

用近似处理下的扩充激子模型分析 巨偶极共振光核反应截面¹⁾

曹文强 王顺金
(兰州大学)

摘 要

本文运用扩充的激子模型,在进一步近似下,对 ²⁰³Pb, ¹⁸⁶W, ¹⁸¹Ta, ¹⁷³Lu, ⁷⁵As, ⁵⁵Mn 巨偶极共振光核反应进行了计算. 计算结果与实验有较好的符合,从而基本支持了我们在前文^[1]所提出的理论框架.

一、对扩充的激子模型的近似处理

以巨共振为门口态的多步过程复合核反应理论的截面公式^[1]为

$$\sigma_{if}^{(fict)}(E_0) = \sigma_G^{(f)}(E_0) \left\{ \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} + \sum_{n=2}^r \frac{\Gamma_n^{(f)}}{\Gamma_n} \left[\prod_{l=2}^{n-1} \frac{\Gamma_l^{(f)}}{\Gamma_l} \right] \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} \right\}. \quad (1)$$

这是在扩展的 FKK^[12]意义上严格得到的公式. 若用激子模型^[2,7]的有关量 $\lambda_+(n), L_n(f)$ 来表示 $\Gamma_n, \Gamma_n^{(f)}$, 我们得到

$$\sigma_{if}^{(fict)}(E_0) = \sigma_G^{(f)}(E_0) \left\{ \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} + \sum_{n=2}^r \frac{L_n(f)}{\lambda_+(n) + L_n} \left[\prod_{l=2}^{n-1} \frac{\lambda_+(l)}{\lambda_+(l) + L_l} \right] \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} \right\}, \quad (2)$$

式中 λ, L 用激子模型计算, 而 $\sigma_G^{(f)}, \Gamma_G^{(f)}/\Gamma_G, \Gamma_G^{(f)}/\Gamma_G$ 因涉及巨共振门口态的形成与衰变, 需用量子力学方法处理, 故(2)式是量子与统计过程的混合形式, 是考虑了巨共振为门口态后的扩充的激子模型公式.

公式(1)和(2)((1)式的半参数化形式), 是我们在前文^[1]的中心结论.

本文的目的是企图用一种简单而粗略的方法, 以巨偶极光核反应为例, 对我们前文的理论框架给予一个初步检验. 为此, 我们从(2)式出发, 但对涉及巨共振的有关量, 暂不考虑用 RPA 作较精确的计算, 而是再作近似处理. 用这种近似方法, 人们可以看到, 所有的量都可以纳入到统一的激子模型计算程序中来处理, 并易于得出计算结果, 给我们的理论以初步检验.

光核反应的巨偶极共振截面用经验公式来表示:

$$\sigma_G^{(f)}(E_0) = \sum_{i=1}^m \sigma_{0i}^G \frac{E_0^2 \Gamma_{G_i}^2}{(E_0^2 - E_{G_i}^2)^2 + E_0^2 \Gamma_{G_i}^2}, \quad m = \begin{cases} 1 \text{ (球形核)} \\ 2 \text{ (变形核)}, \end{cases} \quad (3)$$

1) 本文由核数据中心资助.
本文 1988 年 2 月 4 日收到.

其中 E_0 为入射光子能量, σ_{0j}^G , E_{Gj} , Γ_{Gj} 分别为第 j 个巨偶极共振峰的强度、位置和半宽度.

若考虑离壳效应, 并作进一步激子模型近似^[1], 则:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Gamma_G^{\downarrow}}{\Gamma_G} &\approx \frac{\sum_{\lambda} |C_{G\lambda}|^2 \lambda_+(1, E_{\lambda})}{\sum_{\lambda} |C_{G\lambda}|^2 \lambda_+(1, E_{\lambda}) + \sum_{\lambda, \beta} |C_{G\lambda}|^2 L_1(\beta, E_{\lambda})} \equiv B_m^{\downarrow} \\ \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} &\approx \frac{\sum_{\lambda} |C_{G\lambda}|^2 L_1(f, E_{\lambda})}{\sum_{\lambda} |C_{G\lambda}|^2 \lambda_+(1, E_{\lambda}) + \sum_{\lambda, \beta} |C_{G\lambda}|^2 L_1(\beta, E_{\lambda})} \equiv B_m^{\downarrow}(f). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 $|C_{G\lambda}|^2$ 是巨共振态处于粒子-空穴态 $|\lambda\rangle$ 的几率, 可用巨偶极共振形成截面 $\sigma_G^{(i)}$ 来估计

$$|C_{G\lambda}(1, E_{\lambda} = E_0)|^2 \propto \sigma_G^{(i)}(E_0). \quad (5)$$

若只考虑在壳效应, 则

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma_G^{\downarrow}}{\Gamma_G} &\approx \frac{\lambda_+(1, E_0)}{\lambda_+(1, E_0) + \sum_{\beta} L_1(\beta, E_0)} \equiv B_G^{\downarrow}, \quad \frac{\Gamma_G^{(f)}}{\Gamma_G} \approx \frac{L_1(f, E_0)}{\lambda_+(1, E_0) + \sum_{\beta} L_1(\beta, E_0)} \\ &\equiv B_G^{\downarrow}(f). \end{aligned} \quad (6)$$

这样就得到在壳效应下巨偶极共振的扩充激子模型的近似公式

$$\sigma_{01}^{(f\text{uct})}(E_0) \approx \sigma_G^{(i)}(E_0) \left\{ \sum_{n=1}^r \frac{L_n(f)}{\lambda_+(n) + L_n} \prod_{l=1}^{n-1} \frac{\lambda_+(l)}{\lambda_+(l) + L_l} \right\}, \quad (7)$$

其中 $\prod_{l=1}^{n-1} \frac{\lambda_+(l)}{\lambda_+(l) + L_l} = 1$ (当 $n=1$ 时), $L_l \equiv \sum_x L_l(x)$.

这样, 我们就得到考虑离壳[(4)式]和在壳[(7)式]效应后的扩充的激子模型的近似公式. 这时, 只输入 $\sigma_G^{(i)}$, 就可得到发射各种粒子的反应截面. 我们将通过计算比较离壳 (off-Shell) 和在壳 (on-Shell) 近似, 讨论上述的近似程度.

二、激子模型计算公式

在计算中, 我们忽略了复杂粒子出射.

在等间隔单粒子能级近似下, 忽略 Pauli 原理修正¹⁾, 具有确定激发粒子数 p 和空穴数 h 的中间激子数 $n = p + h$ 的中间状态数^[3,4]为

$$\omega(A, U, n, p) = \frac{g(gU)^{n-1}}{p!h!(n-1)!}, \quad (8)$$

其中 U 为激发能, g 为单粒子能级密度, 取为

$$g = \frac{6}{7.5\pi^2} A. \quad (9)$$

1) 进一步的研究需考虑 Pauli 原理修正.

由细致平衡原理知,复合系统 A 处于 n 激子态时,单位时间发射能量为 $E_x \rightarrow E_x + dE_x$ 的 x 粒子的几率为

$$W(A, U, n, p, E_x) dE_x = C_x \frac{2S_x + 1}{\pi^2 \hbar^3} \sigma_{in, \nu}(E_x) \frac{\omega(A-1, U', n-1, p-1)}{\omega(A, U, n, p)} dE_x, \quad (10)$$

其中 $C_x = \frac{1}{n} (n \pm 1)$ (中子出射取“+”,质子出射取“-”). S_x 为出射粒子自旋, $\sigma_{in, \nu}(E_x) = \mu_x E_x \sigma(E_x)$, $\sigma(E_x)$ 为逆截面用光学模型计算, μ_x 为折合质量,而 $U' = U - E_x - B_x$ 为剩余核的激发能, B_x 为结合能.

(A, Z, U) 复合系统在 n 激子态时,单位时间内发射 x 粒子的几率为

$$L_n(x) = \int_{V_x}^{U-B_x} dE_x W(A, U, n, p, E_x), \quad (11)$$

发射粒子的总几率 $L(n) = \sum_x L_n(x)$. 而从 $n \rightarrow n+2$ 激子态的跃迁几率取为^[5]:

$$\lambda_+(n) = \frac{2\pi}{\hbar^2} |M|^2 \frac{g^3 U^2}{2(n+1)} = x_{DK} \left(\frac{g}{A}\right)^3 \frac{U}{n+1}. \quad (12)$$

并通取可调参数 $x_{DK} = 4.772868 \times d_k$, d_k 通取为 570.

(A, Z, U) 复合系统从 n_0 激子态开始,在趋于平衡过程中处于 n 激子态单位能量间隔内发射能量 E_x 粒子的几率密度为

$$P(n_0, n, A, U, E_x) = \prod_{\substack{i=n_0 \\ (\Delta i=2)}}^{n-2} \frac{\lambda_+(i)}{\lambda_+(i) + L(i)} \frac{W(A, U, n, p, E_x)}{\lambda_+(n) + L(n)}. \quad (13)$$

从 n_0 激子态开始趋向于平衡的几率为

$$D(n_0, A, U) = \prod_{\substack{i=n_0 \\ (\Delta i=2)}}^{n_0+4} \frac{\lambda_+(i)}{\lambda_+(i) + L(i)}. \quad (14)$$

趋于平衡后,复合系统可以通过发射 γ 光子退激,也可蒸发粒子(中子和质子);对裂变核,还可发生裂变.各种衰变形式的“宽度”按文献[6,7]取 (A, Z, U) 系统发射能量 E_x 粒子的微分宽度为

$$\Gamma_D(A, U, E_x) = \frac{2}{\pi^2 \hbar^2} \frac{1}{\rho(A, U)} \sigma_{in, \nu}(E_x) \rho(A-1, U'), \quad (15)$$

发射 x 粒子的宽度为

$$\Gamma_x(A, U) = \int_{V_x}^{U-B_x} dE_x \Gamma_D(A, U, E_x), \quad (16)$$

发射 γ 光子的宽度为

$$\Gamma_\gamma(A, U) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^2 C^2} \frac{1}{\rho(A, U)} \int_0^U E_\gamma^2 \sigma_G^{(i)}(E_\gamma) \rho(A, U - E_\gamma) dE_\gamma, \quad (17)$$

裂变宽度为

$$\Gamma_f(A, U) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\rho(A, U)} \int_0^{U-B_f} \rho(A, U - E_f) dE_f. \quad (18)$$

式中 V_x 为 x 粒子库仑位垒高度, B_f 为裂变位垒高度.

(A, Z, U) 复合系统达到平衡后,蒸发、 γ 退激、裂变的几率分别为

$$\left. \begin{aligned} Q_x(A, U, E_x) &= \Gamma_D(A, U, E_x)/\Gamma \quad (x = \text{质子, 中子}) \\ Q_\gamma(A, U) &= \Gamma_\gamma(A, U)/\Gamma \\ Q_f(A, U) &= \Gamma_f(A, U)/\Gamma \\ \Gamma &\equiv \Gamma_n(A, U) + \Gamma_p(A, U) + \Gamma_\gamma(A, U) + \Gamma_f(A, U) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(A, Z, U) 系统的能级密度取为^[7,11]

$$\rho(A, U) = \begin{cases} \frac{1}{T} \exp\left[\frac{U - U_0}{T}\right] & (\text{当 } U \leq U_x + \Delta) \\ \frac{\exp[2\sqrt{aU_e}]}{12\sqrt{2} \sigma U_e (aU_e)^{1/4}} & (\text{当 } U > U_x + \Delta) \\ 0 & (\text{当 } U \leq 0) \end{cases} \quad (20)$$

其中对修正 $\Delta = P(Z) + P(N)$, $N = A - Z$; 衔接能点 $U_x = 2.5 + 150/A$; 核的有效激发能 $U_e = U - \Delta$; 核温度 $T = [(a/U_x)^{1/2} - 1.5/U_x]^{-1}$; 而

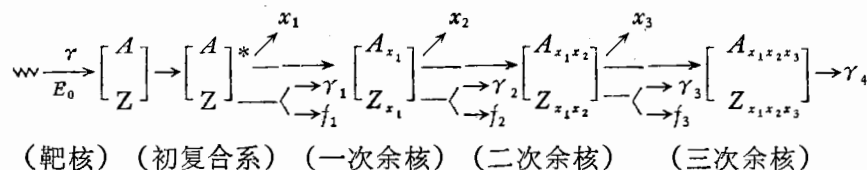
$$\sigma^2 = \begin{cases} 0.0888(aU_e)^{1/2} A^{2/3} & (\text{当 } U > U_x + \Delta) \\ \sigma_0^2 = 0.0888(aU_x)^{1/2} A^{2/3} & (\text{当 } U \leq U_x + \Delta), \end{cases}$$

$$U_0 = U_x + \Delta + T[\ln 12\sqrt{2} U_x (aU_x)^{1/4}/T - 2\sqrt{aU_x}],$$

$$a = \begin{cases} (0.00917S + 0.142)A & (\text{对球形核}) \\ (0.00917S + 0.12)A & (\text{对变形核}), \end{cases}$$

壳修正 $S = S(Z) + S(N)$. 计算逆截面所用的光学势参数取自[8], 对壳修正及巨共振参数取自核数据中心所提供的内部资料。

计算中, 考虑如下图的三次发射过程:



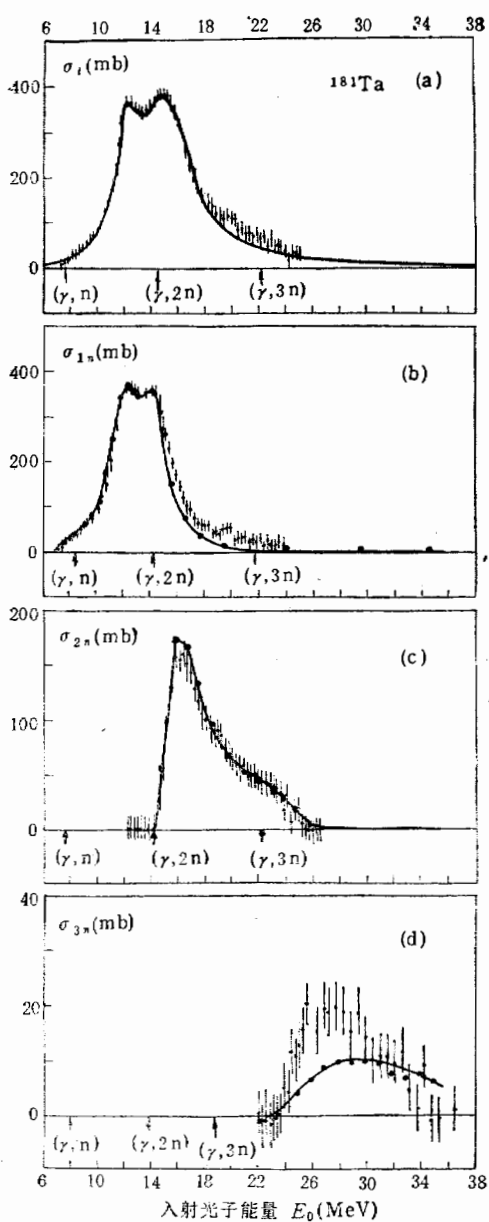
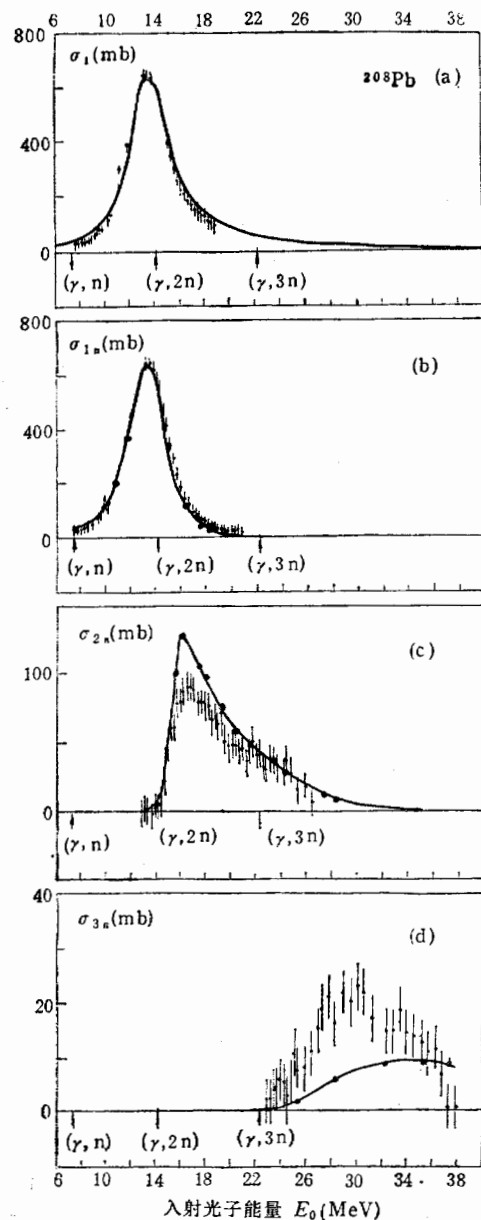
(靶核) (初复合系) (一次余核) (二次余核) (三次余核)

即在每次过程中均考虑 x 粒子(n, p)的平衡前发射及平衡后蒸发, 以及平衡后 γ 退激或(对裂变核的)裂变, 三次余核仅考虑 γ 退激。

各次反应截面为^[7]

$$\begin{aligned} \sigma_1(\gamma, \gamma_1) &= \sigma_G^{(i)}(E_0) D_0(A, U, n_0) Q_{\gamma_1}(A, U), \\ \sigma_1(\gamma, f_1) &= \sigma_G^{(i)}(E_0) D_0(A, U, n_0) Q_{f_1}(A, U), \\ \sigma_2(\gamma, x_1 \gamma_2) &= \sigma_G^{(i)}(E_0) \int_{v_{x_1}}^{U - B_{x_1}} dE_{x_1} \left\{ \sum_{\substack{n=n_0 \\ (\Delta n=2)}}^{n_0+4} P_1(A, U, n_0, n, E_{x_1}) \right. \\ &\quad \cdot D_1(A_{x_1}, U - B_{x_1} - E_{x_1}, n-1) + D_0(A, U, n_0) Q_{x_1}(A, U, E_{x_1}) \left. \right\} \\ &\quad \cdot Q_{\gamma_2}(A_{x_1}, U - B_{x_1} - E_{x_1}), \\ \sigma_2(\gamma, x_1 f_2) &= \sigma_G^{(i)}(E_0) \int_{v_{x_1}}^{U - B_{x_1} - B_{f_1}} dE_{x_1} \left\{ \sum_n P_1 D_1(A_{x_1}, U - B_{x_1} - B_{f_1} - E_{x_1}, n-1) \right. \\ &\quad \left. + D_0 Q_{f_2}^{x_1} \right\} Q_{f_2}(A_{x_1}, U - B_{x_1} - B_{f_1} - E_{x_1}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_3(\gamma, x_1 x_2 \gamma_3) &= \sigma_G^{(i)}(E_0) \int_{v_{x_1 x_2}}^{U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1}} dE_{x_2} \int_{v_{x_1}}^{U - B_{x_1}} dE_{x_1} \left\{ \sum_n P_1 \sum_{\substack{i=n-1 \\ (\Delta i=2)}}^{n+3} \right. \\ &\times P_2(A_{x_1}, U - B_{x_1} - E_{x_1}, n - 1, i, E_{x_2}) D_2(A_{x_1 x_2}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1} \\ &\quad \left. - E_{x_2}, i - 1) \right. \\ &\left. + \sum_n P_1 D_1(A_{x_1}, U - B_{x_1} - E_{x_1}, n - 1) Q_{x_2}(A_{x_1}, U - B_{x_1} - E_{x_1}, E_{x_2}) \right\} \end{aligned}$$

图1 ($\gamma, {}^{181}\text{Ta}$) 反应截面图2 ($\gamma, {}^{208}\text{Pb}$) 反应截面

$$\begin{aligned}
 & + D_0 Q_{x_1} Q_{x_2} \} Q_{\gamma_3}(A_{x_1 x_2}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1} - E_{x_2}), \\
 \sigma_3(\gamma, x_1 x_2 x_3 \gamma_4) = & \sigma_G^{(i)}(E_0) \int_{V_{x_1 x_2 x_3}}^{U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - B_{x_1 x_2 x_3} - E_{x_1} - E_{x_2}} dE_{x_3} \int_{V_{x_1 x_2}}^{U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1}} dE_{x_2} \\
 & \times \int_{V_{x_1}}^{U - B_{x_1}} dE_{x_1} \left\{ \sum_n P_1 \sum_i P_2 \sum_{\substack{j=i-1 \\ (\Delta j=2)}}^{i+3} P_3(A_{x_1 x_2}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1} - E_{x_2}, i-1, \right. \\
 & \left. \times j, E_{x_3}) D_3(A_{x_1 x_2 x_3}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - B_{x_1 x_2 x_3} - E_{x_1} - E_{x_2} - E_{x_3}, j-1) \right\}
 \end{aligned}$$

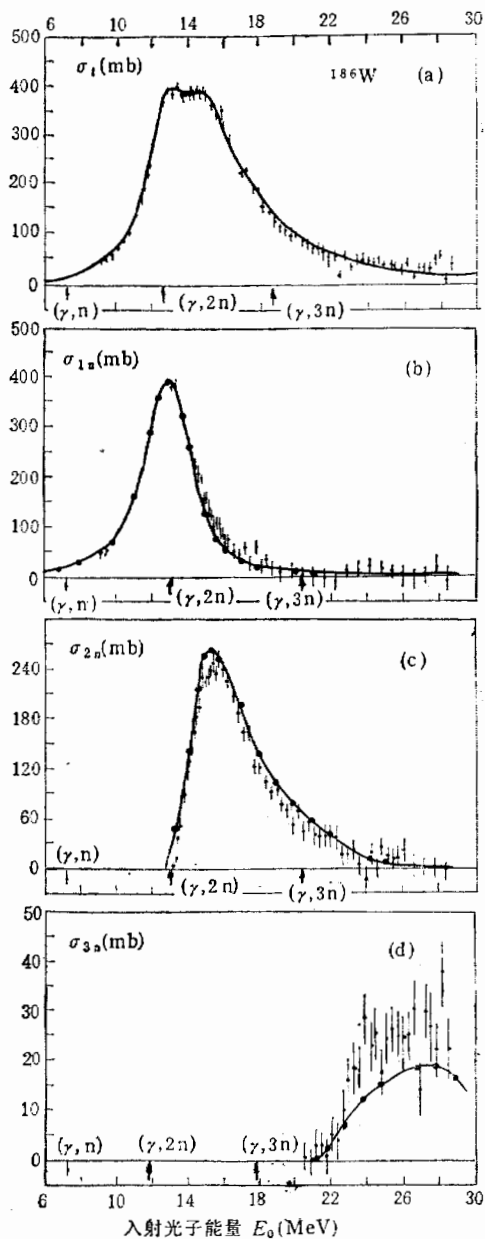


图 3 ($\gamma, {}^{186}\text{W}$) 反应截面

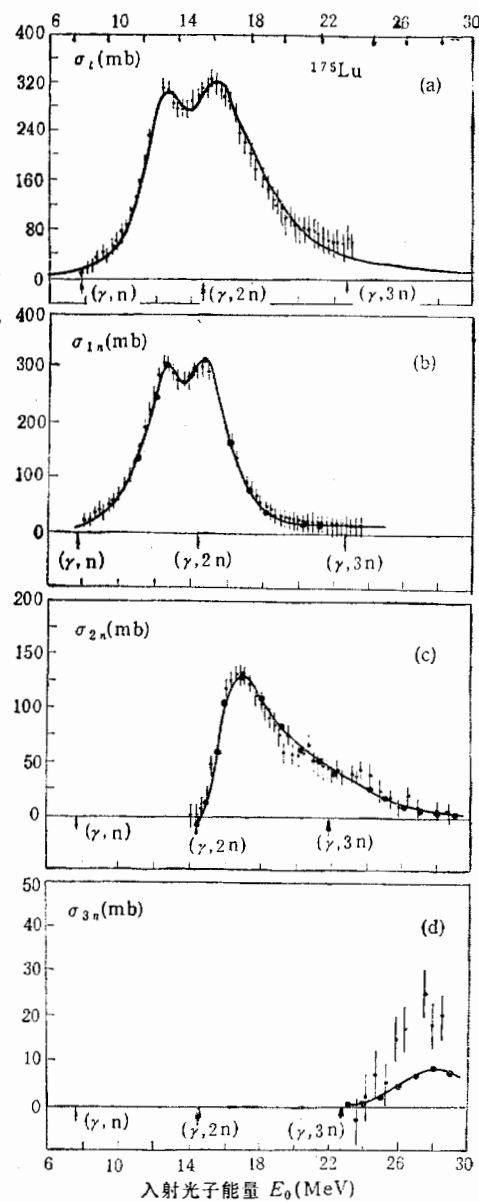


图 4 ($\gamma, {}^{175}\text{Lu}$) 反应截面

$$\begin{aligned}
 & + \sum_n P_1 \sum_i P_2 D_2 Q_{x_3} (A_{x_1 x_1}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - E_{x_1} - E_{x_2}, E_{x_3}) + \sum_n \\
 & \times P_1 D_1 Q_{x_2} Q_{x_3} + D_2 Q_{x_1} Q_{x_2} Q_{x_3} \} Q_{\gamma_4} (A_{x_1 x_2 x_3}, U - B_{x_1} - B_{x_1 x_2} - B_{x_1 x_2 x_3} \\
 & - E_{x_1} - E_{x_2} - E_{x_3}).
 \end{aligned}$$

总截面(记 $\gamma = 1, f = 2$):

$$\sigma_i(E_0) = \sum_{\alpha=1}^2 \sigma_1(\gamma, \alpha) + \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{x_i=(n,p)} \sigma_2(\gamma, x_i \alpha)$$

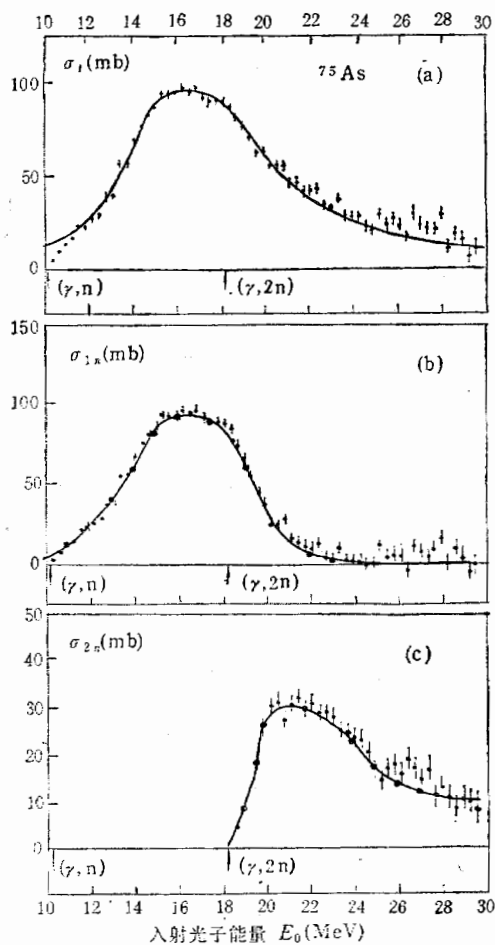


图5 ($\gamma, ^{75}\text{As}$) 反应截面

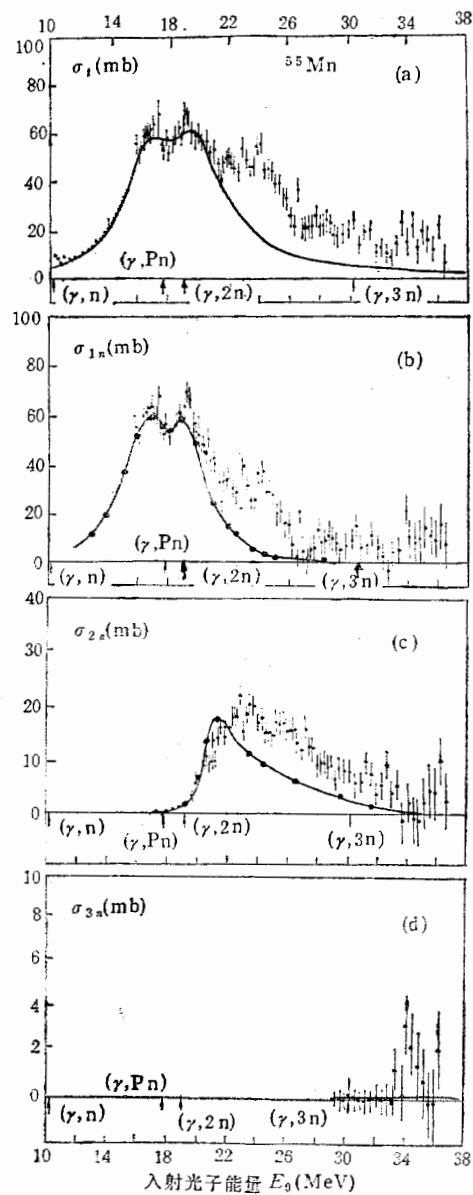


图6 ($\gamma, ^{55}\text{Mn}$) 反应截面

$$+ \sum_{\alpha} \sum_{x_1, x_2} \sigma_3(\gamma, x_1 x_2 \alpha) + \sum_{x_1, x_2, x_3} \sigma_4(\gamma, x_1 x_2 x_3 \gamma_4); \quad (21)$$

(γ , ln) 反应截面:

$$\begin{aligned} \sigma_{1n}(E_0) = & \sum_{\alpha} \sigma_2(\gamma, n\alpha) + \sum_{\alpha} [\sigma_3(\gamma, np\alpha) + \sigma_3(\gamma, pn\alpha)] \\ & + \sigma_4(\gamma, npp\gamma_4) + \sigma_4(\gamma, pnp\gamma_4) + \sigma_4(\gamma, ppn\gamma_4); \end{aligned} \quad (22)$$

(γ , 2n) 反应截面:

$$\begin{aligned} \sigma_{2n}(E_0) = & \sum_{\alpha} \sigma_3(\gamma, nn\alpha) + \sigma_4(\gamma, nnp\gamma_4) \\ & + \sigma_4(\gamma, npn\gamma_4) + \sigma_4(\gamma, pnn\gamma_4); \end{aligned} \quad (23)$$

(γ , 3n) 反应截面:

$$\sigma_{3n}(E_0) = \sigma_4(\gamma, nnn\gamma_4). \quad (24)$$

三、结果分析

对 ^{209}Pb , ^{186}W , ^{181}Ta , ^{175}Lu , ^{75}As , ^{55}Mn 的光核反应计算结果与实验结果^[9]的比较, 如图 1—6 所示。

计算结果表明, 考虑在壳效应和离壳效应所得结果相差甚微。这主要是考虑离壳效应后的分支比 B_m^{\downarrow} 、 $B_m^{\uparrow}(f)$ 对于在壳效应 B_m^{\downarrow} 、 $B_m^{\uparrow}(f)$ 而言是一种平均结果, 在多步复合核反应的统计平均下, 考虑离壳效应不能给予在壳效应以明显的修正。两种曲线近乎重合, 故图中对两者均以一条实线绘出。因此, 用扩充的激子模型(2)式再作激子模型近似计算巨偶极共振光核反应截面时, 可考虑直接用巨偶极共振的激子模型近似公式(7)。

从这几个核的巨偶极共振光核反应的计算结果看出, 使用(7)式给出的结果与实验有较为满意的符合。我们的计算不能给出较轻的核 ^{55}Mn 所出现的较为尖锐的小共振峰。这种较复杂的中间结构, 是我们的统计理论不能给出的, 其理由是周知的。计算结果还表明, 通过巨偶极共振门口态直接向末态衰变发射中子的半直接过程, 约占 6% 左右的比率; 一次过程中, 平衡前发射中子的比率大约占 12%; 二次过程中, 平衡前发射及平衡前平衡后混合发射中子也将占 5% 左右。这表明了考虑多步过程和平衡前发射是必要的。这些结果都给予我们在前文^[1]所提出的以巨共振为门口态的多步过程复合核反应理论框架以支持。

但从 ^{209}Pb , ^{181}Ta , ^{175}Lu 的 σ_{3n} 计算截面略为偏小, 峰值略偏向高能方向, ^{209}Pb 的 σ_{2n} 峰值较大, ^{181}Ta 的 σ_{1n} 在能量较高处偏小, ^{55}Mn 的 σ_{2n} 峰值稍偏向低能方向等问题, 又的确反映了使用(7)式进行计算显得较为粗糙, 应考虑进一步的修正, 以弥补(7)式计算不够精确的问题。这方面工作正在进行, 我们将另文^[10]发表。

参 考 文 献

- [1] 曹文强, 陈星渠, 王顺金, 徐躬耦, «以巨共振为门口态的多步过程复合核反应» 高能物理与核物理。
- [2] J. Griffin, *Phys. Rev. Letter.*, **17**(1966), 478.
- [3] F. Williams, *Nucl. Phys.*, **A166**(1971), 231.

- [4] T. Ericson, *Adv. in. Phys.*, **9**(1960), 425.
[5] C. Kalbach and C. Cline, *Nucl. Phys.*, **A210**(1973), 590.
[6] 核数据中心, «MUP-2 的计算公式»(内部资料)。
[7] 毛铭德等, «用包括平衡前发射的统计模型计算 (n, xn) (n, F) 反应截面和次级中子能谱»核反应理论方法及其应用文集。
[8] F. D. Bechetti, JR., and G. W. Greenlees, *Phys. Rev.*, **182**(1969), 1190.
[9] B. L. Berman and S. C. Fultz, *Rev. Mod. Phys.*, **47**, No. 3(1975), 713.
[10] 曹文强, 陈星渠, 王顺金«对巨偶极共振光核反应截面的进一步修正计算和分析»高能物理与核物理 (待发表)。
[11] A. Gilbert and A. Cameron, *Can. J. Phys.*, **43**(1965), 1446.
[12] H. Feshbach et al., *Ann. Phys.*, **125**(1980), 429.

ANALYSING PHOTONUCLEAR REACTION CROSS SECTIONS OF GIANT DIPOLE RESONANCES BY USING EXTENDED EXCITON MODEL BEING TREATED APPROXIMATELY

CAO WENQIANG WANG SHUNJING

(Lanzhou University)

ABSTRACT

The photonuclear reaction cross sections of giant dipole resonances for ^{238}Pb , ^{183}W , ^{181}Ta , ^{175}Lu , ^{75}As and ^{55}Mn are calculated by using the extended exciton model in a further approximation. They are in good agreement with experimental data. The theoretical framework being given in our previous paper is reasonably supported.