

# 满足 Complementarity 的 $SU(9)$ 亚夸克大统一模型

鲍淑清 薛晓舟  
(河南师大物理系)

## 摘 要

本文建立了一个满足在黑格斯相和禁闭相之间的 Complementarity 原理的  $SU(9)$  亚夸克大统一模型,预言了四代夸克和轻子的存在,并且得到了合适的超色标度.

在 Tumbling 和 Complementarity 基础上建立夸克和轻子的复合模型是目前比较有兴趣的题目,许多物理学工作者已作了这方面的工作<sup>[1]</sup>. Complementarity<sup>[2]</sup> 原理就是说,在黑格斯相中从 Tumbling 过程得到的无质量费米子应与在禁闭相中从 't Hooft 方程中保留下来的无质量费米子一一对应. Tumbling<sup>[3]</sup> 假设,将处于超色群基础表示的两费米子的 MAC 凝聚作为 Higgs 粒子,它使超色群破缺:  $G_{HC} \rightarrow G'_{HC}$ , 同时也使整体手征对称群破缺  $G_{HF} \rightarrow G'_{HF}$ . 参加凝聚的粒子都将获得重质量,与  $G$  的破缺生成元(不在  $G'$  中)相应的规范玻色子也获得质量. 这样,在新的对称群  $G'_{HC} \times G'_{HF}$  下, Tumbling 继续进行,直到所有的费米子均参加了凝聚或剩下的费米子均处于超色单态,则 Tumbling 结束.

在任何复合模型中,对于给定的整体手征对称群(或称超味群)  $G_{HF}$ , 如何在  $G_{HF}$  的所有可能的子群中找到正确的不破缺的子群  $H_{HF}$ ? 如何从 't Hooft 方程的众多解中挑选出可能的解? 对于这些问题, Tumbling 和 Complementarity 可以给出合适的答案,所以它引起了物理学工作者的兴趣.

D. Gonzales<sup>[4]</sup>, 张新民、薛晓舟<sup>[5]</sup>等已经讨论了亚夸克大统一模型,不过,迄今为止,尚无文章讨论将 Complementarity 应用于亚夸克大统一模型. 本文我们将 Complementarity 应用于亚夸克大统一模型中,建立了一个满足 Complementarity 的  $SU(9)$  亚夸克大统一模型,并得到了很有意义的结果.

大统一群是  $SU(9)$ , 所有亚夸克均为左手二分量 Weyl 旋量,填入如下反常相消复表示

$$4\Box + \begin{matrix} \square \\ \cdot \end{matrix} + \begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} + \begin{matrix} \square \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{matrix} \quad (1)$$

一

其  
Ge  
中

而

亚

的  
亚

其  
是  
别

式  
下

则

其中  $\boxed{\cdot\cdot\cdot}$  代表  $\boxed{\cdot\cdot\cdot}^*$ , 即  $\boxed{\cdot\cdot\cdot} = \boxed{\cdot\cdot\cdot}^*$ .

在亚夸克层次, 规范对称群为

$$SU_{HC}(4) \times SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1), \quad (2)$$

其中  $SU_{HC}(4)$  是超色群,  $[SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)]$  是标准模型. 记  $SU^G(5)$  为 Georgi-Glashow 模型中的  $SU(5)$  规范群, 则在对称群  $SU_{HC}(4) \times SU^G(5)$  下, 本模型中的超色非单态亚夸克表示为

$$\begin{aligned} P_1: & 4(\square, \cdot), P_2: (\boxed{\cdot\cdot\cdot}, \cdot), P_3: (\boxed{\cdot}, \boxed{\cdot}), \\ P_4: & (\boxed{\cdot}, \cdot), P_5: (\boxed{\cdot}, \square), P_6: (\square, \boxed{\cdot}). \end{aligned} \quad (3)$$

而超色单态旁观费米子为

$$A: 4(\cdot, \square), B: (\cdot, \boxed{\cdot\cdot\cdot}), C: (\cdot, \boxed{\cdot}). \quad (4)$$

亚夸克用来构造夸克和轻子, 而旁观费米子则是基本的, 不参与构造夸克和轻子.

在超色标度, 标准模型中的规范耦合很小, 可以令其为零. 这样  $SU^G(5)$  就是不破缺的整体对称群<sup>[4]</sup>. 故在 't Hooft 极限下(忽略标准模型耦合和可能的汤川耦合等), 上述亚夸克的整体手征对称群  $G_{HF}$  为

$$G_{HF} = SU(4) \times SU^G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1), \quad (5)$$

其中  $SU(4)$  是处于  $SU(9)$  基础表示的前子的整体对称性,  $SU^G(5)$  如上所述,  $U_i(1)$  是无反常前子整体对称性, 并且我们已经考虑了超色瞬子效应. 可取  $U_i(1)$  的生成元分别为

$$\begin{aligned} Q_1 &= N(p_1) - N(p_2) + 2N(p_4) \\ Q_2 &= 10N(p_4) - N(p_6) \\ Q_3 &= N(p_3) + 5N(p_4) - N(p_5) \\ Q_4 &= N(p_3) - 5N(p_4) \\ Q_5 &= 2N(p_3) - N(p_6), \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $N(p_j) (j=1, 2, \dots, 6)$  为前子  $p_j$  的数算符. 这样, 在对称群  $SU_{HC}(4) \times G_{HF}$  下, 所有亚夸克重新标志如表 1 所示.

下面, 我们将分别从黑格斯相和禁闭相来讨论.

### (1) 黑格斯相

$$MAC: \langle P_1 P_2 \rangle \rightarrow (\boxed{\cdot}, \square, \cdot, 0, 0, 0, 0, 0), \quad (7)$$

则  $\langle p_1 p_2 \rangle \neq 0$  将实现如下破缺

$$\begin{aligned} SU_{HC}(4) \times SU(4) \times SU^G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1) \rightarrow \\ \widetilde{SU}_F(4) \times SU^G(5) \times \prod_{i=1}^5 U_i(1), \end{aligned} \quad (8)$$

有是ft的体不ng的挑所上, 1e-夸复

1)

表1 本模型中的亚夸克

亚夸克	$SU_{HC}(4)$	$SU(4)$	$SU^c(5)$	$U_1(1)$	$U_2(1)$	$U_3(1)$	$U_4(1)$	$U_5(1)$
$P_1$	$\square$	$\square$	$\cdot$	1	0	0	0	0
$P_2$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}$	$\cdot$	$\cdot$	-1	0	0	0	0
$P_3$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}$	$\cdot$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}$	0	0	1	1	2
$P_4$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}$	$\cdot$	$\cdot$	2	10	5	-5	0
$P_5$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}$	$\cdot$	$\square$	0	0	-1	0	0
$P_6$	$\square$	$\cdot$	$\begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}$	0	-1	0	0	-1

其中  $\widetilde{SU}_F(4)$  是  $SU_{HC}(4)$  和  $SU(4)$  的对角子群,  $SU_{HC}(4)$  完全破缺<sup>[8]</sup>.

现在,我们假设  $U_i(1) (i = 1, 2, 3, 4)$  被如下凝聚

$$\langle p_1 p_2 p_3 p_4 \rangle \neq 0$$

所破缺<sup>[6]</sup>. 故破缺后的对称群为

$$\widetilde{SU}_F(4) \times SU^c(5) \times U_5(1). \quad (9)$$

所有亚夸克按其分解为

$$\begin{aligned} P_{11}: & \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, \cdot, 0 \right), P_{12}: \left( \begin{smallmatrix} \square & \square \end{smallmatrix}, \cdot, 0 \right), \\ P_2: & \left( \begin{smallmatrix} \square & \square \\ \cdot & \cdot \end{smallmatrix}, \cdot, 0 \right), P_3: \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}, 2 \right), \\ P_4: & \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}, \cdot, 0 \right), P_5: \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, \square, 2 \right), \\ P_6: & \left( \square, \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, -1 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

显然可见,  $P_{12}$  与  $P_2$  形成狄拉克质量项而变重,  $P_{11}$  均为实表示, 也将获得重质量. 故在 Higgs 相中得到的无质量费米子为

$$\left( \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, 2 \right), \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \cdot \end{smallmatrix}, \cdot, 0 \right), \left( \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, \square, 0 \right), \left( \square, \begin{smallmatrix} \square \\ \square \end{smallmatrix}, -1 \right). \quad (11)$$

## (2) 禁闭相

从 Tumbling 过程得到的不变的整体手征对称群  $H_{HF} = \widetilde{SU}_F(4) \times SU^c(5) \times U_5(1)$ , 故在对称群  $SU_{HC}(4) \times H_{HF}$  下, 所有亚夸克和超色单态三夸克复合态如表 2 所示.

令所有  $l_i = 0, i = 5, 6, \dots$ , 则 't Hooft 方程为

$$\begin{aligned} 4 &= -5l_1 - l_2 + 10l_4, \\ -4 + 6 + 4 &= -4l_1 + 6l_3 + 4l_4, \\ 0 &= 10l_1 - 10l_4, \\ 8 - 12 &= 8l_1 - 12l_4, \\ 20 \times 2^3 + 40 \times (-1)^3 &= 20 \times 2^3 l_1 + 40 \times (-1)^3 l_4. \end{aligned} \quad (12)$$

显然有解  $l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = 1$ . 此解符合文献 [1] 关于满足 Complementarity 的复合模型中, 't Hooft 指标应为 0 或 1 的条件.

无

由

能

分

论

[1]

[2]

[3]

[4]

表 2 禁闭相中的亚夸克和复合态

	$SU_{HC}(4)$	$\widetilde{SU}_F(4)$	$SU^G(5)$	$U_3(1)$	't Hooft 指标
亚夸克					
$P_1$	$\square$	$\square$	$\cdot$	0	
$P_2$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	$\cdot$	$\cdot$	0	
$P_3$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	$\cdot$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	2	
$P_4$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	$\cdot$	$\cdot$	0	
$P_5$	$\begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array}$	$\cdot$	$\square$	0	
$P_6$	$\square$	$\cdot$	$\begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array}$	-1	
复合态					
$P_1^* P_2^* P_3$	$\cdot$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	2	$I_1$
$P_1^* P_2^* P_4$	$\cdot$	$\begin{array}{ c } \hline \cdot \\ \hline \end{array}$	$\cdot$	0	$I_2$
$P_1 P_1 P_5$	$\cdot$	$\begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array}$	$\square$	0	$I_3$
$P_1 P_2 P_6$	$\cdot$	$\square$	$\begin{array}{ c } \hline \square \\ \hline \end{array}$	-1	$I_4$
		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$I_i$

注意到对应于上述 't Hooft 方程解的无质量费米子正好与从黑格斯相中得到的无质量费米子一一对应, 所以我们的模型是满足 Complementarity 的. 除例外粒子 ( $\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$ ,  $\square$ , 0) 外, 我们得到的无质量费米子对应于  $SU^G(5)$  的表示为

$$4(1 + 5^* + 10), \quad (13)$$

由于  $SU^G(5)$  的意义(如前所述), (13) 式正好描述四代夸克和轻子. 那些例外粒子, 可能通过某种机制使其变重<sup>[7]</sup>.

通过重整化群分析<sup>[8]</sup>, 可以得到大统一标度  $\Lambda_U$  和超色标度  $\Lambda_{HC}$  以及  $\sin^2\theta_W$  的值分别为:  $\Lambda_U \sim 1.5 \times 10^{15}$  GeV,  $\Lambda_{HC} \sim 108$  TeV,  $\sin^2\theta_W \sim 0.203$ ; 如果考虑例外粒子, 则  $\Lambda_{HC} \sim 754$  TeV, 其余相同.

总结, 我们将 Complementarity 应用于亚夸克大统一模型中, 建立了一个满足 Complementarity 的  $SU(9)$  亚夸克大统一模型, 得到了四代夸克和轻子, 并且还可能存在一些例外粒子. 利用重整化群分析, 得到了合适的超色能标.

对鲁公儒、万陵德教授、张新民同志提出的宝贵建议; 张会同志、肖振军同志的有益讨论及 A. Zee 和李小源教授在通信中就与本文有关问题所作的阐述表示感谢.

## 参 考 文 献

- [1] J.-M. Gerard, Y. Okamoto and R. E. Marshak, *Phys. Lett.*, **169B**(1986), 386; T. Kobayashi, *Phys. Lett.*, **180B**(1986), 107.
- [2] S. Dimopoulos, S. Raby and L. Susskind, *Nucl. Phys.*, **173B**(1980), 208.
- [3] S. Raby, S. Dimopoulos and L. Susskind, *Nucl. Phys.*, **169B**(1980), 373.
- [4] D. Gonzales, *Phys. Lett.*, **129B**(1983), 213.

- [5] 张新民, 薛晓舟, 高能物理和核物理, **10**(1986), 271.  
[6] F. Bardi, R. Casalbuoni, D. Dominici and R. Gatto, *Phys. Lett.*, **115B**(1982), 45.  
[7] T. Kobayashi, UTHEP-159.  
[8] J. L. Goity, R. D. Peccei and D. Zeppenfeld, *Nucl. Phys.*, **262B**(1985), 95.

## **$SU(9)$ GRAND UNIFIED PREON MODEL SATISFYING COMPLEMENTARITY**

BAO SHUQING XUE XIAOZHOU

(Henan Normal University)

### ABSTRACT

We constructed an  $SU(9)$  grand unified preon model which satisfies the complementarity principle between Higgs phase and confining phase. The model ends up with the prediction of four generations of quarks and leptons, and an appropriate hypercolor scale.

Hi  
与

Sh  
连  
了,  
时  
所  
Mu  
Sug  
解,  
了,

续  
提