

核力的短程排斥和参数

巫光汉

(四川大学原子核科学技术研究所)

摘 要

在两种参数下计算了 $(s, t) = (0, 1), (1, 0), t = 0.2NN$ 散射相移, 分析了 qq 相互作用中各项和各种交换过程对核力的短程排斥的贡献。

一、前 言

核子既然由夸克组成, 人们自然希望能用夸克-夸克相互作用来解释核子-核子相互作用。现有的工作多数集中在核力的短程部分, 这是因为无论唯象真实核力还是介子交换理论对这区域都无能为力。而夸克势模型最易于处理这一区域, 且可暂时避开不好处理的介子自由度。这两方面的情况就导致近年来用夸克势模型和介子理论分别处理核力的短程和中长程部分这种彼此互补的图象。已有的加上介子交换的夸克势模型的结果是令人鼓舞的^[1-3]。这些结果表明夸克势模型给出的核力的短程部份可能是合理的, 至少是一个良好的出发点。

近年来陆续开始对夸克势模型作较细致的分析, 例如文献[4]和[5], 前者用 Born-Oppenheimer 近似, 后者用了 W, K, B 近似。我们认为在没有更好的办法来构造等价定域势的现况下, 不如严格作共振群之类计算, 直接分析各种成分对相移的影响来考察此成分的贡献。

对夸克势模型给出的短程核力的分析有两个方面: 一是分析 Fermi-Breit 势及各项囚禁势的贡献; 二是分析 Pauli 原理的影响, 亦即反对称效应。

我们采取的方法是唐等^[6]分析复杂核散射反对称效应时所用的方法, 即直接从相移考察不同粒子交换数 ν 和不同交换类型 q 的贡献。

对于我们考察的核子-核子体系来说, 因两团的对称性质, ν 只需考虑 0 和 1 两个值。又因色生成元对色单态的平均值为 0, 所以与 $\nu = 0$ 相应的相互作用的直接项对两核子之间的相互作用没有贡献; 而只有图 3 (a) 贡献于各个核子内部势能, 这样相互作用只有 $\nu = 1$, 即一个粒子交换部分需要分析。注意重叠和动能则既有直接项又有单夸克交换项, 如图 1, 2。文献[7]曾讨论过略去相互作用仅有重叠和动能的情形, 下面我们将重复这种计算。

这里所谓交换类型 q , 唐^[6]是根据相互作用的粒子是否交换来划分的。我们^[8]曾讨论

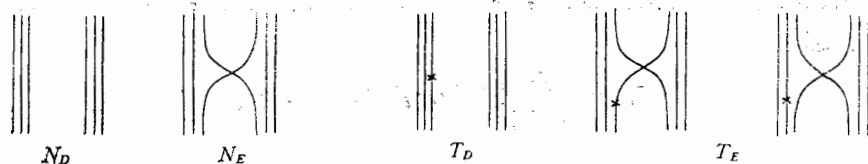


图 1 重叠

图 2 动能 * 表示动能算符

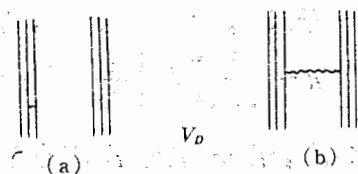


图 3 直接项 ~~~~ 表示单胶子交换相互作用

过唐的分法和生成坐标核中两体矩阵元中的宗量 $\rho = R_A - R_B + R_C - R_D$ 的 $\rho = 0$, $r - r'$, $r + r'$, r 和 r' 的关系。在图 4 中我们给出这些分法和 Oka-Yazaki^[12] 及 Holinde^[14] 的图形和标记的关系。注意在现在这种两团相同的情况下,唐的 d 类和 e 类相同,而 GCM 的 r 类的矩阵元的解析表达式中以 r' 代 r 即得 r' 类的表达式。由于 GCM 核是对称的,因此我们认为对于我们所考虑的两核子体系,区分这两类是没有意义的。加之 d 类和 e 类之和等于 r 类和 r' 类之和,因此本文只考虑这种和的贡献,即是说只考虑 $\rho = 0$, $r - r'$, $r + r'$ 和 r 及 r' 四类并用: 0 , $r - r'$, $r + r'$, r 及 r' 来标志它们。

oka-Yazaki ^[12]	II	IV	III	III'	I
Holinde ^[14]	c	d	e	f	g
唐尧千 ^[6]	b	c	d	e	a
GCM	$r - r'$	$r + r'$	r	r'	0
本文	$r - r'$	$r + r'$	r 及	r'	0

图 4 交换类型

二、计算公式和方法

理论框架我们采用 Canto-Brink 变分方法^[9],它与共振群方法及其他微观散射理论的等价性见文献 [10]。相移 δ_l 的计算公式是:

$$\delta_l = \tan^{-1} \left[\frac{k \cdot F'_l(ka) - L_l F_l(ka)}{k G'_l(ka) - L_l G_l(ka)} \right], \quad (1)$$

其中 $k = \sqrt{2\mu\varepsilon}/\hbar$, μ 是约化质量, m 是夸克质量, ε 是核子间相对运动质心系能量,

$F_l(kx)$ 、 $G_l(kx)$ 是通常库伦波函数, a 是内区和外区的分界点, L_l 是在该点上的对数导数, l 标志角动量

$$L_l = 1 / \sum_{ij} \Gamma_l(a, r_i) Q_{ij}^{-1} \Gamma_l(a, r_j). \quad (2)$$

其中

$$\Gamma_l(l, r) = 4\pi x r \left(\frac{2\gamma}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\gamma(x^2+r^2)} i_l(2\gamma x r), \quad \gamma = \frac{3}{4} \frac{1}{b^2} \quad (3)$$

b 是谐振子宽度参数, x 是两核子距离, r 是生成坐标, $i_l(x)$ 是虚宗量球 Bessel 函数.

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} K_{ij} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \int_a^\infty dx \left[\frac{d}{dx} \Gamma_l(x, r_i) \frac{d}{dx} \times \Gamma_l(x, r_j) + \Gamma_l(x, r_i) W(x) \Gamma_l(x, r_j) \right], \quad (4)$$

这里

$$W(x) = l(l+1)/x^2 - k^2, \quad (5)$$

$K_{ij} = K_l(r_i, r_j)$ 是通常生成坐标核.

这里所用的夸克间相互作用是:

$$v_{ij} = (\lambda_i - \lambda_j) [f(x_{i-j}) - (\sigma_i \cdot \sigma_j) g(x_{ij})] \quad (6)$$

其中

$$f(x) = -ax + \frac{\alpha_s \hbar c}{4} \frac{1}{x} - \frac{\alpha_s \pi (\hbar c)^3}{4m^2 c^4} \delta(x) \quad (7)$$

$$g(x) = -\frac{\alpha_s \pi (\hbar c)^3}{6m^2 c^4} \delta(x) \quad (8)$$

λ_i 是第 i 个夸克的色生成元, x_{ij} 是 i, j 二夸克的距离, σ_i 是第 i 个夸克的自旋算符, a 是囚禁强度(别与前面分界点相混), α_s 是夸克-胶子耦合常数. 以下分别称 $f(x)$ 中各项为囚禁项, 库伦项和色电项, 称 $g(x)$ 为色磁项.

体系哈密顿为

$$H = T + V,$$

其中

$$T = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} - T_G,$$

$$V = \sum_{i < j} v_{ij}.$$

由此可推得生成坐标核:

$$\begin{aligned} K_l(r, r') = & \frac{2}{9} \pi r r' e^{-\frac{3}{8b^2}(r^2+r'^2)} \left\{ 18 \left[T_0 \left(1 - \frac{r^2+r'^2}{4b^2} + \frac{2}{3} l \right) - \varepsilon \right] i_l \left(\frac{3rr'}{4b^2} \right) \right. \\ & + 2 \left[T_0 \left(1 - \frac{r^2+r'^2}{4b^2} + \frac{2}{3} l \right) - \varepsilon \right] i_l \left(\frac{rr'}{4b^2} \right) \\ & \left. + T_0 \frac{rr'}{b^2} \left[9i_{l+1} \left(\frac{3rr'}{4b^2} \right) + \frac{1}{3} i_{l+1} \left(\frac{rr'}{4b^2} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{16}{3} \left(\frac{1}{2\pi b^2} \right)^{\frac{1}{2}} b^2 \left[(-F(0) + F(R) + F(R') + 7(G(0) \right. \\
& + G(R) + G(R')) \Big] i_1 \left(\frac{rr'}{4b^2} \right) - \int_{-1}^1 d\mu P_1(\mu) \frac{1}{4} e^{\frac{rr'\mu}{4b^2}} (F(r-r') \\
& + F(r+r') - c_1 G(r-r') - c_2 G(r+r')) \Big] \Big\}, \quad (9)
\end{aligned}$$

其中, $(s, t) = (0, 1)$ 时 $c_1 = 31, c_2 = 0$; $(s, t) = (1, 0)$ 时, $c_1 = 19, c_2 = 2$; 此外,

$$T_0 = \frac{3}{4} \frac{(\hbar c)^2}{m c^2 b^2}$$

$$F(\rho) = \left[\alpha_s \frac{\hbar c}{b^2} - a \left(4 + \frac{\rho^2}{b^2} \right) \right] ER \left(\frac{\rho^2}{8b^2} \right) - \left(8a + 6 \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{12m^2 c^4 b^4} \right) e^{-\rho^2/8b^2}, \quad (10)$$

$$G(\rho) = -4 \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{12m^2 c^4 b^4} e^{-\rho^2/8b^2}. \quad (11)$$

注意 ρ 的取值与图 4 的交换类型相对应, 且

$$ER(x) = \sqrt{\pi/x} \exp(\sqrt{x}), \quad ER(0) = 2.$$

实际计算所用的分点数目为 8, 最外一个生成坐标 r_{\max} 和内外区分界点 a 均为 3fm. 我们曾对计算结果就上述三个参数的稳定性作了考察, 结论是肯定的. 用文献 [16] 的参数计算所得的相移曲线与该文完全一致.

三、参 数

从 (9) 式可以看出共有四个参数: 夸克质量 m , 谐振子宽度 b , 囚禁强度 a 和夸克-胶子耦合常数 α_s .

首先, 我们赞同 Faessler^[2] 的观点, 即考虑有关参数时必须顾及稳定条件:

$$\frac{\partial}{\partial b} M_N c^2 = 0 \quad (12)$$

其次从核子动能算符的非相对论形式:

$$T = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_i m_i c^2 \quad (13)$$

分离出质心动能得:

$$T = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2M} \sum_{i < j} \left(\frac{p_i}{m_i} - \frac{p_j}{m_j} \right) m_i m_j + M c^2, \quad (13')$$

可见与质心动能相关的夸克集团的质量 M 是各夸克质量之和. 这事实与相互作用无关, 因此可以认为非相对论运动学决定了

$$M c^2 = \sum_i m_i c^2, \quad (14)$$

忽略 u, d 夸克的质量差别, 则有

$$M c^2 = 3m c^2. \quad (14')$$

我们将根据以上两点确定参数。容易证明核子和 Δ 共振的能量表达式为:

$$M_{Nc^2} = 3mc^2 + \frac{3(\hbar c)^2}{\partial mc^2 b^2} - 4f\omega \frac{\alpha_s \hbar c}{\sqrt{2\pi} b} + 32a \frac{b}{\sqrt{2\pi}} + \frac{1}{3} u \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{\sqrt{2\pi} m^2 c^4 b^3}, \quad (15)$$

$$M_{\Delta c^2} = 3mc^2 + \frac{3(\hbar c)^2}{2mc^2 b^2} - 4f\omega \frac{\alpha_s \hbar c}{\sqrt{2\pi} b} + 32a \frac{b}{\sqrt{2\pi}} + \frac{5}{3} u \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{\sqrt{2\pi} m^2 c^4 b^3}, \quad (16)$$

其中

$$u = 3f\delta - 2g\delta.$$

$f\omega$, $f\delta$ 和 $g\delta$ 是在夸克相互作用中添加的库伦项、色电项和色磁项的系数, 以便计算中借调节 a , $f\omega$, $f\delta$ 和 $g\delta$ 来分别考察囚禁项, 库伦项色电项和色磁项的影响. 如果 $f\omega$, $f\delta$ 和 $g\delta$ 都取为 1, $u = 1$ 则回到原来的情况; $f\delta = 0$, $u = -2g\delta = -2$ 对应于不含色电项的情况.

将(14')式和(12)式用之于核子的能量表达式(15)得:

$$\frac{3}{2} \frac{(\hbar c)^2}{mc^2 b^2} - 4f\omega \frac{\alpha_s \hbar c}{\sqrt{2\pi} b} + 32 \frac{ab}{\sqrt{2\pi}} + \frac{1}{3} \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{\sqrt{2\pi} m^2 c^4 b^3} u = 0, \quad (17)$$

$$\frac{3}{2} \frac{(\hbar c)^2}{mc^2 b^2} - 4f\omega \frac{\alpha_s \hbar c}{\sqrt{2\pi} b} - 32 \frac{ab}{\sqrt{2\pi}} + \frac{\alpha_s (\hbar c)^3}{\sqrt{2\pi} m^2 c^4 b^2} u = 0. \quad (18)$$

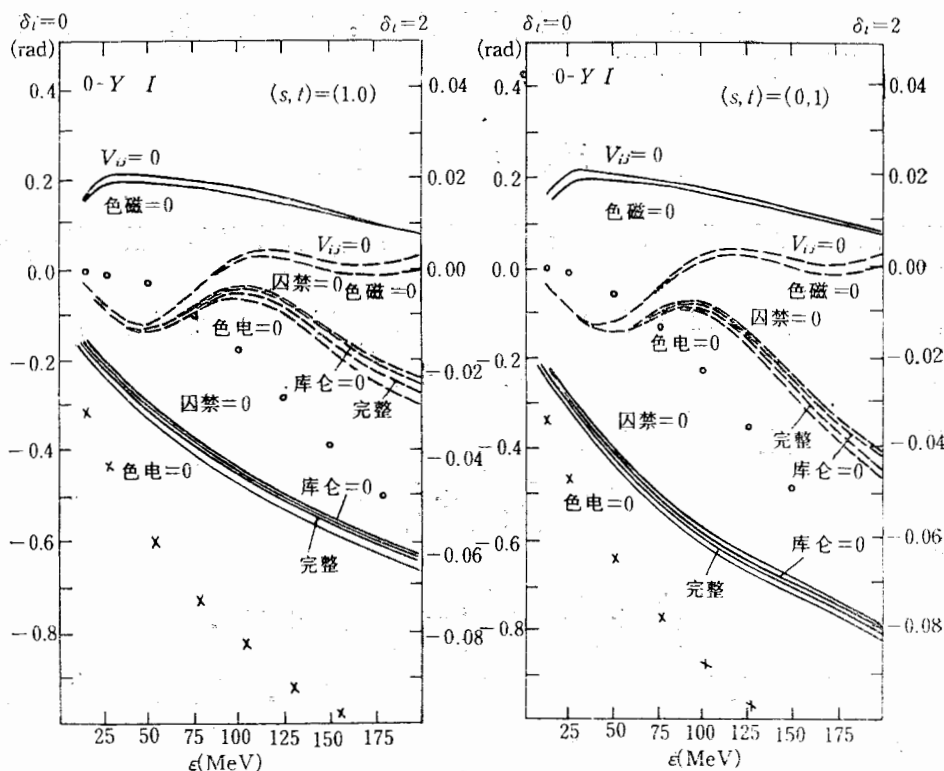


图 5

0-Y1 参数^[1, b]下夸克势中各项的贡献

— $l = 0$ \circ $l = 2$ (小一数量级)

而 (16) 式和 (15) 式之差直接给出:

$$\alpha_s = \frac{3}{4} \sqrt{2\pi} \frac{m^2 c^4 b^3}{(\hbar c)^3} \Delta M c^2. \quad (19)$$

由以上三式可解得:

$$b = \frac{\hbar^2}{2m} A^{\frac{1}{2}}, \quad (20)$$

$$a = \frac{\sqrt{2\pi}}{32} \frac{m}{\hbar A^{\frac{1}{2}}} \left(6 \frac{m}{A} + u \frac{\Delta M}{2} \right), \quad (21)$$

其中

$$A = \frac{u}{3f\omega} + \sqrt{\left(\frac{u}{3f\omega}\right)^2 + \frac{12m}{f\omega\Delta M}}. \quad (22)$$

这样 m, b, a 和 α_s 均已表为核子能量和 Δ 与核子能量差的函数。我们取 $M_N c^2 = 939 \text{ MeV}$, $\Delta M c^2 = 293 \text{ MeV}$, 则得到 $M c^2 = 313 \text{ MeV}$, $b = 0.6248 \text{ fm}$, $a = 39.144 \text{ MeV/fm}$ 和 $\alpha_s = 1.7133$ 。注意在计算中为考察某项影响而改变 $f\omega, f\delta, g\delta$ 时, b, a 和 α_s 将发生变化。由于 (22) 式, $f\omega$ 不能为 0, 但可取充分小的值以考察其影响。

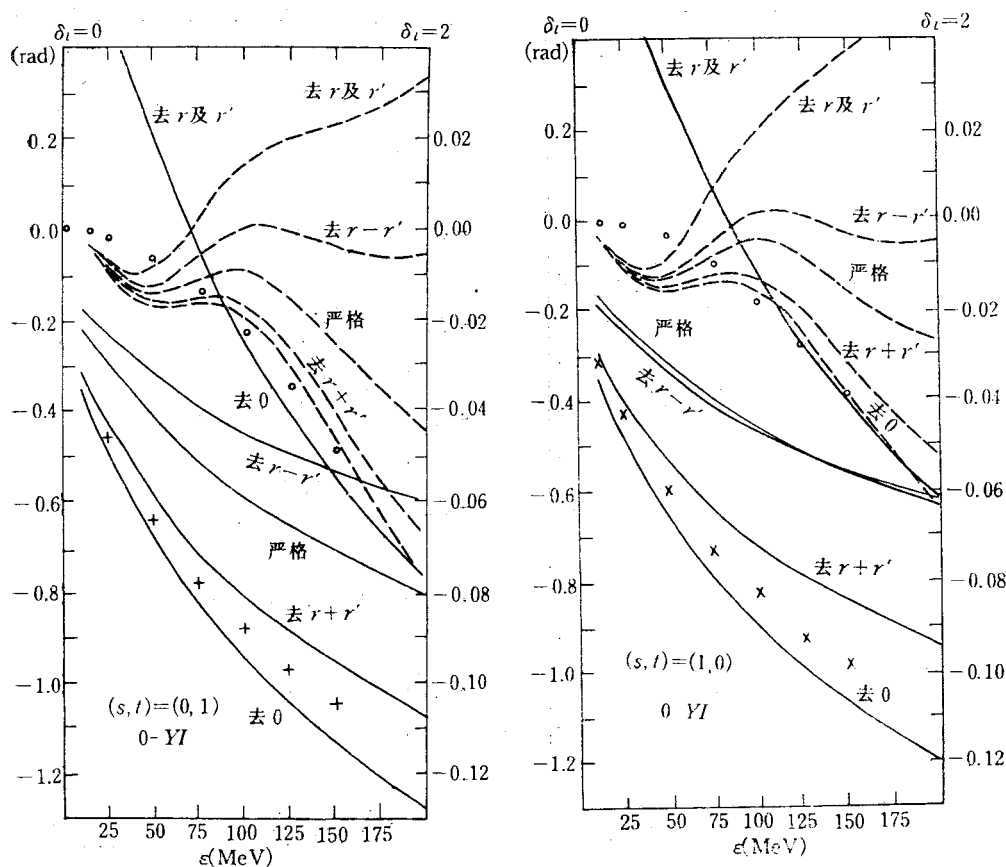


图 6

0-Y1^[1b] 参数下各种交换类型的贡献

四、计算结果

本文用 $0-YI^{[1b]}$ 的参数和上节导出的参数分别计算了 $(s, t) = (0, 1), (1, 0); l = 0, 2$ 的核子-核子弹性散射相移, 分别绘于图 5 至图 8.

1. 夸克势中各项的贡献

显而易见, 不论哪组参数, 不论 (s, t) 和 l 为何值, v_{ij} 中不同成份导致的相移曲线可以分为截然不同的相去甚远的两组. 第一组包括囚禁=0, 库伦=0, 色电=0 和完整; 第二组包括 $v_{ij} = 0$ 和色磁=0. 同一组中各曲线很接近, 这说明囚禁, 库伦和色电中某一项或几项都影响不大, 且没有色磁项就得不到明显的排斥心. 总之, v_{ij} 中唯有色磁项对核力的短程排斥至关重要.

$v_{ij} = 0$ 的曲线相当于文献 [7] 所考虑的反对称效应. 这时相移之所以发生, 只能来自 Pauli 原理所导致的交换项, 具体说就是重叠和动能的交换核. 如果进而略去这些交换

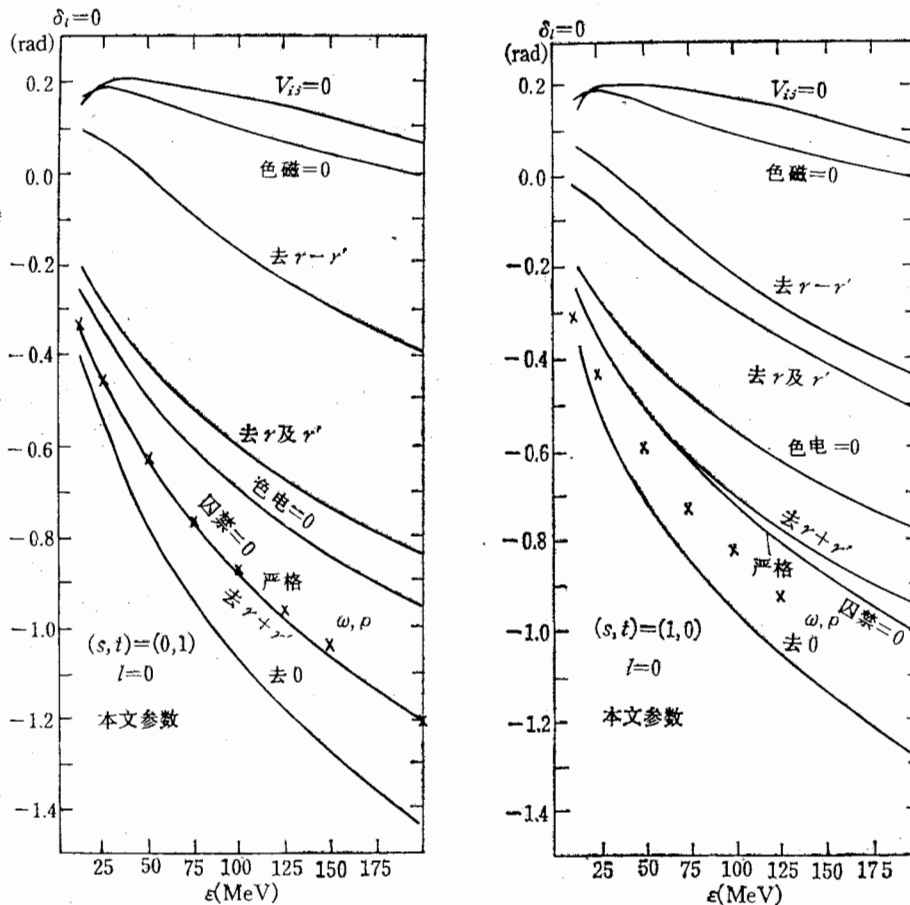


图 7

我们参数相移曲线 ($l=0$)

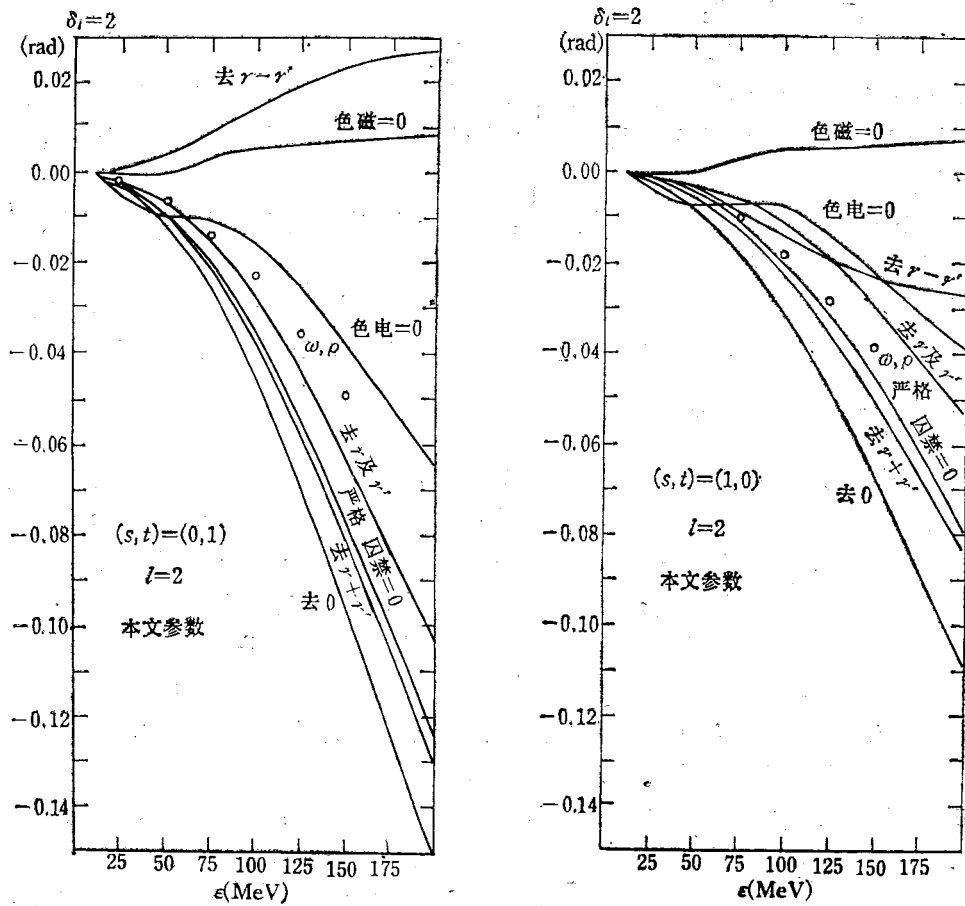


图 8

我们参数相移曲线 ($l=2$)

核, 当然无相移发生。总之没有夸克势还有相移, 我们称之纯交换效应。这纯交换效应产生的相移曲线有如下特征: 在低能部分有一个明显的极值, 这个极值对 $l=0$ 是极大值, 对 $l=2$ 是极小值; $l=0$ 的相移恒为正, 直到 200 MeV 尚不能忽略, 这对应于吸引势, $l=2$ 的相移低能时为负, 对应于排斥势。

因此对通常所说:“短程排斥是 Pauli 原理和色磁相互作用共同效应”的理解应当小心。以下的说法是正确的: 如果没有 Pauli 原理则无任何相移, 顾及 Pauli 原理后, 只消色磁相互作用即可得到和完整相互作用相近的短程排斥。但如果理解为纯交换效应和色磁项都一样起排斥作用, 则是不对的。

显然我们的结果和文献 [5a] 是有区别的。该文图 4, 5 中库伦 (C) 和平方囚禁 (Q) 特别触目, 而我们结果却是库伦项和线性囚禁的贡献都颇小, 至于平方囚禁则如文献 [1a] 所述, 不应对散射有任何贡献。

2. 各种交换类型的贡献

总的说来, 各种交换类型的贡献随参数, 随 (s, t) 和 l 的变化似乎比较复杂, 但从仅

有的计算看来,有如下规律:

1. 0类总是贡献吸收,且总是吸收中最强者。

2. $r - r'$ 类和 r 及 r' 类总是贡献排斥。对我们的参数说来前者的贡献总是大于后者,但对于0-Y的参数则刚好相反。而且 r 及 r' 类的行为似乎与其他各类不一致,显得过强过陡。

3. $r + r'$ 类在本文的参数下贡献很小,但在0-Y的参数下则贡献不小的吸引。

对于这些,我们还不能予以解释。

原子核散射常能忽略某些类型而不对结果产生明显的影响^[6,8]。现在看来,对于核子散射似乎无此可能,当然,如果本文所建议的参数可信,则 $r + r'$ 显然可以略而不计。

3. 与 (s, t) , l 以及参数的关系

i 关于 (s, t) 。首先在1.中所说的第二组含 $v_{ij} = 0$ 和色磁=0两条曲线,并不依赖于 (s, t) 。这是由于在生成坐标核即(9)式中:①重叠和动能核与 (s, t) 无关;②相互作用核中仅来自色磁项的 $G(r - r')$ 和 $G(r + r')$ 通过其系数 c_1 和 c_2 和 (s, t) 发生关系。其次,其他诸曲线,一般说来 $(s, t) = (0, 1)$ 的低于 $(s, t) = (1, 0)$ 的,这当然只能是 c_1 和 c_2 竞争的结果。总之自旋单态的短程排斥较三态强,这和介子交换理论的结果是一致的。

ii 关于 l 。显然可见 $l = 2$ 的曲线有随能量呈扇形展开的特征,这与 $l = 0$ 的情况不同,但是各曲线的次序是相同的。

iii 关于参数。本文建议的参数较之0-Y参数的结果有如下几点区别:

① 色电项从0-Y时的小的吸引变成较强的排斥作用;囚禁项的影响进一步变小,以致在图上和严格解无法区分,这是可以预期的。因本文的囚禁强度 a 最小。② 去 $r - r'$ 类的贡献增大;去 r 及 r' 类曲线不再那样陡峭。③ $l = 2$ 的曲线不再呈现不甚合理的振荡结构。④ 与 ω, ρ 介子交换的结果相当接近。

五、小 结

本文较详细地计算了两组参数下, $(s, t) = (0, 1), (1, 0), l = 0, 2$ 核子-核子散射相移;系统地分析了夸克相互作用的各项和各种交换类型的贡献,借以求得对核力的短程排斥的进一步的理解。我们所用的方法是分析原子核散射的反对称效应时行之有效的方法,因此,我们认为所得结论是较为可信的。

本文所导出的参数自由。探讨各成分的贡献时,该参数能在一定程度上自动调节使得核子和 Δ 共振的质量与实验相符,且总是满足稳定条件。此外,该参数具有相移曲线不存在振荡结构和介子交换理论中 ω, ρ 介子贡献的相移相近的优点,看来这参数可能有某种合理性。

参 考 文 献

[1] M. Oka and K. Yazaki,

- a. *Phys. Lett.*, **90B**(1980), 41; *Prog. Theor. Phys.*, **66**(1981), 557, 572.
b. *Nucl. Phys.*, **A402**(1983), 477.
- [2] A. Faessler et al., a. *Phys. Lett.*, **112B**(1982), 477; b. *Phys. Lett.*, **124B**(1983), 145; c. *Nucl. Phys.*, **A402**(1983), 555.
- [3] M. Harvey, a. *Nucl. Phys.*, **A352**(1981), 301, 326; b. In Clustering Phenomena in Nuclei, Tubingen, (1981); c. In NN-Nmbp Summer School, Changchun, China (1983).
- [4] a. K. Holinde, *Nucl. Phys.*, **A415**(1984), 477. b. G. Elster and K. Holinde, *Phys. Lett.*, **136B**(1984), 135.
- [5] Y. Suzuki and K. T. Hecht, a. *Phys. Rev.*, **C27**(1983), 299; b. *Phys. Rev.*, **C28**(1983), 1458.
- [6] M. Lemere, D. J. Stubeda, H. Horiuchi and Y. C. Tang, *Nucl. Phys.*, **A320**(1979), 449. M. Lemere, Y. Fujiwara, Y. C. Tang and B. Q. K. Liu, *Phys. Rev.*, **C26**(1982), 1847.
- [7] 王凡, 和音, 高能物理与核物理, **5**(1981), 352.
- [8] 巫光汉, 杨代伦, 杨世俊, 黄种桂, 生成坐标方法 (GCM) 研究反对称效应, 高能物理与核物理, 待发表.
- [9] L. E. Canto and D. M. Brink, *Nucl. Phys.*, **A279**(1977), 85.
- [10] 巫光汉, 杨代伦, 中国科学 A 辑, 1982 年 12 期, 1112 页.
- [11] S. Ohta, M. Oka, A. Arima and K. Yazaki, *Phys. Lett.*, **119B**(1982), 35.
- [12] K. Holinde, *Phys. Lett.*, **136B**(1984), 135.

SHORT-RANGE REPULSION AND PARAMETERS OF NN INTERACTION

WU GUANG-HAN

(*Institute of Nuclear Science and Technology, Sichuan University*)

ABSTRACT

After evaluating NN^{*} scattering phase-shifts of $(s, t) = (0, 1), (1, 0), l = 0, 2$ with two sets of parameters, the contributions of specific terms of qq interaction or specific exchange mechanisms to the short-range NN interaction are analyzed.