第14卷 第1期 高能物理与核物理 Vol. 14, No. 1
1990年1月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jan., 1990

自旋-同位旋相关对力下的α结团效应

任 中 洲
(南京大学物理系)
徐 躬 耦
(南京大学物理系,兰州大学现代物理系)

摘 要

本文通过一个单能级成对力模型,以费密子系统哈密顿量的 Dyson 玻色子表示为基础,直接利用玻色子空间的对称性,探讨了自旋-同位旋相关对力下的α结团效应,给出了基态能量、一对核子分离能以及α转移率的数值结果.

一、引 言

原子核存在结团现象,已经得到公认. 在结团现象中,有两种重要的结团: 对关联和α关联. 对关联可用 BCS 理论描述. 对α关联, Iachello et al[1]. 提出了$U(4)$振子模型,描述中重核的α结团现象,取得了一定的成功,但微观理论研究一直进展不大.

作者过去讨论了单能级自旋——同位旋无关的成对力模型中的α关联[2], 本文讨论当成对力与自旋——同位旋有关的情况,并尝试一种新的处理方法,直接利用玻色子空间的对称性,描述α关联并求解问题.

文中的单能级模型,可看做是轻核中质子、中子处于同一大壳,或中重核中质子对跨壳激发后质子、中子处于同一大壳的模拟.

本文第二部分给出了哈密顿量等的 Dyson 玻色子表示;第三部分讨论了如何利用玻色子空间的对称性构造基底,对角化哈密顿量;第四部分给出了基态能量,核子对分离能以及α转移率的数值结果,并作了简单讨论.

二、哈密顿量和α结团算子的 Dyson 表示

单能级自旋——同位旋有关的成对力,哈密顿量为:

$$H = \varepsilon N_F + 2\lambda(1+x)\sum_{\alpha} B_{\alpha}^{+}(\sigma)B_{\alpha}(\sigma) + 2\lambda(1-x)\sum_{\mu} B_{\mu}^{+}(\tau)B_{\mu}(\tau), \quad (1)$$

本文1988年11月28日收到.

其中

$$N_F = \sum_{m m_s m_t} a^+_{m m_s m_t} a_{m m_s m_t},$$

$$B^+_\alpha(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}} (a^+a^+)^{L=0}_{M=0}{}^{S=1}_{M_S=\alpha}{}^{T=0}_{M_T=0}, \tag{2}$$

$$B^+_\mu(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} (a^+a^+)^{L=0}_{M=0}{}^{S=0}_{M_S=0}{}^{T=1}_{M_T=\mu}$$

分别为核子数算子和产生、消灭 $L=0$，$S=1$，$M_S=\alpha$，$T=0$ 以及 $L=0$，$S=0$，$T=1$，$M_T=\mu$ 的核子对算子.

ε 为单粒子能量，2λ 为成对力强度，吸引时 $\lambda<0$，x 表征了两种对力的相对大小 $(-1\leqslant x\leqslant 1)$.

(2) 中的十三个算子和下述十五个算子一起构成 $SO(8)$ 代数[2].

$$S_\alpha = (a^+\tilde{a})^{L=0}_{M=0}{}^{S=1}_{M_S=\alpha}{}^{T=0}_{M_T=0},$$

$$T_\mu = (a^+\tilde{a})^{L=0}_{M=0}{}^{S=0}_{M_S=0}{}^{T=1}_{M_T=\mu},$$

$$Y_{\alpha\mu} = (a^+\tilde{a})^{L=0}_{M=0}{}^{S=1}_{M_S=\alpha}{}^{T=1}_{M_T=\mu}, \tag{3}$$

其中 S_α，T_μ，$Y_{\sigma\mu}$ 构成 $SU(4)$ 代数.

本文在 Dyson 玻色子表示下讨论问题，把构成轨道角动量为零的核子对 $B^+_\alpha(\sigma)$，$B^+_\mu(\tau)$ 分别用相应的玻色子 $b^+_\alpha(\sigma)$，$b^+_\mu(\tau)$ 表示，我们仅考虑不成对核子为零的情况，则玻色子表示下态矢和费密子表示下态矢对应关系为[3]：

$$|\Psi\rangle = (0|\exp\left[\sum_\alpha b_\alpha(\sigma)B^+_\alpha(\sigma) + \sum_\mu b_\mu(\tau)B^+_\mu(\tau)\right]|0\rangle|F), \tag{4}$$

其中$|0)$为玻色子真空态，$|0\rangle$为费密子真空态.

利用算子的 Dyson 表示[2]，可得哈密顿量的 Dyson 表示为：

$$H_D = 2\left(\varepsilon+\lambda+\frac{\lambda}{2l+1}\right)\hat{n}_B - \frac{2\lambda}{2l+1}\hat{n}_B^2 + \frac{12\lambda}{2l+1}\alpha^+\alpha$$
$$+ x\left[2\left(\lambda+\frac{\lambda}{2l+1}\right)\hat{n}' - \frac{2\lambda}{2l+1}\hat{n}_B\hat{n}' + \frac{12\lambda}{2l+1}\alpha^+\beta\right], \tag{5a}$$

它的厄密共轭为：

$$H_D^+ = 2\left(\varepsilon+\lambda+\frac{\lambda}{2l+1}\right)\hat{n}_B - \frac{2\lambda}{2l+1}\hat{n}_B^2 + \frac{12\lambda}{2l+1}\alpha^+\alpha$$
$$+ x\cdot\left[2\left(\lambda+\frac{\lambda}{2l+1}\right)\hat{n}' - \frac{2\lambda}{2l+1}\hat{n}_B\hat{n}' + \frac{12\lambda}{2l+1}\beta^+\alpha\right], \tag{5b}$$

α结团产生、消灭算子[2]

$$C^+ = \frac{1}{2}\left[(B^+(\sigma)B^+(\sigma))^{00} - (B^+(\tau)B^+(\tau))^{00}\right],\quad C = (C^+)^+ \tag{6}$$

的 Dyson 表示为：

$$C_D = \alpha,$$

$$C_D^+ = \alpha^+ \left[\left(1 - \frac{\hat{n}_B}{2l+1}\right)\left(1 + \frac{2}{2l+1}\right) + \frac{3}{(2l+1)^2}\alpha^+\alpha\right], \tag{7}$$

其中

$$\hat{n}_B = \sum_\alpha b_\alpha^+(\sigma)b_\alpha(\sigma) + \sum_\mu b_\mu^+(\tau)b_\mu(\tau),$$

$$\hat{n}' = \sum_\alpha b_\alpha^+(\sigma)b_\alpha(\sigma) - \sum_\mu b_\mu^+(\tau)b_\mu(\tau),$$

$$\alpha^+ = \frac{1}{2}[(b^+(\sigma)b^+(\sigma))^{00} - (b^+(\tau)b^+(\tau))^{00}],$$

$$\beta^+ = \frac{1}{2}[(b^+(\sigma)b^+(\sigma))^{00} + (b^+(\tau)b^+(\tau))^{00}],$$

$$\alpha = (\alpha^+)^+,$$

$$\beta = (\beta^+)^+, \tag{8}$$

$\hat{n}_B$ 为总玻色子数算子，α^+、β^+ 对应玻色子对的产生.

可以认为，(5) 式的哈密顿量描述了两个自由度系统的运动，分别用 $\alpha^+(\alpha)$ 和 $\beta^+(\beta)$ 表征，代表了两种四核子结团效应，α 结团和 β 结团. 而 $\hat{n}_B$ 和 $\hat{n}'$ 有关的项，可以看做是单粒子平均场及两种对平均场 $S=1$，$T=0$ 和 $S=0$，$T=1$ 项，这两种对平均场有一定的耦合.

三、Dyson 玻色子表示下哈密顿量的 $SO(2,2)$ 对称性

在第二部分中，由于(5)式的哈密顿量是由算子 α^+，α，β^+，β，$\hat{n}_B$，$\hat{n}'$ 所组成，而这六个算子构成非紧致李代数 $SO(2,2)$，所以(5)式哈密顿量具有 $SO(2,2)$ 对称性.

定义:

$$\gamma^+(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha^+ + \beta^+],\quad \gamma(\sigma) = (\gamma^+(\sigma))^+$$

$$\gamma^+(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha^+ - \beta^+],\quad \gamma(\tau) = (\gamma^+(\tau))^+$$

$$\hat{n}(\sigma) = \frac{1}{2}[\hat{n}_B + \hat{n}'],\quad \hat{n}(\tau) = \frac{1}{2}[\hat{n}_B - \hat{n}'] \tag{9}$$

则 $\gamma^+(\sigma)$，$\gamma(\sigma)$，$\hat{n}(\sigma)$ 和 $\gamma^+(\tau)$，$\gamma(\tau)$，$\hat{n}(\tau)$ 分别构成 $SO(2,2)$ 的子代数 $SO_\sigma(2,1)$ 和 $SO_\tau(2,1)$，而 $\hat{n}(\sigma)$ 和 $\hat{n}(\tau)$ 又分别构成子代数 $SO_\sigma(2)$ 和 $SO_\tau(2)$. 故可用子代数及其相应的量子数 S，T，$n(\sigma)$，$n(\tau)$ 标记基底:

$$\begin{array}{ccccc} SO(2,2) = & SO_\sigma(2,1) \otimes & SO_\tau(2,1) \supset & SO_\sigma(2) \otimes & SO_\tau(2) \\ & S & T & n(\sigma) & n(\tau) \\ & & & & \cdots \end{array} \tag{10}$$

其中 S 是自旋，对应 $SO_\sigma(2,1)$ 的二阶 Casirmir 算子，T 是同位旋，对应 $SO_\tau(2,1)$ 的

二阶 Casirmir 算子，$n(\sigma)$ 和 $n(\tau)$ 分别是自旋为 1 同位旋为零和自旋为零同位旋为 1 的 boson 数。

利用基底(正交，归一)：

$$|ST n_B n(\sigma)) \qquad n_B = n(\sigma) + n(\tau)$$

可把 Dyson 表示下右矢和左矢的 S-$eq.$ 对角化：

$$(H_D - E)PN|F) = 0$$

$$P(H_D^+ - E)P|F) = 0 \tag{11}$$

P 是投影到物理态的投影算子，$N|F)$ 是右矢，$|F)$ 是左矢，且

$$(F|N|F) = 1. \tag{12}$$

这样，可利用 Dyson 玻色子表示下哈密顿量的对称性，它描述了两种结团的运动，求得哈密顿量的本征值和本征矢。以后右本征矢用 $|n_B STE)$，左本征矢用 $|\overline{n_B STE})$ 标记，E 是本征值，用 E_0 表示基态能量。

四、基态能量，一对核子分离能和 α 转移率

数值计算给出，基态能量随 n_B 的变化如图 1 所示，n_B 是总玻色子数，图 1 是在 $\varepsilon = 0.0$，$\lambda = -1.0\,\text{MeV}$，$l = 5$，$x = 0.6$ 下的结果。

由基态能量 E_0 可得一对核子分离能 S_1：

$$S_1(n_B) = E_0(n_B - 1) - E_0(n_B).$$

如图 2 所示，显然 n_B 为偶时，一对核子分离能较大，这说明存在四核子结团效应。随 x 增加，这种四核子结团效应有所降低，这表现为偶 n_B 核的一对核子分离能与邻近奇 n_B 核一对核子分离能的平均值之差减小。

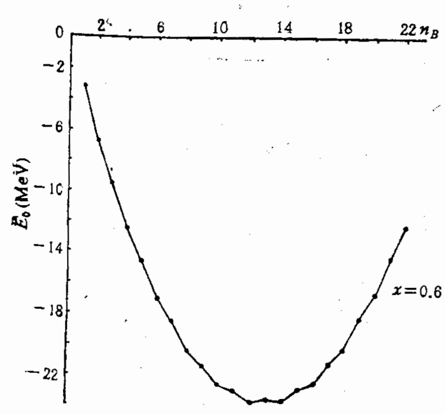

图 1　$\varepsilon = 0.0$，$\lambda = -1.0\text{MeV}$，$l = 5$

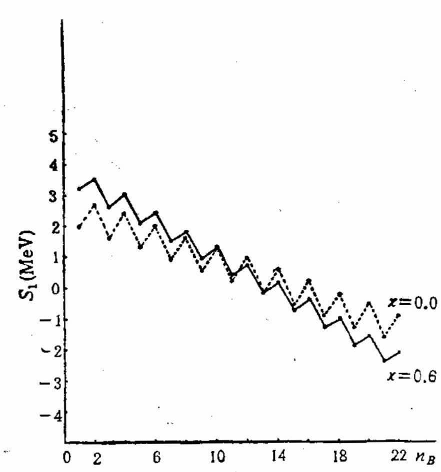

图 2　$\varepsilon = 0.0$，$\lambda = -1.0\text{MeV}$，$l = 5$

由基态能量和波函数可得到基态 α 转移率，它的定义为：

$$B_0(n_B \to n_B - 2) = (\overline{n_B S_0 T_0 E_0}|\, C_D^+ |\, n_B - 2\ \ S_0 T_0 E_0')$$

$$\cdot \overline{(n_B - 2S_0T_0E_0'} \,|C_D|\, n_B\ S_0T_0E_0),$$

其中 E_0 和 E_0' 分别是玻色子数为 n_B 和 n_B-2 的核的基态能量，S_0，T_0 是基态自旋和同位旋.

基态 α 转移率的数值结果如图 3 所示，图 3 中，$\varepsilon=0.0$，$\lambda=-1.0\,\mathrm{MeV}$，$l=5$，分别给出了 $x=0.0$ 和 $x=0.6$ 的结果. 显然当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，随 x 增加，α 转移率减小，并且奇数不成玻色子对的玻色子存在，会对 α 转移产生阻塞效应，使 α 转移率降低.

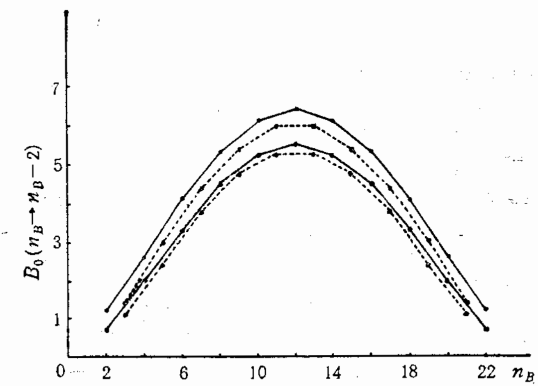

图 3 $\varepsilon=0.0$，$\lambda=-1.0\mathrm{MeV}$，$l=5$
—— $x=0.0$ ---- $x=0.6$

本文讨论单能级问题时所用的方法，直接用玻色子空间的非紧致对称性，对描述短程对力下的四体关联，是有效的.

参考文献

[1] F. Iachello and J. D. Jackson, *Phys. Lett.*, **108B**(1982), 151; H. J. Daley and F.Iachello, *Phys. Lett.*, **131B**(1983), 281.
[2] 任中洲，徐躬耦，高能物理与核物理，**12**(1988)，116.
[3] 徐躬耦，李福利，高能物理与核物理，**10**(1986)，235.

ALPHA CLUSTERING WITH PAIRING FORCES DEPENDENT OF SPIN AND ISOSPIN

REN ZHONGZHOU
(Department of Physics, Nanjing University)

XU GONGOU
(Department of Physics, Nanjing University and Department of Modern Physics, Lanzhou University)

ABSTRACT

The α-clustering in a single-level model with pairing forces dependent of spin and isospin was discussed by means of the symmetry of the boson space in the Dyson representation of the Hamiltonian. The numerical results of the ground state energy, the separation energy of the last nucleon pair, and the α-transfer rates were given