第12卷 第5期 高能物理与核物理 Vol. 12, No. 5
1988年9月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Sept., 1988

中重核 14.5MeV (n, $2n$), (n, $3n$) 反应截面的系统学计算*

姚立山　周恩臣　蔡敦九　吉世印**
(兰州大学)　(中国原子能科学研究院,北京)

摘　要

本文从中子核反应机制出发,讨论 (n, $2n$), (n, $3n$) 反应过程,给出约化截面的计算公式. 按照系统学方法计算 $z=58$—83 的 53 个中重核的 14.5MeV (n, $2n$), (n, $3n$) 反应截面,计算结果与实验值符合较好.

一、引　言

14MeV 中子引起的 (n, $2n$), (n, $3n$) 反应直接影响聚变、裂变系统的源中子倍增,易裂变材料的再生,中子通量的分布以及剩余核的放射性等,是核工程应用中重要的反应之一. 研究这类反应对核能开发具有重要的意义.

由于核反应截面理论计算的局限性,实验数据的测量又受到条件的限制——一些核素的截面不可测量或不能测准,N-z 系统学研究在某些方面是对上述方法不足之处的重要补充. 1965 年 S. Pearlstein[1] 首先从复合核统计模型出发,研究 14MeV 中子 (n, $2n$) 反应截面系统学,其结果与实验值符合较好,表明这种方法的可行性. 其后, Wen-deh Lu[2,3], E. Kondaiah[4], M. Segev[5,6] 等人又做了大量的研究工作,使系统学参数得到不断改进. 本文从中子诱发反应机制出发,给出 (n, $2n$), (n, $3n$) 反应的约化截面 $R_m(E)$ 的公式,并用一套新的系统学参数计算 14MeV(n, $2n$), (n, $3n$) 反应截面,与实验值和前人工作进行比较,得到满意的结果.

二、中子反应截面系统学

1. 系统学评价方法

通常在系统学研究中,中子反应截面的公式可表示为如下的形式:

$$\sigma_{n,mn}=\sigma_{ne}\times(\sigma_{n,M}/\sigma_{ne})\times(\sigma_{n,mn}/\sigma_{n,M})\quad(m=2,3\cdots\cdots)\tag{1}$$

本文 1987 年 2 月 21 日收到.
* 核工业部核电局资助项目.
** 现为在校研究生.

其中，σ_{nc}——去弹性散射截面，是靶核质量数 (A) 的函数，与入射中子能量 (E) 无关，由 Flerov[7] 给出的半经验公式:

$$\sigma_{nc} = \pi(0.12A^{1/3} + 0.21)^2 \tag{2}$$

确定。

归一化因子与相对过剩中子数 $(N - z)/A$ 的关系服从指数规律[8]:

$$\sigma_{n,M}/\sigma_{nc} = 1 - k\exp\left(-m\frac{N-z}{A}\right) \tag{3}$$

在工作[9]中，我们用中子核数据评价的方法，对于大量的 $(n, 2n)$ 反应截面实验结果进行处理。利用最小二乘法拟合评价后的实验值得到归一化因子中的两个参数 $k = 1.362$，$m = 9.836$。拟合结果示于图 1。

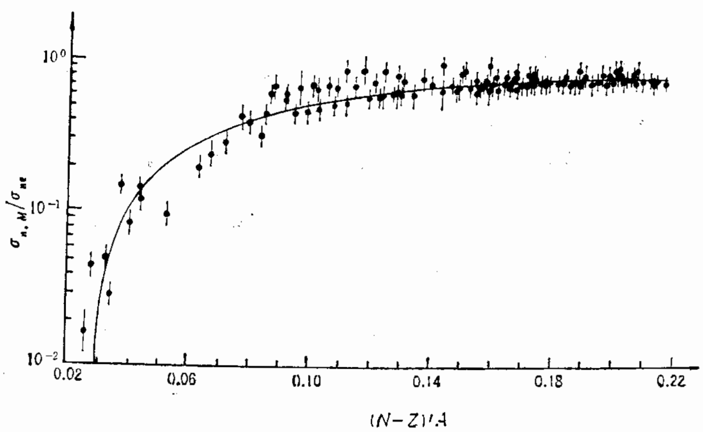

图 1 $\sigma_{n,M}/\sigma_{nc} \sim (N - z)/A$ 拟合曲线

$K = 1.362$ $M = 9.836$

$\sigma_{n,mn}/\sigma_{n,M}$-$(n, mn)$ 反应的截面与所有可能发射中子的反应截面 $\sigma_{n,M}$ 的比值，定义为约化截面 $Rm(E)$，它可由核能级密度和次级中子能谱的知识求得。

2. 约化截面 $Rm(E)$ 的推导

在快中子与中等和重质量核的反应中，由于较多的过剩中子数和较高的库仑势垒使出射带电粒子的反应如 (n, p) 等发生的几率很小，辐射俘获截面也可略去不计，因此可认为发射次级中子是核反应的主要过程。

令 $n(E)$ 表示能量为 E 的入射中子，$(A)(U)$ 表示激发能为 U、质量数为 A 的核，$(n, 2n)$ 和 $(n, 3n)$ 的反应过程可表示为:

$$n(E) + (A)(0) \longrightarrow (A)(E - E_1) + n(E_1) \tag{4.1}$$

$$\Big\downarrow \text{以 } G_2(E, E_1) \text{ 几率发射}$$

$$(A - n)(E - B_2 - E_1 - E_2) + n(E_2) \tag{4.2}$$

$$\Big\downarrow \text{以 } G_3(E, E_1, E_2) \text{ 几率发射}$$

$$(A - 2n)(E - B_3 - E_1 - E_2 - E_3) + n(E_3) \tag{4.3}$$

其中，B_m 是 A 核最后第 m 个中子的分离能，E_m 是发射第 m 个中子的能量，G_m 为发射第 m 个中子的分支比 $(m = 1, 2, 3)$。反应的能量限制规则为:

$$\left.\begin{array}{ll} E_1 < W_1, & W_1 \equiv E \\ E_2 + E_1 < W_2, & W_2 \equiv \mathrm{Max}(0,\ E - B_2) \\ E_3 + E_2 + E_1 < W_3, & W_3 \equiv \mathrm{Max}(0,\ E - B_3) \end{array}\right\} \tag{5}$$

W_m 为 $(n,\ mn)$ 反应中，中子获得的最大能量.

定义 $P_m(W_m,\ E \to E_m) \equiv P_m(E \to E_m)$ 为发射能量是 E_m 的第 m 个中子在 $(0 \sim W_m)$ 范围内归一化的能量分布函数. 在 $E < B_4$ 情况下，约化截面的一般表达式为：

$$R_2(E) = \int_{W_3}^{W_2} P_1(W_1,\ E \to E_1) G_2(E,\ E_1) dE_1 + \int_0^{W_3} P_1(W_1,\ E \to E_1) G_2(E,\ E_1)$$
$$\times \left[\int_{W_3-E_1}^{W_3} P_2(W_2,\ E \to E_2) G_3(E,\ E_1,\ E_2) dE_2\right] dE_1, \tag{6.1}$$

$$R_3(E) = \int_0^{W_3} P_1(W_1, E - E_1) G_2(E, E_1)$$
$$\times \left[\int_0^{W_3-E_1} P_2(W_2,\ E \to E_2) G_3(E,\ E_1,\ E_2) dE_2\right] dE_1. \tag{6.2}$$

若不考虑非复合核成份的贡献[5]，则发射第一个中子的能量分布函数为：

$$P_1(E \to E_1) \propto E_1 \exp\left(2\sqrt{\alpha_A(E - E_1)}\right), \tag{7}$$

式中 α_A 取值范围一般在 $(3 \sim 10)\mathrm{MeV}^{-1}$ 之间. 因此 $P_1(E \to E_1)$ 的分布主要在低能端，即 $E_1 \ll E$ 时几率较大. 发射第二个中子的分布可以表示为第一个中子能量分布的积分：

$$P_2(E \to E_2) \propto \int_0^{W_2-E_2} dE_1 P_1^{(A)}(E, E \to E_1) \times P_1^{(A-1)}(W_2 - E_1, W_2 - E_1 \to E_2), \tag{8}$$

其中 $P_1^{(A)}(E \to E_1)$ 表示实际的第一个中子的能量分布，而 $P_1^{(A-1)}(W_2 - E_1 \to E_2)$ 则表示公式(4.2)中发射中子的能量分布，是用等效的第一个中子的能量分布表示 $P_2(W_2 - E_1 \to E_2)$ 的发射.

可以认为，只要满足能量限制规则，中子发射总是可能的，而且总比其它释放能量的方式优先. 考虑到发射带电粒子及 $(n,\ \gamma)$ 的反应截面都可忽略，于是有 $G_2 = G_3 = 1$，则公式(6.1)(6.2)可化简成：

$$R_2(E) = \int_{W_3}^{W_2} P_1(W_1,\ E \to E_1) dE_1 + \int_0^{W_3} P_1(W_1,\ E \to E_1)$$
$$\times \left[\int_{W_3-E_1}^{W_3} P_2(W_2,\ E \to E_2) dE_2\right] dE_1, \tag{9.1}$$

$$R_3(E) = \int_0^{W_3} P_1(W_1,\ E \to E_1) \times \left[\int_0^{W_3-E_1} P_2(W_2, E - E_2) dE_2\right] dE_1. \tag{9.2}$$

对 $P_1(E \to E_1)$，因为分布集中在低能端，在 $E_1 \ll E$ 情况下，对公式(7)右边括号内的项进行展开有

$$P_1(E \to E_1) \propto E_1 \exp\left[-\left(\frac{\alpha_A}{E}\right)^{1/2} E_1\right], \tag{10}$$

对 $P_2(E \to E_2)$，公式(8)的积分上限 $(W_2 - E_2)$ 可扩展到 ∞；$P_1^{(A)}(E \to E_1)$ 是一个相当窄的分布函数，近似地可用 $\delta(E - \langle E_1 \rangle)$ 函数代替. 作上述的简化和近似后，得到发射第一、第二个中子的能量分布函数表达式分别为：

$$P_1(W_1, E \to E_1) = \frac{1}{\theta_1^2} E_1 \exp(-E_1/\theta_1), \tag{11.1}$$

$$P_2(W_2, E \to E_2) = \frac{1}{\theta_2^2} E_2 \exp(-E_2/\theta_2). \tag{11.2}$$

其中，

$$\theta_1 = (E/\alpha_A)^{1/2}, \ \theta_2 = \left(\frac{E - B_2 - 2\theta_1}{\alpha_{A-1}}\right)^{1/2} \tag{12}$$

将公式(11.1)(11.2)分别代入到公式(9.1)和(9.2)中，积分后可得：

$$R_2(E) = -(1 + \chi_{21})\exp(-\chi_{21}) + (1 + \chi_{31})\exp(-\chi_{31}) + \frac{1}{2}(\chi_{31})^2\left(1 + \frac{1}{3}\chi_{32}\right)\exp(-\chi_{32}), \tag{13.1}$$

$$R_3(E) = 1 - (1 + \chi_{31})\exp(-\chi_{31}) - \frac{1}{2}(\chi_{31})^2\left(1 + \frac{1}{3}\chi_{32}\right)\exp(-\chi_{32}), \tag{13.2}$$

不难看出，

$$R_1(E) = (1 + \chi_{21})\exp(-\chi_{21}). \tag{14}$$

上列式中：

$$\chi_{21} = W_2/\theta_1, \ \chi_{31} = W_3/\theta_1, \ \chi_{32} = W_3/\theta_2 \tag{15}$$

从公式(13.1)，(13.2)可以看出，当 $E > B_2$ 并且继续增加时，$R_2(E)$ 逐渐上升趋近于1，在接近 B_3 时，$R_2(E)$ 达到饱和；而当 $E \geqslant B_3$ 时，$R_2(E)$ 开始下降，$R_3(E)$ 单调上升。这正反映了 $(n, 2n)$ 和 $(n, 3n)$ 反应截面激发函数形状变化的相对关系。

按照公式(1)，$(n, 2n)$ 和 $(n, 3n)$ 反应截面可分别表示为：

$$\sigma_{n,2n} = \sigma_{ne} \times (\sigma_{n,M}/\sigma_{ne}) \times R_2(E), \tag{16.1}$$

$$\sigma_{n,3n} = \sigma_{ne} \times (\sigma_{n,M}/\sigma_{ne}) \times R_3(E). \tag{16.2}$$

式中，σ_{ne} 由公式(2)给出；$\sigma_{n,M}/\sigma_{ne}$ 中的 k，m 参数我们在工作[10]中已经求得；$R_2(E)$，$R_3(E)$ 由公式(13.1)、(13.2)进行计算。公式中所涉及的核结构参数均可由核数据表中查到。

三、计算结果及分析

利用公式(16.1)，(16.2)分别计算了 $E = 14.5\text{MeV}$ 的53个中重核的 $(n, 2n)$、$(n, 3n)$ 反应截面(图2)，并与 Pearlstein 方法计算结果[9]进行比较。从图2的比较可以看出：

1. 计算的53个核素中，大多数核 $E < B_3$，$(n, 3n)$ 反应不存在。本文计算的 $(n, 2n)$ 反应截面值与工作[9]的结果比较基本符合，这与两种方法都是以复合核统计模型为理论基础相一致的。

2. 与实验结果的权重平均值 $\bar{\sigma}_{n,2n}$ 比较，当 $E < B_3$ 时，二者的偏差在10%范围内有70%以上的核符合较好。因此可用这种方法计算一些核的 $(n, 2n)$ 反应截面。

3. $E > B_3$ 时，计算了 $(n, 3n)$ 反应截面。这时由于 $(n, 3n)$ 竞争反应的存在使 $(n, 2n)$ 反应截面 $\sigma_{n,2n}$ 趋于减小。但在工作[9]中由于未扣除这部分的影响，因此在图 2 中它的 $\sigma_{n,2n}$ 值位于本工作计算结果之上。

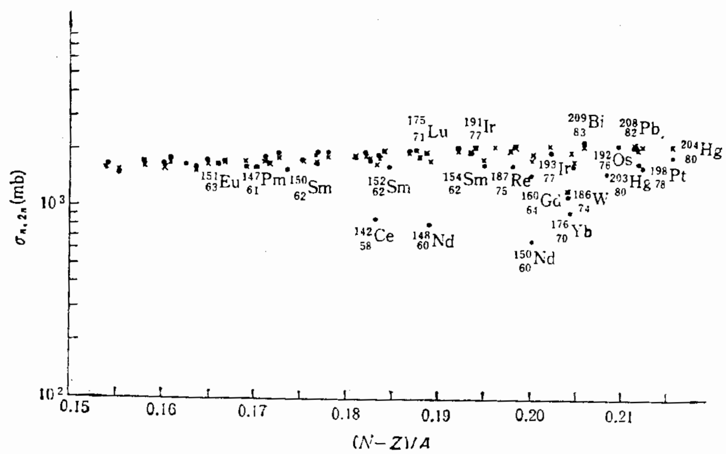

图 2　与工作[9]结果的比较

×工作[9]计算结果　●本工作结果

四、小　结

1. 总之，我们的计算结果与实验值符合较好，说明 14MeV 中子引起的核反应主要通过复合核发射中子的衰变方式，那么利用 $(n, 2n)$、$(n, 3n)$ 反应截面系统学计算公式 (16.1)、(16.2) 可以较好地估算一些尚未测量或难于测量的核素的 $\sigma_{n,2n}$、$\sigma_{n,3n}$ 值。

2. 本工作用 14.5MeV 中子的 $(n, 2n)$ 反应截面实验数据的拟合[9]代替文献 [5] 中由一个或两个能点的平均值来确定归一化因子 $\sigma_{n,M}/\sigma_{ne}$ 的方法，使计算结果更符合实际情况。与 Pearlstein 方法[1]比较也更为简单些。

3. 系统学计算公式仅与靶核的一些结构参数有关，不受有无实验能点的限制，原则上可计算任何核的 $(n, 2n)$、$(n, 3n)$ 反应截面；如果考虑较宽能区的实验数据拟合，还可计算反应截面的激发函数。因此本文中的方法较之 Segev[5] 的方法具有更广泛的应用性。

4. 进一步的工作应包括平衡前发射和直接反应；除发射中子外，其它复合核衰变的分支比如带电粒子发射、辐射俘获及裂变反应也应给予考虑。

参　考　文　献

[1] S. Pearlstein, *Nucl. Sci. and Eng.*, **23**(1965), 238.
[2] Wen-deh Lu et al., *Phys. Rev.*, **C-1**(1970), 350.
[3] Wen-deh Lu et al., *Phys. Rev.*, **C-4**(1971), 1173.
[4] E. Kondaiah, *J. Phys.*, **A-7**(1974), 1457.
[5] M. Segev et al., *Annals of Nucl. Energ.*, **5**(1978), 239.
[6] M. Segev et al., *Annals of Nucl. Energ.*, **7**(1980), 577.
[7] N. N. Flerov et al., *J. Nucl. Energ.*, **4**(1957), 529.

[8] D. W. Barr et al., *Phys. Rev.*, **123**(1961), 859.
[9] L. Yao et al., *Proc. Int. Conf. on Nucl. Data for Basic and Applied Science, Santa Fe, New Mexico, U. S. A.* 13—17 May P257(1985).
姚立山等,高能物理与核物理, **11**(1987),533.

THE SYSTEMATIC CALCULATIONS OF (*n*, 2*n*) AND (*n*, 3*n*) REACTION CROSS SECTIONS FOR MEDIUM-HEAVY NUCLEI AT 14.5 MeV

YAO LISHAN
(*Lanzhou University, Lanzhou*)

ZHOU ENCHEN CAI DUNJIU JI SHIYIN
(*Institute of Atomic Energy, Beijin*)

ABSTRACT

The (*n*, 2*n*) and (*n*, 3*n*) reaction processes have been studied by mechanism analysis of the neutron-induced nuclear reactions, formulae for evaluating the reduced cross section have been given. The cross sections of 14.5 MeV (*n*, 2*n*), (*n*, 3*n*) reactions have been calculated according to the systematic method for $Z=58$—83 about 53 nuclei. A good agreement between the results of the systematic calculations and the experimental data has been reached.