

K=1 形变 HF 态的近似角动量投影

廖 继 志
(四川 大学)

摘 要

应用我们的单参量近似角动量投影方法,研究了 K=1 轴对称 HF 内秉态的角动量投影能谱,比较了严格的和近似的投影矩阵元,给出了角动量等于 1 到 11 的投影积分曲线,计算了 ⁴⁴Ti 和 ⁵⁰Ti 的能谱,结果是满意的。

一、引 言

在最近的工作中,我们完成了偶钛和偶铬原子核的形变 HF 计算^[1],并用单参量近似角动量投影方法研究了 K=0 内秉态的角动量投影及其对 ^{48,50}Cr 原子核能谱的解释^[2](以下分别称参考文献[1]和[2]为文 I 和文 II)。迄今为止,关于偶偶核角动量投影的实际计算工作,基本上限于 K=0 内秉态(见文 II 中的引文)。但是实验观测表明,偶偶变形核能谱中相当普遍地存在着 K≠0 的转动带或者准带结构,特别是 K=1 或 2 的带结构。因此研究 K 不等于零的 HF 态的角动量投影是很必要的。本文着重讨论 K=1 的情形, K=2 内秉态的角动量投影问题将另文发表。

由于在文 II 中已给出了完整的、形变 HF 态的角动量投影理论框架,所以本文只在第二节中列出必要的计算公式,重点放在第三节关于结果的讨论。有关的计算细节可参阅文献 II。

二、近似的角动量投影能谱

沿用文 I 和文 II 中的符号,角动量为定值的投影态 $|\Phi'_{JK}\rangle$ 的能量本征值为

$$E_{JK} = \langle \Phi'_{JK} | H | \Phi'_{JK} \rangle = h'_{KK} / p'_{KK}, \quad (1)$$

式中 H 是核的哈密顿量,而

$$h'_{KK} \equiv \langle \Phi_K | H P'_{KK} | \Phi_K \rangle = \left(J + \frac{1}{2} \right) \int_0^\pi d'_{KK}(\theta) \langle \Phi_K | H e^{-i\theta J_y} | \Phi_K \rangle \sin \theta d\theta, \quad (2a)$$

$$p'_{KK} \equiv \langle \Phi_K | P'_{KK} | \Phi_K \rangle = \left(J + \frac{1}{2} \right) \int_0^\pi d_{KK}(\theta) \langle \Phi_K | e^{-i\theta J_y} | \Phi_K \rangle \sin \theta d\theta, \quad (2b)$$

5
并
态
式
投
式
阶
c_{jm}
系
1
K=
K=
式、
线
与
p(θ)
里
的
我
们

这里, $|\Phi_K\rangle$ 是 HF 行列式内乘态, P_{MK}^J 是角动量投影算符, $d_{kK}^J(\theta)$ 是约化 D 函数, J_y 是总角动量 J 的 y 分量.

根据文 II 中建议的近似方法, 令

$$p(\theta) \equiv \langle \Phi_K | e^{-i\theta J_y} | \Phi_K \rangle = \exp(-\theta^2/\Gamma_p), \quad (3a)$$

$$h(\theta) \equiv E_{\text{HF}}^{-1} \langle \Phi_K | H e^{-i\theta J_y} | \Phi_K \rangle = \exp(-\theta^2/\Gamma_h), \quad (3b)$$

式中 Γ_p 由下式给出

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= 2[\langle \Phi_K | J_y^2 | \Phi_K \rangle]^{-1} \\ &= 2 \left[\sum_{\lambda} \langle k_{\lambda} | j_y | k_{\lambda} \rangle - 2 \sum_{\lambda\lambda'} \langle k_{\lambda} | j_y | k_{\lambda'} \rangle \langle k_{\lambda'} | j_y | k_{\lambda} \rangle \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

而 Γ_h 被作为可调参量. (4) 式中, $|k\rangle$ 是 HF 单粒子态, 关于 λ 和 λ' 的求和只涉及被填充态. 在此近似下, 考虑了 $p(\theta)$ 和 $h(\theta)$ 的对称性质, 可将投影态的能量公式(1)改写成

$$E_{JK} = E_{\text{HF}} I_{JK}(\Gamma_h) / I_{JK}(\Gamma_p), \quad (5)$$

式中 E_{HF} 是内乘态的 HF 能量, $I_{JK}(\Gamma_i)$, $i = h, p$, 是投影积分, 由下式给出

$$I_{JK}(\Gamma) = \left(J + \frac{1}{2} \right) \int_0^{\pi/2} \exp(-\theta^2/\Gamma) [d_{kK}^J(\theta) + (-1)^{J-K} d_{k,-K}^J(\theta)] \sin \theta d\theta, \quad (6)$$

$$J = K, K+1, K+2, \dots, K \approx 0; J = 0, 2, 4, \dots, K=0$$

投影态的字称, 与内乘态 $|\Phi_K\rangle$ 的字称相同.

另外, (3a) 式中的投影矩阵元 $p(\theta)$ 的严格表示式为^[2]

$$p(\theta) = D^P\{a_{\mu\lambda}(\theta)\} \cdot D^N\{a_{\mu\lambda}(\theta)\}, \quad (7)$$

式中 P 和 N 分别是质子数和中子数, $D^P\{a_{\mu\lambda}\}$ 代表由质子态构成的、以 $a_{\mu\lambda}$ 为元素的 P 阶行列式, $D^N\{a_{\mu\lambda}\}$ 是中子态的对应行列式, 而

$$a_{\mu\lambda}(\theta) = \sum_i c_{jm_{\mu}} c_{jm_{\lambda}} d_{m_{\mu}m_{\lambda}}^i(\theta), \quad (8)$$

$c_{jm_{\mu}}$ 是 jm 表象中的 HF 单粒子态波函数^[1].

三、计算结果和讨论

在文 I 中, 我们用 KB 矩阵元和经验单粒子能计算了 $^{44-50}\text{Ti}$ 和 $^{48,50}\text{Cr}$ 等偶偶核的一系列 HF 内乘态, 每个态由独立的变分过程求出. 本工作需要的 HF 态都取自文 I. 表 1 中列出了 ^{44}Ti 核的五个内乘态的 HF 能量和单粒子波函数. 注意, 表中 $K=1$ 和 $K=2$ 两个 $|p-h\rangle$ 态是简并的, 这是因为在我们的 HF 程序中 $|\pm k\rangle$ 态有相同能量^[1].

根据文 II 的计算, (3) 式中的近似在 $K=0$ 的情形下是非常好的. 现在用 ^{44}Ti 核的 $K=1$ HF 态对这一近似作进一步检验. 即用表 1 的数据, 分别从 (3) 式、(4) 式和 (7) 式、(8) 式计算 $p(\theta)$, 然后进行比较. 结果如图 1 所示. 可以看出, 在小角度下, 近似曲线与严格曲线重合; 在较大角度下二者虽有数量级上的偏差而且有时符号相反, 但因 $p(\theta)$ 的绝对值已经很小, 对 (2) 式的积分贡献很小, 所以近似 (3) 仍然是相当好的. 将这里的图 1 与文 II 的图 1 相比较得知, $K=1$ 时 (3) 式的近似程度比 $K=0$ 时的稍差一些. 我们还对 $K=2$ 的 $p(\theta)$ 作了类似的计算和比较, 结果发现, 由于这时 $p(\theta)$ 没有振荡尾

巴, 近似值与严格值的符合程度比 $K = 1$ 时更好一些。

表 1 ^{44}Ti 核的五个 HF 态能量和单粒子波函数, 能量单位: MeV

序号	态	E_{HF}	K	k	$C_{7/2k}$	$C_{5/2k}$	$C_{3/2k}$	$C_{1/2k}$
1	长椭球	-22.921	0	1/2	0.829380	0.227498	-0.471426	-0.195274
2	扁椭球	-22.417	0	7/2	1.000000	0	0	0
3	$2p - 2h$ (长)	-21.134	0	1/2 3/2	0.935985 0.974486	0.026039 -0.139897	-0.338931 -0.175518	-0.091547 0
4	$1p - 1h$ (长)	-21.061	1	-1/2 3/2	0.929902 0.988106	0.107006 -0.078265	-0.333780 -0.132368	-0.111461 0
5	$1p - 1h$ (长)	-21.061	2	1/2 3/2	0.929902 0.988106	0.107006 -0.078265	-0.333780 -0.132368	-0.111461 0

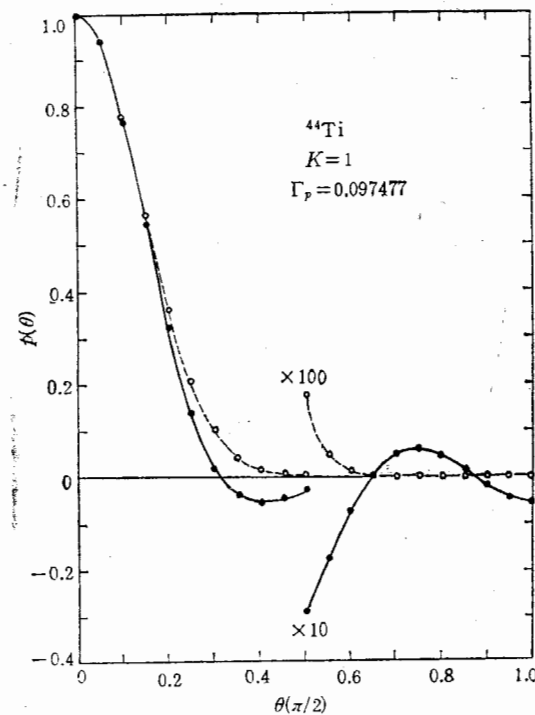


图 1 ^{44}Ti 核 $K = 1$ HF 态的 $p(\theta)$ 严格值(●)与近似值(○)的比较, 角度 θ 以 $\pi/2$ 为单位

(5)式表明, 投影态的能量由 Γ_h 和 Γ_p 通过投影积分(6)决定. Γ_p 由(4)式计算, Γ_h 被看作可调参量, 由实验能谱决定. 积分(6)用分区间复合高斯-勒让得求积法在电子计算机上计算. 显然, 对于一定的 J 值和 K 值, 各种原子核的投影积分值落在一条公共曲线上. 在文 II 中, 我们给出了 $K = 0, J = 0, 2, 4, 6, 8$ 和 10 的 $I_J(\Gamma) - \Gamma$ 曲线. 本文进一步给出 $K = 1, J = 1 - 11$ 的投影积分普适曲线, 如图 2 所示. 可以看出, 在 $K = 1$ 的情形下, 奇 J 能级与偶 J 能级的投影积分有不同的性质: 分别形成奇 J 和偶 J 两个准带结构. 而且只在 Γ_p 很小时才有接近于转动谱的能级顺序和间隔规则. 在较大的 Γ_p 值下, 投影能谱不具备转动谱特征. 在图 3 中作出了 Γ_p, Γ_h 分别取 0.01, 0.015, 0.18, 0.20 和 0.40, 0.45 三组数值时的 $K = 1$ 态投影能谱. 对于后两组值, 只给出了 J 为奇数的能

这! 数! 够, 是! 变

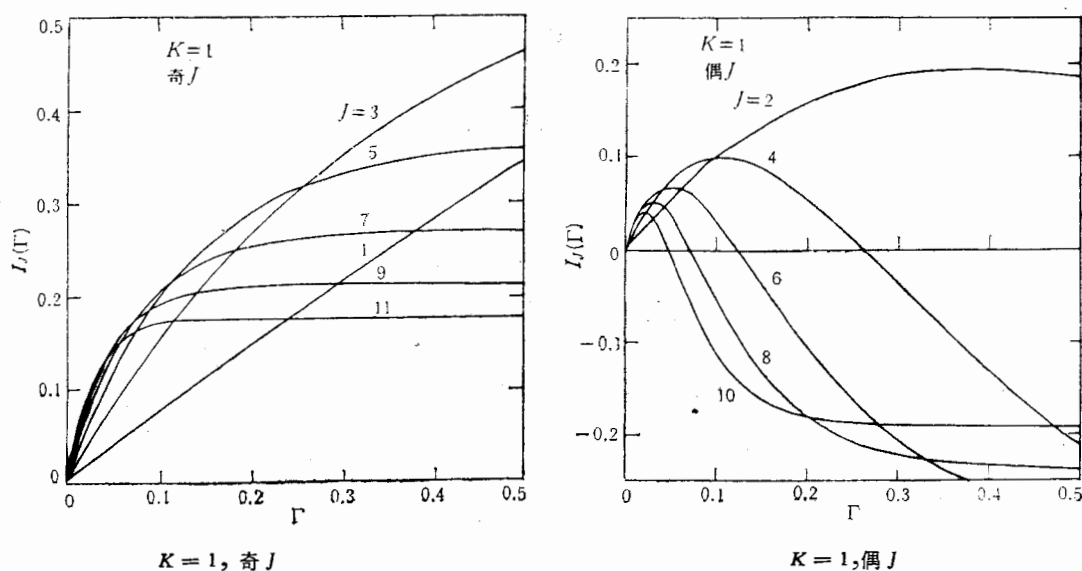


图 2 普适的 $K=1$ 投影积分对 Γ 的标绘

级. Γ_p 和 Γ_h 的严格计算结果表明, Γ_h 通常只略大于对应的 Γ_p , 故一当 Γ_p 决定之后, 从图

2 看出, 投影能谱的形状也就基本上决定了. 所以将 Γ_h 作为可调参量不会引入多大的任意性, 根据文 II (11) 式, 这种改变对应于中间态空间大小的改变或波函数的不同选择. 而得到的好处, 是大大缩短了计算时间和改善了理论谱与实验谱的符合程度, 足以弥补在理论完美性方面的损失.

现在研究 ^{44}Ti 和 ^{50}Ti 原子核的投影能谱, 并与实验谱进行比较. 首先讨论 ^{44}Ti 核. 我们计算了表 1 所列的五个 HF 态的投影能谱, 由 (4) 式计算的 Γ_p 和从实验能量定出的 Γ_h 值如下:

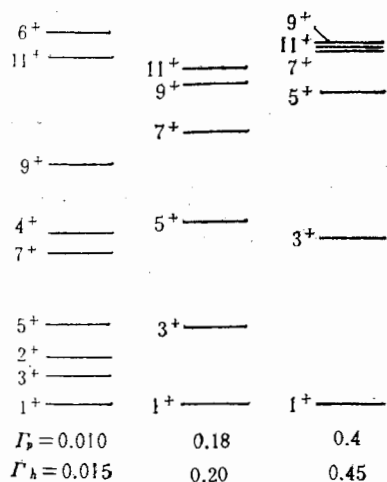


图 3 不同 Γ_p 值的典型 $K=1$ 态投影能谱

态序号	1	2	3	4	5
Γ_p	0.16247	0.28571	0.29277	0.09748	0.14290
Γ_h	0.1795	0.2982	0.3020	0.10395	0.1526

这里的态序号与表 1 中的相同. 图 4 给出了 ^{44}Ti 的投影能谱与实验能谱的比较. 实验数据取自文献 [3, 4, 5]. 根据 $E2$ 跃迁数据可以明确地定出 Y_{rast} 带, 由于实验数据不够, 激发带的划分相当困难. 但是, 为了便于与投影能谱的带结构比较, 在实验能谱中还是作了近似的带划分.

显然, 实验 Y_{rast} 带中的 8^+ 以上各态与 6^+ 以下各态可能具有不同的内部结构. 形变 HF 计算得到的 ^{44}Ti 核基态具有长椭球形状, 但其扁椭球内秉态的能量只比基态高

被
算
线
进
= 1
准
值
.20
能

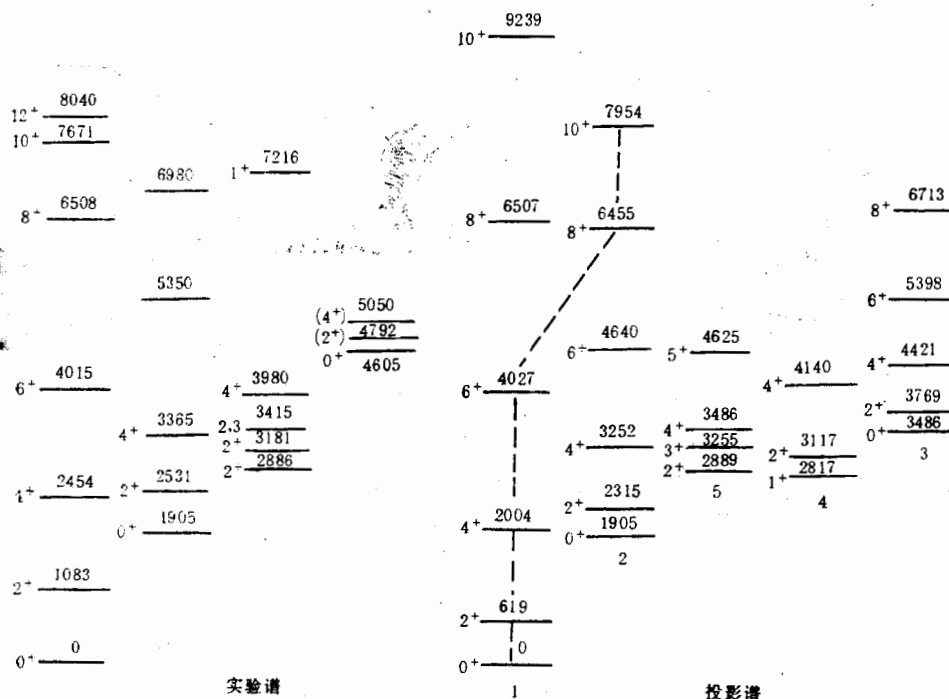


图 4 ^{44}Ti 核的 HF 投影能谱与实验能谱的比较。各投影带序号与表 1 中的相同。能量单位为 keV

500 keV 左右。投影能谱显示出 6^+ 态到 8^+ 态间有内部结构的跃变，即出现带交叉。这就解释了 8^+ 态与 10^+ 态之间为什么有反常的能级间距。与我们以前所作的 ^{44}Ti 核的 $(1f_{7/2})^4$ 纯组态壳模型计算^[6]和 s.d.g. IBM 计算^[7]相比较，投影能谱显示出一些优点：克服了壳模型谱中 4MeV 以下能级太少，第一 0^+ 激发态能量太高 (5.728 MeV，比实验值高 3.823 MeV) 的缺点；也克服了 s.d.g. IBM 谱中没有 10^+ 、 12^+ 和 1^+ 态，和第二 0^+ 激发态过低的缺点。但是投影能谱不能再现壳模型能够解释的 10^+ 态与 12^+ 态十分接近的现象，也不能解释为什么 1^+ 态能量高达 7.216 MeV。另外，第 0^+ 激发态的能量 (3.486 MeV) 仍比实验值 4.605 MeV 低 20% 以上。

为了解释 12^+ 态靠近 10^+ 态的现象，可以考虑另一次内部结构的跃变，即从扁椭球态向某一个 $2p-2h$ 态的过渡。

我们还计算了与 $K=1$ 内秉态简并的 $K=2$ 态的投影能谱，以解释实验谱中的 2.886 MeV 2^+ 态和 3.415 MeV ($J=2$ 或 3) 能级。角动量投影使前述简并解除。关于 $K=2$ 态的投影问题将另文详述。

现在转向 ^{50}Ti 能谱的讨论。计算了 ^{50}Ti 核的五个内秉态的投影能谱。这五个态的 HF 能量和单粒子波函数列于表 2。理论与实验谱的比较见图 5。实验数据取自文献 [8,9,10]。 ^{50}Ti 核的能谱有一些特别引人注目的地方：第一，它的 Yrast 带中的 0^+ 、 2^+ 、 4^+ 、 6^+ 四个态相互间的能级间距随 J 增大而减小；第二， 8^+ 态高出 6^+ 态 3MeV 以上，在 Yrast 带中形成一个大空隙；第三，有一个 3^+ 、 5^+ 、 7^+ 和 9^+ 能级系列，这在附近的偶偶核中还没有观测到过。

表 2 ^{50}Ti 核的五个 HF 态的能量(以 MeV 为单位)和单粒子波函数

序号	态	E_{HF}	K	k	$C_{1/2k}$	$C_{3/2k}$	$C_{5/2k}$	$C_{7/2k}$
1	扁椭球	-82.537	0	7/2	1.00000	0	0	0
				5/2	0.867539	-0.497368	0	0
				3/2	0.577104	0.050523	0.815107	0
				1/2	0.679331	-0.096029	0.605398	-0.403460
2	长椭球	-80.157	0	1/2	0.894656	-0.209626	-0.383848	-0.091148
				3/2	0.909463	-0.277945	-0.309222	0
				5/2	0.999999	0.001235	0	0
				7/2	1.00000	0	0	0
3	$2p-2h$ (长)	-80.005	0	1/2	0.895897	-0.314098	-0.307080	0.066426
				3/2	0.857141	-0.307890	-0.412933	0
				5/2	0.996345	-0.085424	0	0
				7/2	1.00000	0	0	0
4	$1p-1h$ (长)	-78.209	1	1/2	0.968025	-0.026627	0.248932	-0.015880
				3/2	0.974741	-0.036469	0.220343	0
				5/2	0.997824	-0.065937	0	0
				7/2	1.00000	0	0	0
5	$1p-1h$ (长)	-78.209	2	1/2	0.968025	-0.026627	0.248932	-0.015880
				3/2	0.974741	-0.036469	0.220343	0
				5/2	0.997824	-0.065937	0	0
				7/2	1.00000	0	0	0

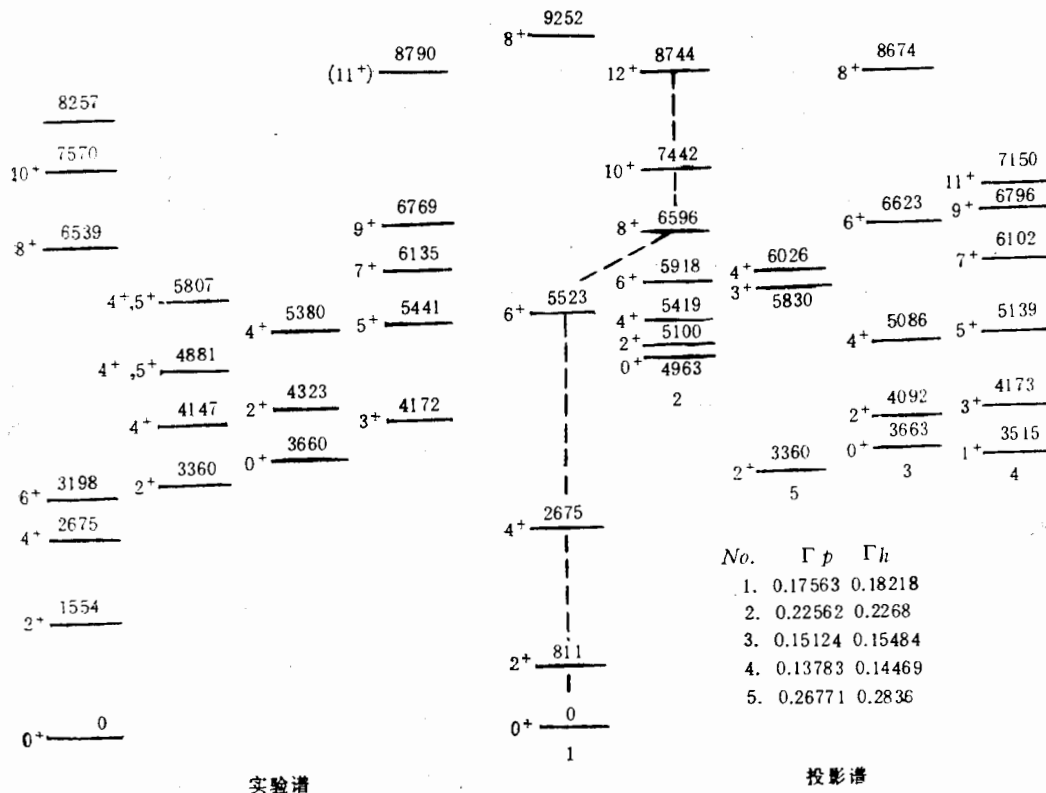


图 5 ^{50}Ti 核的 HF 投影能谱与实验能谱的比较, 各投影带序号与表 2 中的相同. 能量单位为 keV

态
36
2
的
献
、
在
核

从表 2 的数据看出, ^{50}Ti 的基态是扁椭球形的, 长椭球激发态比基态高 2.38 MeV. 基态投影谱的 2^+ 、 4^+ 和 6^+ 态与实验谱相差甚大. 这可作如下解释. 因为 ^{50}Ti 核的几个外围中子填满了 $1f_{7/2}$ 子壳, 所以实验谱中的 0^+ 到 6^+ 态是较纯的 $(1f_{7/2})^2$ 组态能谱. 而投影谱却具有集体转动性质. 但是 8^+ 以上能级与长椭球投影谱符合甚好, 而且 6^+ 态到 8^+ 态间的确出现结构变化: 从扁形向长形过渡. 同时, $K=1$ 内秉态投影谱中的奇角动量成员 3^+ 、 5^+ 、 7^+ 和 9^+ 态, 与实验谱中的对应能级符合得相当令人满意. 8.79 MeV 态的可能自旋是 11^+ , 从它与 9^+ 态的间距看, 这个态不大可能是 3^+ 到 9^+ 能级系列的成员, 而更象是 Yrast 带中的 12^+ 态. 这个奇角动量态系列的存在, 可认为是 $K=1$ 态投影能谱中奇自旋态与偶自旋态分别形成两个准带结构的有力证据.

$2p-2h(K=0)$ 态的投影能谱也找到了实验证据, 而且两者之间的符合也是满意的. 尽管对 ^{44}Ti 和 ^{50}Ti $K=2$ 投影谱与实验能谱的符合不够好, 但在我们关于 $^{46,48}\text{Ti}$ 的计算中, 情况却要好得多. 最后, 应该指出, Yrast 带中 6^+ 态的急剧降低, 也许可以用 6^+ 态之间的组态混合来解释.

根据文 II 和本文的讨论可知, 用高斯型函数代替投影矩阵元, 不仅对 $K=0$ 态而且对 $K=1$ 态都是一种好的近似. 而且, 用文 II 建议的单参量近似角动量投影方法得到的 ^{44}Ti 和 ^{50}Ti 的投影能谱, 能再现实验能谱的主要特点. 特别是 $K=1$ 态投影谱中奇角动量态与偶角动量态的分离, 得到了实验的证实.

参 考 文 献

- [1] 廖继志, 原子核物理, 7(1985), 338.
- [2] 廖继志, 原子核物理, $K=0$ 形变 HF 态的近似角动量投影, 待发表.
- [3] D. H. Kong-A-Siou et al., *Nucl. Phys.*, A197(1972), 568.
- [4] J. J. Simpson et al., *Phys. Rev.*, C12(1975), 468.
- [5] J. Britz et al., Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics, Edited by J. de Boer and H. J. Mang, Munich, 1973, p. 208.
- [6] 廖继志, 高能物理与核物理, 3(1979), 734.
- [7] 廖继志, 高能物理与核物理, 10(1986), 486.
- [8] D. E. Alburger et al., *Phys. Rev.*, C30(1984), 1005.
- [9] J. Styczen et al., *Nucl. Phys.*, A327 (1979), 295.
- [10] K. Lips et al., *Phys. Rev.*, C1(1970), 1009.

APPROXIMATE ANGULAR MOMENTUM PROJECTION OF THE DEFORMED HARTREE-FOCK STATE FOR $K=1$

LIAO JI-ZHI
(Sichuan University)

ABSTRACT

Using our approximate angular momentum projection method with one parameter, the projection spectra of the axially symmetric Hartree-Fock intrinsic states are studied. The approximate and the exact projection matrix elements are obtained and compared each other. The projection integrals for angular momentum $J=1$ to 11 are given. The energy spectra of the nuclei ^{44}Ti and ^{50}Ti are calculated, and the results coincide with the observed energy levels fairly well.

—
基
补
没
3+
量
可
更
中

的
算
态

且
的
动

and