_i} W_J(\Omega, C) d\Omega \quad (5)$$

基本想法是对一个已知自旋宇称  $SP$  和参量  $D$  的角分布  $W_{SP}(\Omega, D)$  用另一个不同自旋宇称  $J$  和参量  $C$  的角分布  $W_J(\Omega, C)$  去拟合. 为此目的,把空间角  $\Omega$  分割成若干  $\Omega_i (i=1, 2, \dots, n)$ .  $N_i = N_i(N, SP, D)$  的物理意义是一组已知自旋宇称为  $SP$ , 螺旋性振幅为  $D$  的束缚态的  $N$  个事例在  $\Omega_i$  空间内出现的事例数.  $F_{ii} = F_{ii}(N, J, C)$  的物理意义则是假设束缚态的自旋宇称为  $J$ , 螺旋性振幅为  $C$  和总事例数为  $N$  时,在  $\Omega_i$  内的预期事例数. 分割  $\Omega_i$  时要求  $N_i \geq 6$ , 计算出相应的  $N_i$  和  $F_{ii}$ . 很明显,  $\chi^2 = \chi^2(N, SP, D, J, C)$ . 当  $SP, D$  和  $N$  被确定以后,对某假设的  $J$  值,  $\chi^2 = \chi^2(C)$ . 拟合意味着改变  $C$ , 找到  $\chi_{\min}^2 = \chi^2(C_0)$ . 当  $\chi_{\min}^2 < 1.0$  时,说明  $W_{SP}(\Omega, D)$  和  $W_J(\Omega, C_0)$  很接近,无法区分.  $\chi_{\min}^2 > 1.0$  时,  $SP$  和  $J$  不会被混淆,  $\chi_{\min}^2$  越大,两者越易区分.

(1) 式给出的角分布有以下特点: A) 沿  $\cos\theta$  (衰变角) 方向有较多的起伏, 并和自旋宇称关系密切, 而受  $4\pi$  型探测器结构和性能的影响较均匀, 因此给出最主要的信息; B) 沿产生角  $\cos\theta_r$  方向的投影为  $1 + A\cos^2\theta_r$ , 不同自旋宇称和螺旋性振幅给出不同的  $A$  值, 但差别不大; C) 沿衰变面和产生面之间的夹角  $\varphi$  方向的起伏主要是由探测器结构引起的, 与自旋宇称关系不大, 可以忽略. 鉴于以上情况, 在计算  $N_i$  和  $F_{ii}$  时, 先把  $\Omega$  沿  $|\cos\theta_r|$  方向划成四等分条, 再沿  $|\cos\theta|$  方向切成 40 个等分小块, 然后沿  $|\cos\theta|$  方向逐步合并成一些大块, 使得在每个  $\Omega_i$  内  $N_i \geq 6.0$ . 沿  $\varphi$  方向的信息没有利用.

对每一组给定的  $N, SP$  和  $J$ , 令  $D_3 = D_4 = 0.0$ , 取  $D_1, D_2$  的一对值, 算出  $N_i$  和  $F_{ii}(C)$ , 然后再变化  $C$  去拟合  $\chi^2$ , 求得  $\chi_{\min}^2$ . 顺序在  $+4.0$  到  $-4.0$  范围内改变  $D_1, D_2$  值, 得到相应的  $\chi_{\min}^2(D_1, D_2)$  分布, 在图 1-4 上用等高线标出. 图 1-4 每图包括四个小图 a), b), c) 和 d), 分别对应于  $N = 100, 240, 480$  和  $1000$ . 纵轴是  $D_1$ , 横轴是  $D_2$ . 等高线上的数字表明  $\chi_{\min}^2$  值. 斜线区域代表  $\chi_{\min}^2 < 1.0$ , 也就是不灵敏区. 在这个区域内  $SP$  和  $J$  分不开.  $\chi_{\min}^2 > 1.0$  越大, 则  $SP$  和  $J$  越不易混淆.

在(3)式中,  $N_i$  和  $F_{ii}$  都和  $N$  成正比.  $n$  也随  $N$  的增大而增大, 但要缓慢得多. 由

此可见,  $\chi^2_{\min}$  随着  $N$  的增大而上升, 因而  $\chi^2_{\min} < 1.0$  的不灵敏区逐渐减小而灵敏度增强, 这点在图 1—4 中可以清楚地看到。

### 三、结果和讨论

1) 对  $SP = 0^{++}$  的角分布  $W_0$  用  $J = 2^{++}$  或  $4^{++}$  去拟合, 结果列于表 1。显然, 即使事例数大到  $N = 1000$  和  $2000$  时, 还无法把  $0^{++}$  和  $2^{++}$  的  $C_1 \approx 1.0, C_2 \approx 1.6, C_3 \approx C_4 \approx 0, \pi, 2\pi$  的情况区分开。对  $SP = 0^{++}$  和  $J = 4^{++}$  的区分要容易得多, 到  $N \geq 240$  以后完全可以分开。

2) 对  $SP = 2^{++}$  或  $4^{++}$  的角分布  $W_2$  或  $W_4$  用  $J = 0^{++}$  的  $W_0$  去计算  $\chi^2$ , 得到的等高线分别画在图 1, 图 2 上。从图 1 可以看到, 对  $SP = 2^{++}, J = 0^{++}$ , 在  $|D_1| \approx |D_2| > 1.0$  的对角线附近有  $\chi^2 < 1.0$  的不灵敏区低谷, 随着  $N$  的增大, 这个不灵敏区在减小。谷底最佳处在  $|D_1| \approx 1.0, |D_2| \approx 1.6$  处, 与表 1 一致。图 2 表明, 对  $SP = 4^{++}, J = 0^{++}$  的情况要好得多, 当  $N \approx 100$  时虽有一个不大的不灵敏区, 但统计提高以后就不成问题了。

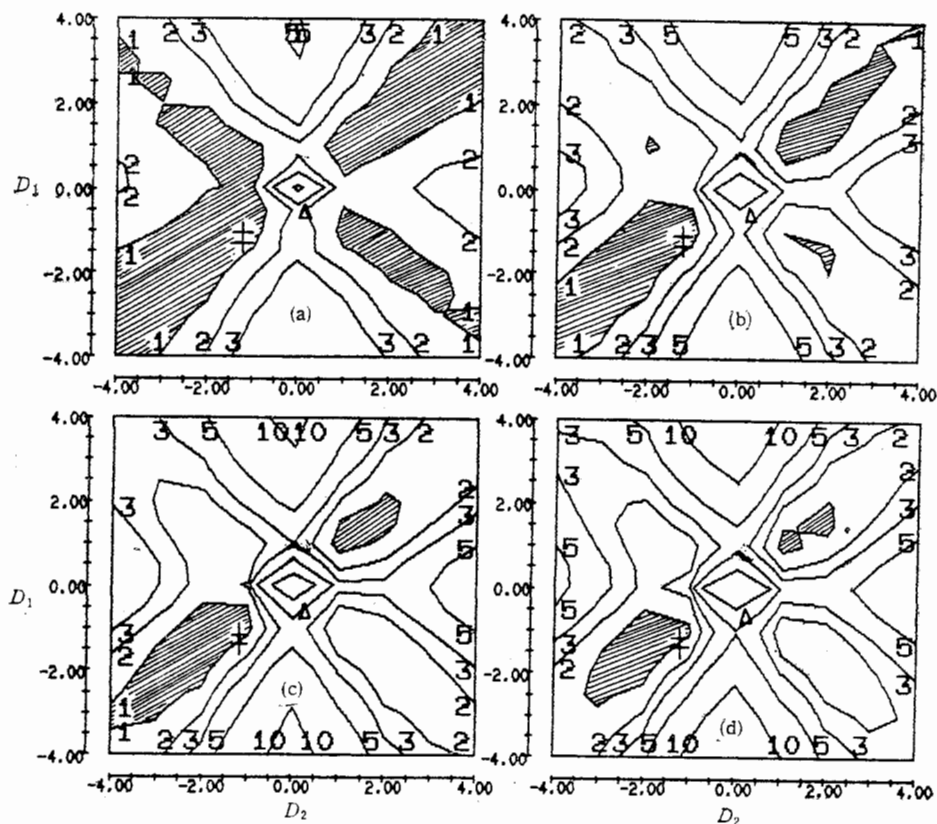


图 1 自旋为  $2^{++}$  的角分布  $W_2$  被自旋是  $0^{++}$  的角分布  $W_0$  拟合的结果  $\chi^2_{\min}(D_1, D_2)$

表1 用  $J=2^{++}$  或  $4^{++}$  的角分布  $W_2$  或  $W_4$  去拟合  
 $SP=0^{++}$  的  $W_0$  的结果

$J$	$N$	$n$	$\chi^2_{\min}$	$C_1$	$C_2$
$2^{++}$	100	10	0.298	1.03	1.53
	240	26	0.232	0.97	1.62
	480	48	0.237	1.06	1.62
	1000	88	0.263	1.06	1.63
	2000	160	0.493	0.99	1.57
$4^{++}$	100	10	0.68	1.47	3.29
	240	26	1.36	-1.32	1.93
	480	48	2.43	-2.24	2.75
	1000	88	3.69	-2.25	2.76

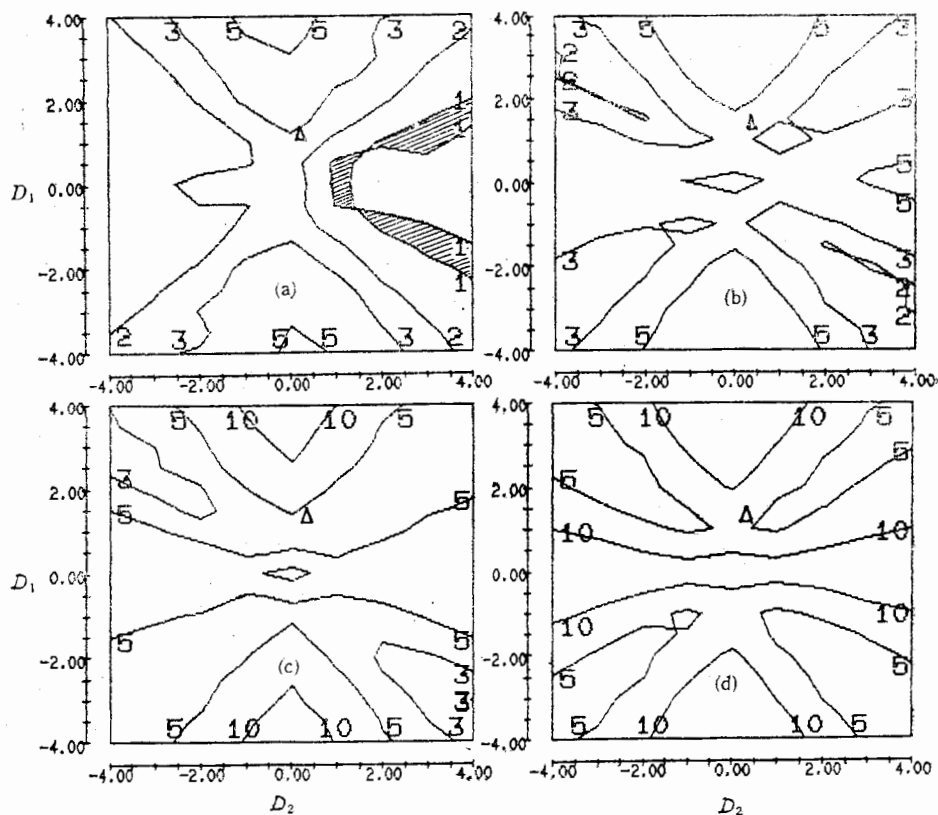


图2 自旋为  $4^{++}$  的角分布  $W_4$  被自旋是  $0^{++}$  的角分布  $W_0$  拟合的结果  $\chi^2_{\min}(D_1, D_2)$

3) 对  $SP=2^{++}$  的  $W_2$  用  $J=4^{++}$  的  $W_4$  去拟合, 结果如图3所示.  $SP=4^{++}$ ,  $J=2^{++}$  的结果见图4. 从图3可以看到, 在  $|D_1| \approx 1, |D_2| \approx 0$  的附近有两片不灵敏区, 在图4上, 不灵敏区则分布在  $|D_1| \approx |D_2| > 1.0$  的四个端角.

4) 由图1-4 可以看到, 在无论哪种情况下,  $|D_1| \approx 0, |D_2| \approx 0$  附近都是很好的

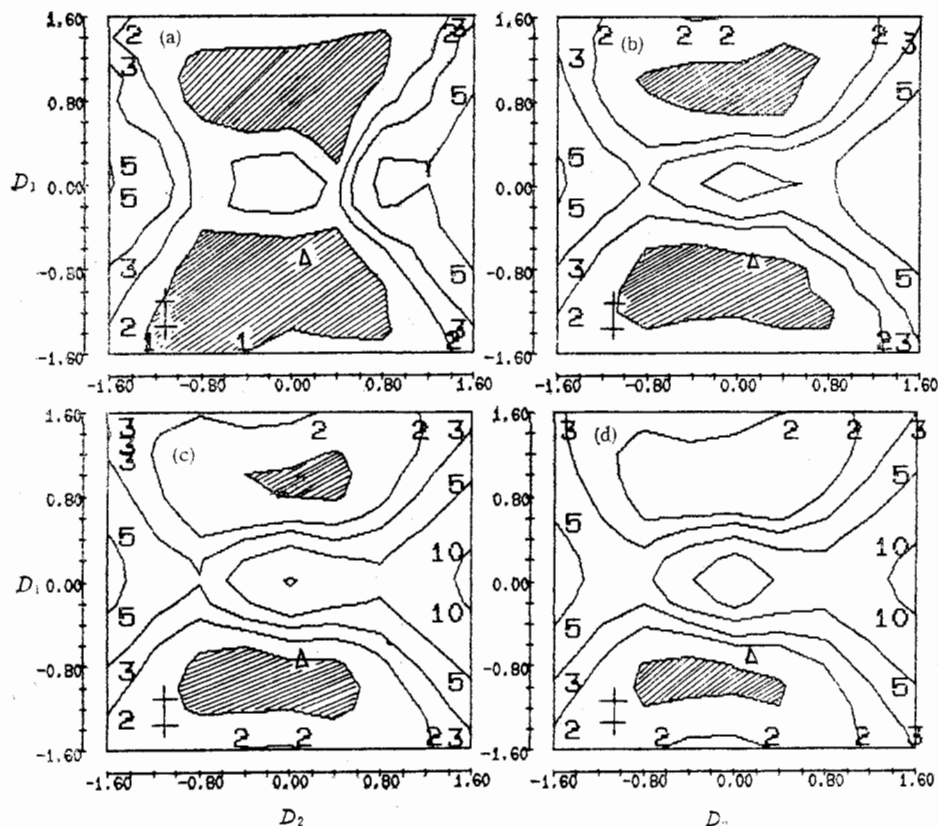


图3 自旋为  $2^{++}$  的角分布  $W_2$  被自旋是  $4^{++}$  的角分布  $W_4$  拟合的结果  $\chi^2_{\min}(D_1, D_2)$

灵敏区,也就是说,当  $J/\psi$  辐射衰变产物是横向极化的时候,这个方法特别灵敏。

5)  $\theta(1720)$  是目前被视为胶球的主要候选者之一, 它的自旋宇称就是用这个方法确定的,公认为  $2^{++}$ <sup>[4,5]</sup>。[4,5]两个早期的工作因统计少而不被引用,何况工作[4]没有能把  $f_2(1525)$  和  $\theta(1720)$  分开,可能还包含了  $G(1590)$ 。工作[3]对  $J/\psi \rightarrow \gamma\theta(1720) \rightarrow \gamma K^+ K^-$  过程的  $N = 239$  个事例作了分析和拟合,测定  $\theta(1720)$  的自旋宇称是  $2^{++}$ , 螺旋性振幅  $C_1 = -1.07 \pm 0.16$ ;  $C_2 = -1.09 \pm 0.15$ 。工作[6]对同一过程的  $N = 10$  个事例测量了自旋宇称,结论是  $2^{++}$  和  $0^{++}$  分不开。但鉴于在  $\cos\theta$  方向角分布的投影接近  $2^{++}$  而倾向于  $2^{++}$ (相应的  $C_1 = -1.3 \pm 0.14$ ;  $C_2 = -1.1 \pm 0.18$ ), 不巧它们都落入了  $2^{++}$  和  $0^{++}$  不可分辨的区域(见图1中的“+”)。在图3(a)上,“+”虽落在不灵敏区,但在图3(b),3(c)上总算已经在  $2^{++}$  和  $4^{++}$  可以分辨的区域。因此  $\theta(1720)$  的自旋宇称是  $2^{++}$ , 还是  $0^{++}$  仍不能作最后的肯定,何况  $f_2(1525)$  和  $G(1590)$  给  $\theta(1720)$  带来的本底还会使问题更加复杂。

6)  $\xi(2230)$  是工作<sup>[3]</sup>在研究  $J/\psi \rightarrow \gamma\xi \rightarrow \gamma K^+ K^-$ ,  $\gamma K_s^0 K_s^0$  两个过程中观察到的窄峰很难用一般  $(q\bar{q})$  来解释,总事例数  $N = 93$ , 没能准确定出自旋宇称,但给出了两个可能性:  $2^{++}$ ,  $C_1 = -0.67$ ,  $C_2 = 0.13$  或  $4^{++}$ ,  $C_1 = 1.29$ ,  $C_2 = 0.4$  (见图1—4上的

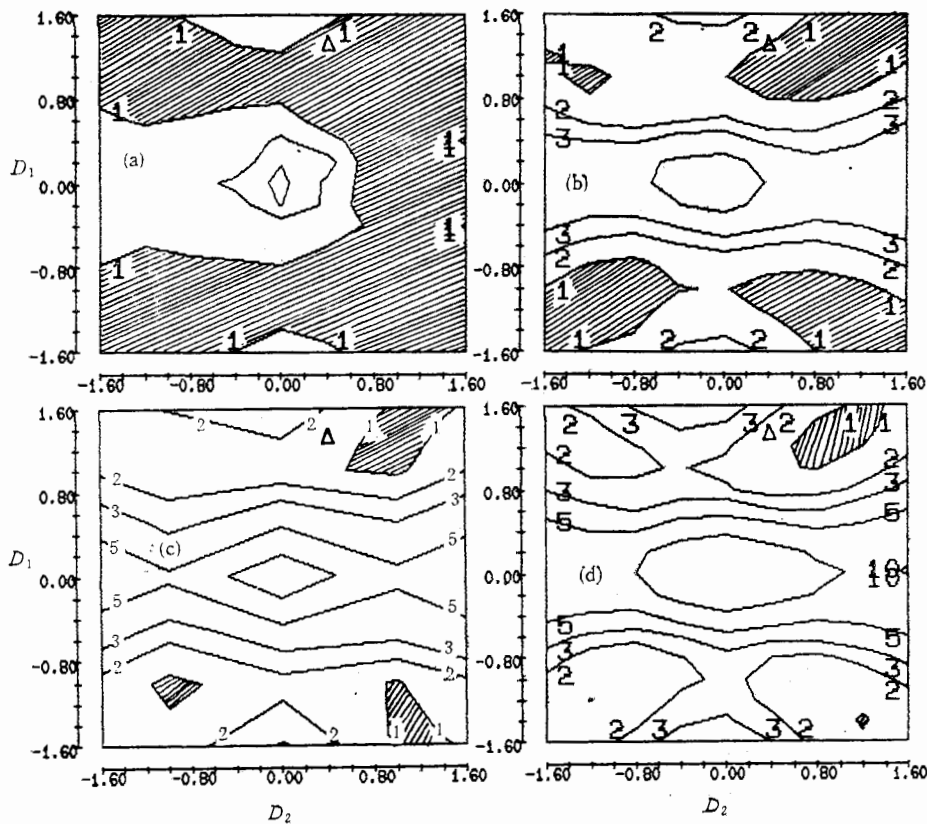


图4 自旋为  $4^{++}$  的角分布  $W_4$  被自旋是  $2^{++}$  的角分布  $W_2$   
拟合的结果  $\chi^2_{\min}(D_1, D_2)$

“ $\Delta$ ”)。在图1和图2上,“ $\Delta$ ”落在灵敏区,  $\xi(2230)$  的自旋宇称不可能是  $0^{++}$ , 因此假如  $\xi(2230)$  存在的话,它不可能是 Higgs 粒子。在图3(a)、4(a)上,“ $\Delta$ ”落在  $2^{++}$  和  $4^{++}$  分不开的区域,但在图3(c)、4(c)上已进入了可分辨区。这说明,需要有500个  $\xi(2230)$  的事例才能最后确定  $\xi(2230)$  的自旋和宇称。

### 参 考 文 献

- [1] T. Z. RUAN, et al., Proceedings of the BIMP Symposium on Heavy Flavor Physics, p. 410—418, Aug. 11, 1988, Beijing; T. Z. RUAN, et al., to be published in High Energy Physics and Nuclear Physics.
- [2] 赵佩英等,物理学报,26(1977),16;  
C. S. GAO, et al., Proceedings of the Workshop on Colliding Beam Physics, p. 243, June, 1984, Beijing.
- [3] M. JACOB and G. C. WICK, *Ann. Phys.*, (NY) 7(1959), 404;  
K. F. EINSWEILER, SLAC Report 272(1984);  
R. M. BALTRUSAITIS et al., *Phys. Rev.*, D 35(1987), 2077.
- [4] C. EDWARDS et al., *Phys. Rev. Lett.*, 48(1982), 458;  
C. EDWARDS et al., *Phys. Rev.*, D25(1982), 3065.
- [5] M. E. B. FRANKLIN, SLAC Report 254(1982).
- [6] J. E. AUGUSTIN et al., Orsay preprint, LAL/85—27(1985);  
J. E. AUGUSTIN et al., *Phys. Rev. Lett.*, 60(1988), 2238.

## ON THE SENSITIVE AREA OF SPIN-PARITY ANALYSIS FOR $J/\psi$ RADIATIVE DECAY PRODUCTS INTO TWO PSEUDOSCALARS

YAN WUGUANG

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)*

### ABSTRACT

The spin-parity analysis of the  $J/\psi$  radiative decay products into two pseudoscalars usually uses the angular distribution calculated by the helicity amplitude formalism. This paper investigated the sensitivity of this method and pointed out the followings: 1). there really exists some insensitive area; 2). unfortunately,  $\theta(1720)$  falls into the insensitive area of  $2^{++}-0^{++}$  distinction; so the spin of  $\theta(1720)$  has not been finally established yet; 3). according to the Mark-3 data, for the newly observed very narrow peak  $\xi(2230)$ , the spin  $0^{++}$  assignment can be ruled out.