

能量倍增器

任文彬 李广林 颜斌山
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

本文推导了由于速调管输出脉冲功率波形顶部呈线性变化时, 能量倍增器的增益以及它的固有能散对瞬态束流负载引起的能散补偿。

文献[1][2]对能量倍增器的工作原理作了详细介绍, 那里假定速调管的输出脉冲功率波形是理想的方波, 但往往速调管的输出脉冲功率波形只是近似的方波, 平顶有某些下降或上升。本文就是研究当速调管的输出脉冲功率波形平顶呈线性变化时, 和行波加速管配合运行的能量倍增器的增益。

假定来自速调管的电场波脉冲顶部可表示为:

$$E_K = E_K(0) \left(1 - \theta \frac{t}{T_{RF}} \right), \quad 0 \leq t \leq T_{RF} \quad (1)$$

式中 θ 是电场波脉冲平顶上升或下降因子。规定下降取正号, 上升取负号。 T_{RF} 是速调管输出脉冲宽度。类似于文献[1]的处理, 考虑到(1)式, 在三个不同时间间隔 A, B, C 内(见图1), 加速管中的电场可分别表示为:

$$E_L(A) = \left(\alpha - \alpha e^{-\frac{t}{T_c}} \right) \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} - \alpha \theta \frac{t}{T_{RF}} - \left(1 - \theta \frac{t}{T_{RF}} \right) \right) \quad (2)$$

$$E_L(B) = \left[\gamma e^{-\frac{t-t_1}{T_c}} - \alpha \left(1 - \theta \frac{t}{T_{RF}} + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) \right] + \left(1 - \theta \frac{t}{T_{RF}} \right) \quad (3)$$

$$E_L(C) = \left[\gamma e^{-\frac{t_2-t_1}{T_c}} - \alpha \left(1 - \theta \frac{t_2}{T_{RF}} \right) \right]$$

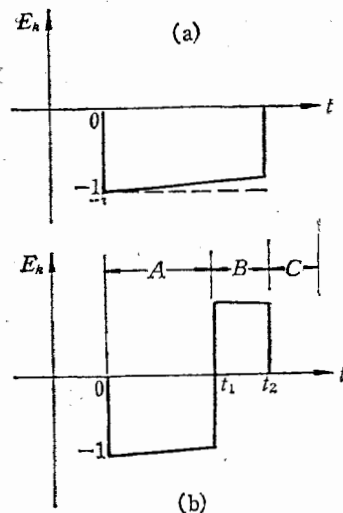


图 1

(a) 假定速调管高频输出波形
(b) 不同时间间隔速调管输出
高频脉冲波形

$$+ \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \left. \right] e^{-\frac{t-t_2}{T_c}} \quad (4)$$

式中 $\gamma = \alpha \left[2 \left(1 - \theta \frac{t_1}{T_{RF}} + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) e^{-\frac{t_1}{T_c}} \right]$, $\alpha = \frac{2\beta}{1+\beta}$, β —贮能腔耦合系数, $T_c = \frac{2Q_0}{\omega(1+\beta)}$, 以上诸式已定义 $E_K(0) = 1$.

下面我们就行波等梯度加速管和行波等阻抗加速管来分别讨论.

(1) 行波等梯度加速管中的场由 $E(z, t) = E[0, t - \Delta t(z)]$ 给出. 式中 $\Delta t(z)$ 是波从加速管入口传到加速管 z 处所需时间. 等梯度加速管中波的群速

$$v_g = v_{g0} \left(1 - g \frac{z}{L} \right), \text{ 因而有}$$

$$\Delta t(z) = \int_0^z \frac{dz}{v_g} = \int_0^z \frac{dz}{v_{g0} \left(1 - \frac{z}{L} \right)}$$

定义 $z' = \frac{z}{L}$, L 为加速管长度, g 是一常数, 对于 BEPC 加速管 $g = 0.681$, 因而上面积分可写作

$$\Delta t(z) = T_a [\ln(1 - gz') / \ln(1 - g)]$$

式中 $T_a = \Delta t(1) = \frac{L}{g v_{g0}} \ln \frac{1}{1-g}$ 为加速管填充时间. 由于从能量倍增器和速调管输出的合成波在加速管中传播, 因此在不同时刻进到加速管的波形是不一样的, 这样(2)(3)(4)式中的 t 用 $t - \Delta t(z)$ 代替. 这样一来, 上三式又可写成:

$$E(A) = \left\{ \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - \left[1 - \frac{\theta t}{T_{RF}} (1 - \alpha) \right] \right\}$$

$$- \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) e^{-\frac{t}{T_c}} \cdot (1 - gz')^p$$

$$- \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1 - \alpha)}{\ln(1 - g)} \ln(1 - gz') \quad (5)$$

$$E(B) = \gamma e^{-\frac{t-t_1}{T_c}} \cdot (1 - gz')^p - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) \right.$$

$$\left. + \theta \frac{t}{T_{RF}} (1 - \alpha) - 1 \right] + \frac{T_a}{T_{RF}}$$

$$\times \frac{\theta(1 - \alpha)}{\ln(1 - g)} \ln(1 - gz') \quad (6)$$

$$E(C) = \left[\gamma e^{-\frac{t-t_1}{T_c}} - \alpha \left(1 - \theta \frac{t_2}{T_{RF}} + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) e^{-\frac{t-t_2}{T_c}} \right] \cdot (1 - gz')^p \quad (7)$$

必须指出, 在使用了能量倍增器后, 沿加速管的场形具有不连续性. 它们是与在加速器入口处作为时间函数的场形在 $t_d = 0$, t_1 和 t_2 时场的不连续性相对应的. 也就是说在 $z =$

0 处输入波在时刻 t_d 出现不连续, 将使得场在加速管的 z'_d 就出现不连续. 因为波从 $z = 0$ 传到 z'_d 所需的时间为 $\Delta t = t - t_d$, 因而就有:

$$z'_d = \frac{1}{g} [1 - (1 - g)^{t-t_d}] \quad (8)$$

这里 $t' = \frac{t}{T_a}$. 加速电压是对场从 $z' = 0$ 到 $z' = 1$ 的积分. 仿照文献[2], 对速调管输出功率脉冲波形 A, B, C 的三个时间间隔, 加速管中建立的电压是:

(i) 时间间隔 A

当 $0 < t' < 1$ 时

$$V = \int_0^{z'_d} E(A) dz' \quad (9)$$

(5)式代入(9)式后得:

$$\begin{aligned} V = & \left\{ \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - \left[1 - \frac{\theta t}{T_{RF}} (1 - \alpha) \right] \right\} z'_d \\ & - \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) e^{-\frac{t}{T_c}} \cdot \frac{1 - (1 - g z'_d)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} \\ & + \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1-\alpha)}{\ln(1-g)} \cdot \frac{1}{g} [(1 - g z'_d) \ln(1 - g z'_d) + g z'_d] \end{aligned} \quad (10)$$

当 $1 < t' < t'_1$ 时

$$V = \int_0^1 E(A) dz' \quad (11)$$

(5)式代入(11)式后得:

$$\begin{aligned} V = & \left\{ \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - \left[1 - \frac{\theta t}{T_{RF}} (1 - \alpha) \right] \right\} \\ & - \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) e^{-\frac{t}{T_c}} \cdot \frac{1 - (1 - g)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} \\ & + \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1-\alpha)}{\ln(1-g)} \cdot \frac{1}{g} [(1 - g) \ln(1 - g) + g] \end{aligned} \quad (12)$$

(ii) 时间间隔 B

当 $t'_1 < t' < t'_2$ 时

$$V = \int_0^{z'_d} E(B) dz' + \int_{z'_d}^1 E(A) dz' \quad (13)$$

(5),(6)式代入(13)式后得到:

$$\begin{aligned} V = & r e^{-\frac{t-t_1}{T_c}} \cdot \frac{1 - (1 - g z'_d)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) \right. \\ & \left. + \theta \frac{t}{T_{RF}} (1 - \alpha) - 1 \right] \cdot (2z'_d - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1-\alpha)}{\ln(1-g)} \cdot \frac{1}{g} [2\{(1-gz'_d)\ln(1-gz'_d) \\
& + gz'_d\} - (1-g)\ln(1-g) - g] + \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}\right) e^{-\frac{t}{T_c}} \\
& \cdot \frac{(1-g)^{1+\nu} - (1-gz'_d)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} \quad (14)
\end{aligned}$$

(iii) 时间间隔 C

当 $t'_2 < t' < t'_2 + 1$ 时

$$V = \int_0^{z'_d} E(C) dz' + \int_{z'_d}^1 E(B) \alpha z' \quad (15)$$

(6)(7)式代入(15)式后得到:

$$\begin{aligned}
V & = \left[\gamma e^{-\frac{t_2-t_1}{T_c}} - \alpha \left(1 - \theta \frac{t_2}{T_{RF}} + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}\right) \right] e^{-\frac{t-t_2}{T_c}} \\
& \cdot \frac{1 - (1-gz'_d)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} + \gamma e^{-\frac{t-t_1}{T_c}} \\
& \cdot \frac{(1-gz'_d)^{1+\nu} - (1-g)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}\right) \right. \\
& \left. + \theta \frac{t}{T_{RF}} (1-\alpha) - 1 \right] (1-z'_d) - \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1-\alpha)}{\ln(1-g)} \\
& \cdot \frac{1}{g} [(1-g)\ln(1-g) - (1-gz'_d)\ln(1-gz'_d) \\
& + g(1-z'_d)] \quad (16)
\end{aligned}$$

当 $t' > t'_2 + 1$ 时

$$V = \int_0^1 E(C) dz' \quad (17)$$

(7)式代入(17)式后得到:

$$\begin{aligned}
V & = \left[\gamma e^{-\frac{t_2-t_1}{T_c}} - \alpha \left(1 - \theta \frac{t_2}{T_{RF}} + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}\right) \right] e^{-\frac{t-t_2}{T_c}} \\
& \cdot \frac{1 - (1-g)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} \quad (18)
\end{aligned}$$

当没有能量倍增器时,速调管输出的高频脉冲波 $E_K = 1 - \theta \frac{t}{T_{RF}}$, 在一个填充时间之后在加速管中建立的电压为

$$\begin{aligned}
V_K & = \int_0^1 \left(1 - \theta \frac{t - \Delta t(x)}{T_{RF}}\right) dz' \\
& = 1 - \frac{\theta t}{T_{RF}} - \frac{\theta T_a}{T_{RF}} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{\ln(1-g)} [(1-g)\ln(1-g) + g], \\
& \quad T_a \leq t \leq T_{RF} \quad (19)
\end{aligned}$$

当 θ 为正时, (19)式取 $t = T_a$, 这时直波 E_K 在加速管中建立的电压最大。当 θ 为负

时, (19) 式取 $t = T_{RF}$, 这时直波 E_K 在加速管中建立的电压最大。我们感兴趣的是求 $t'_1 \leq t' \leq t'_2$ 时间间隔内的能量增益(其它时间间隔内能量增益可用相同的方法求出)。能量倍增因子 $M(t)$ 定义为(14)式对(19)式的比。当 $z'_d = 1$, $t = t_2$ 时得到最大能量倍增因子为:

$$M = \frac{\left\{ \gamma e^{-\frac{t_2-t_1}{T_c}} \cdot \frac{1-(1-g)^{1+\nu}}{g(1+\nu)} - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) + \theta \frac{t_2}{T_{RF}} (1-\alpha) - 1 \right] - \frac{T_a}{T_{RF}} \frac{\theta(1-\alpha)}{\ln(1-g)} \frac{1}{g} [(1-g)\ln(1-g) + g] \right\}}{1 - \frac{\theta t}{T_{RF}} - \frac{\theta T_a}{T_{RF}} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{\ln(1-g)} [(1-g)\ln(1-g) + g]} \quad (20)$$

(II) 行波等阻抗加速管内任一点的场可表示为 $E(z, t) = E[0, t - \Delta t(z)] e^{-ILz'}$, 利用上面和文献[3]的相同讨论, 可以得到不同时间间隔 A, B, C 内负载场的表示:

$$E(A) = \left[\alpha - \alpha e^{-\tau + \frac{T_a}{T_c} z'} \right] \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - (\alpha - 1) \times \theta \frac{t}{T_{RF}} + (\alpha - 1) \theta \frac{T_a}{T_{RF}} z' - 1 \quad (21)$$

$$E(B) = \gamma e^{-(\tau-\tau_1) + \frac{T_a}{T_c} z'} - \alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - (1-\alpha) \frac{\theta t}{T_{RF}} + (1-\alpha) \theta \frac{T_a}{T_{RF}} z' + 1 \quad (22)$$

$$E(C) = \left[\gamma e^{-(\tau_2-\tau_1)} - \alpha \left(1 - \theta + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) \right] e^{-(\tau-\tau_2) + \frac{T_a}{T_c} z'} \quad (23)$$

式中 $\tau = \frac{t}{T_c}$, 和上面讨论的一样, 在 $t'_1 \leq t' \leq t'_2$ 时间间隔内的能量增益为:

$$V = \int_0^{z'_d} E(B) dz' + \int_{z'_d}^1 E(A) dz' \quad (24)$$

将(21), (22)式代入(24)式, 并且考虑到场在加速管内的衰减, 如是得到:

$$V = \frac{\gamma e^{-(\tau-\tau_1)}}{IL - \frac{T_a}{T_c}} \left[1 - e^{-(IL - \frac{T_a}{T_c}) z'_d} \right] - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) - (\alpha - 1) \theta \frac{t}{T_{RF}} - 1 \right] \frac{1 - e^{-IL z'_d}}{IL} + (1-\alpha) \theta \frac{T_a}{T_{RF}} \left[\frac{1}{(IL)^2} (1 - e^{-IL z'_d}) - \frac{z'_d}{IL} e^{-IL z'_d} \right] + \frac{\alpha 1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}}{IL} [e^{-IL z'_d} - e^{-IL}]$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}}\right) \alpha e^{-t}}{IL - \frac{T_a}{T_c}} \cdot \left[e^{-(IL - \frac{T_a}{T_c})z'_d} - e^{-(IL - \frac{T_a}{T_c})} \right] \\
& - \left[1 - (1 - \alpha)\theta \frac{t}{T_{RF}} \right] \frac{e^{-ILz'_d} - e^{-IL}}{IL} \\
& + \frac{(\alpha - 1)\theta}{IL} \cdot \frac{T_a}{T_c} [z'_d e^{-ILz'_d} - e^{-IL}] - \frac{(\alpha - 1)\theta}{(IL)^2} \\
& \cdot \frac{T_a}{T_c} [e^{-IL} - e^{-ILz'_d}] \tag{25}
\end{aligned}$$

当 $t = t_1 + T_a$, $z'_d = 1$ 时, 加速管中建立的电压最大, 这时它为:

$$\begin{aligned}
V_{\max} &= \frac{\gamma e^{-\frac{T_a}{T_c}}}{IL - \frac{T_a}{T_c}} \left[1 - e^{-(IL - \frac{T_a}{T_c})} \right] - \left[\alpha \left(1 + \theta \frac{T_c}{T_{RF}} \right) \right. \\
& \left. + (1 - \alpha)\theta - 1 \right] \frac{1 - e^{-IL}}{IL} + (1 - \alpha)\theta \frac{T_a}{T_{RF}} \\
& \cdot \left[\frac{1}{(IL)^2} (1 - e^{-IL}) - \frac{1}{IL} e^{-IL} \right] \tag{26}
\end{aligned}$$

当没有能量倍增器时, 速调管输出的高频脉冲波 $E_K = 1 - \theta \frac{t}{T_{RF}}$, 在一个填充时间之后在加速管中建立的电压为:

$$\begin{aligned}
V_K &= \int_0^1 E_K e^{-ILz'} dz' = \int_0^1 \left(1 - \theta \frac{t - \Delta t(z')}{T_{RF}} \right) e^{-ILz'} dz' \\
&= \left(1 - \theta \frac{t}{T_{RF}} \right) \frac{1 - e^{-IL}}{IL} + \theta \frac{T_a}{T_{RF}} \cdot \frac{1}{IL} \\
&\quad \times \left[\frac{1}{IL} - \left(1 + \frac{1}{IL} \right) e^{-IL} \right], \quad T_a \leq t \leq T_{RF} \tag{27}
\end{aligned}$$

当 θ 为正时, (27) 式取 $t = T_a$, 这时加速管中建立的电压最大, 当 θ 为负时, (27) 式取 $t = T_{RF}$, 这时加速管中建立的电压最大. 式中 I 是加速管的衰减常数, 能量倍增因子 $M(t)$ 定义为 (25) 式对 (27) 式之比, 而最大能量倍增因子 M_{\max} 则是 (26) 式对 (27) 式之比.

可以看出若速调管输出的高频功率脉冲是理想的方波, 这时 $\theta = 0$, 则以上所得结论就回到了文献 [1][2][3] 所得结果.

二、能量倍增器的固有能散和瞬态束流负载效应

关于这个问题以往的讨论, 是假定来自速调管的功率脉冲波形是理想的方波即 $\theta = 0$ ^[1]. 但在本文所讨论的情况下, θ 可取某一正值或负值, 这时我们来研究它对由于瞬态束流负载效应引起的能量分散的补偿. 我们仍以等梯度加速管为例, 考虑了束流负载后

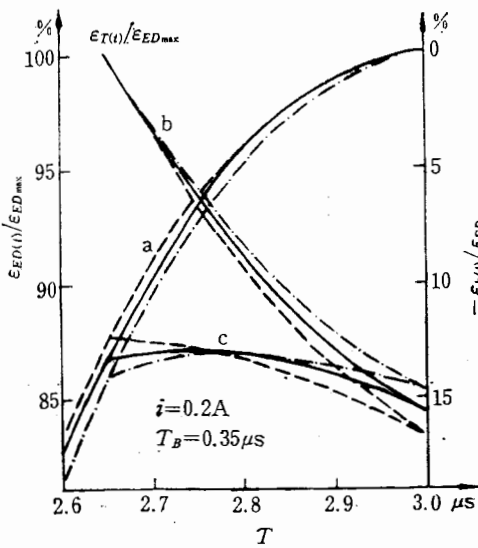


图 2

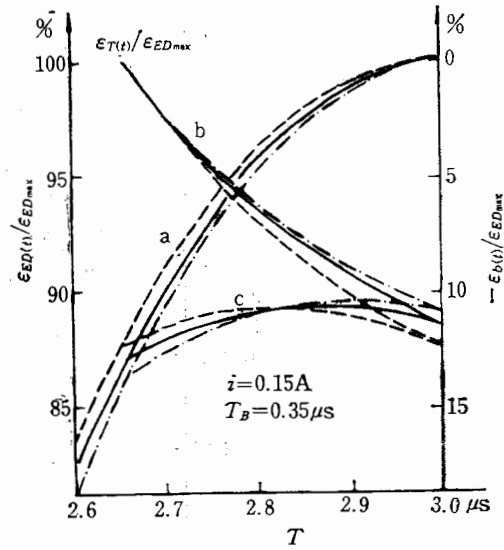


图 3

— $\theta = 0$ - - - $\theta = 0.1$ - · - $\theta = -0.1$
 ε_{ED} : 有倍增器的加速管中的能量
 $-\varepsilon_b$: 束流负载引起的能量损失
 a: $\varepsilon_{ED}(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ b: $-\varepsilon_b(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$
 c: $\varepsilon_T(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ $\varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ED}(t) - \varepsilon_b(t)$

— $\theta = 0$ - - - $\theta = 0.1$ - · - $\theta = -0.1$
 ε_{ED} : 有倍增器的加速管中的能量
 $-\varepsilon_b$: 束流负载引起的能量损失
 a: $\varepsilon_{ED}(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ b: $-\varepsilon_b(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$
 c: $\varepsilon_T(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ $\varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ED}(t) - \varepsilon_b(t)$

它的加速能量增益公式是^[4]:

$$\varepsilon = M(t)V_K(t)[P_0 r L(1 - e^{-2\rho})]^{1/2} - \frac{irL\rho^2}{1 - e^{-2\rho}} \times \left[\frac{1 - e^{-2\rho}}{\rho} \cdot \frac{\Delta t}{T_a} - \left(\frac{\Delta t}{T_a} \right)^2 \right] \quad (28)$$

当直波 E_K 为理想方波时, $V_K(t) = 1$. 对于 BEPC 等梯度加速管, $\rho = 0.57$ 奈贝; $r = 53M\Omega/m$; $L = 3.01m$; $T_a = 0.83\mu s$. 假定加速束流脉冲宽度 $T_B = 0.35\mu s$; 脉冲流强 $i = 0.15A$ 和 $0.2A$; $T_{RF} = 3\mu s$; 速调管输出脉冲功率为 $16 MW$, 均匀分配给四节加速管, 并忽略馈电回路功率损耗. 我们对 $\theta = 0, \pm 0.1$ 三种情况分别进行了计算, 所得结果如图 2、3 所示. 从这些图可以看出, 对于比较宽的束流脉冲, 当束流比较小时, θ 取正值, 它对由于瞬态束流负载效应引起的能散补偿较好, 但当束流超过某一阈值后, θ 取负值的速调管输出高频脉冲波形, 对由于瞬态束流负载效应引起的能散补偿则更有利. 特别是对于只有几十毫微秒或更短的脉冲束流, 对它的瞬态束流负载效应引起的能散补偿, 则电流阈值还要小得多, 图 4 表示出了束流脉冲宽度 $T_B = 10ns$, 流强 $i = 0.15A$ 的计算结果. 从图可以看出, θ 为负值的速调管输出高频脉冲波形, 它对由于瞬态束流负载效应引起的能散补偿效果比 $\theta = 0$ 或 θ 为正值的好. 当然这些讨论都是在 $|\theta|$ 值不太大的情况下的结果.

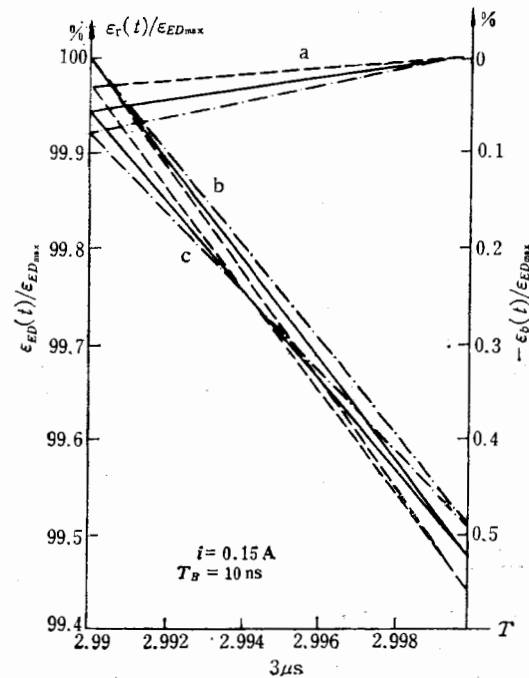


图 4

—— $\theta = 0$ - - - - $\theta = 0.1$ - · - · - $\theta = -0.1$

ε_{ED} : 有倍增器的加速管中的能量 $-\varepsilon_b$: 束流负载引起的能量损失

a: $\varepsilon_{ED}(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ b: $-\varepsilon_b(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ c: $\varepsilon_T(t)/\varepsilon_{EDmax} \sim T$ $\varepsilon_T(t) = \varepsilon_{ED}(t) - \varepsilon_b(t)$

吴文泰同志全面审查过本文, 作者们在此表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Z. D. Farkas, H. A. Hogg, G. A. Loew, P. B. Wilson SLED: "A Method of Doubling SLAC's Energy" The Internat'l. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford, Ca, May 2-7 1974.
- [2] P. B. Wilson SLAC-TN-73-15 December 1973.
- [3] 李广林, 任文彬, 颜斌山, 高能物理与核物理, 8(1984), 125.
- [4] J. Haimson IEEE Tran. on Nuclear Science June 1965 P. 996.

ENERGY DOUBLER

REN WEN-BIN LI GUAN-LIN YEN BIN-SHAN

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The energy multiplication factor of ED and the energy spectrum which is caused by the instantaneous beam loading compensated by the inherent energy spectrum of ED in electron Linac are derived under the condition of the linear variation for the top of the klystron output pulse.