

π 介子产额的估计

韩 婴 阮同泽

(中国科学院高能物理所)

摘 要

本文采用解簇射方程得到的电子在物质中的近似韧致辐射谱^[1]和单 π 交换近似下的光生 π 的微分截面^[2]在 PDP-11/23 机上计算了能量为 1.2 GeV 的电子在 Be、C、Al、Cu 和 Pt 等五种物质靶的情形下产生的 π 介子产额,并对产生角 θ 进行了优化;为给靶厚的选取有所依据,还给出了产额与靶厚的关系。

利用电子直线加速器的高能电子束打靶可以得到一些次级强子束,它既可作为试验束用,又可用于开展 π 介子物理和其它多种研究,因此利用建造中的 1.2 GeV 电子直线加速器的电子束来建立这样的次级强子束是很有意义的。

高能电子产生次级强子的机制如下:高能电子在靶内产生韧致辐射;韧致辐射又与同一靶内原子核作用产生次级强子。SLAC 在 60 年代中期利用它的电子直线加速器的 18GeV 的电子获得了多种次级强子^[3],并对其产额进行了测量^[4]。由于我们建造中的电子直线加速器的能量和 SLAC 的相差很多,因此有必要具体估算一下我们情形下的次级强子产额。这里我们只考虑 π 介子的情形,并在 PDP-11/23 机上计算了在 Be、C、Al、Cu 和 Pt 等五种物质靶的情形下的 π 介子产额^[5],还对产生角 θ 进行了优化。为给靶厚的选取有所依据,也给出了产额与靶厚的关系。

一、 π 介子的产额

通过韧致辐射产生次级强子的产额为^[1]:

$$Y = Y(\theta, p, T) = \frac{NX_0}{A} \int_0^T dt e^{-\eta(T-t)} \int_{k_{\min}}^{E_e} dk I_r(t, k) \frac{d^2\sigma}{dQdp} \quad (1)$$

式中 $I_r(t, k)$ 是解簇射方程组得到的韧致辐射谱,因子 $e^{-\eta(T-t)}$ 是考虑 π 在核物质内的吸收, η 是 π 介子在单位辐射长度(r.l.)下的核吸收系数, $\frac{d^2\sigma}{dQdp}$ 是 π 光生截面, N 、 X_0 和 A 分别为 Avogadro 常数、单位辐射长度(以 g/cm² 为单位)和原子量, T 是以 r.l. 为单位的靶厚, E_e 为电子能量, k_{\min} 是光生 π 过程运动学上允许的最小光子能量,产额以 $\frac{1}{e^{-}\cdot\text{sr}\cdot\text{GeV}/c}$ 为单位。

文献 [1] 中考虑了电子在物质中由于韧致辐射产生的能量失落, 同时光子由于 e^+e^- 对产生而消失, 从而建立起簇射方程, 并用逐次迭代法求解. 文中计算表明, 光子能量在 $\frac{k}{E_c} > \frac{1}{2}$ 的条件下, 第二代的韧致辐射谱大小仅为第一代的 8%, 而第一代的韧致辐射谱又可近似为

$$I_r^{(n)}(t, k) \approx \frac{\left(1 - \frac{k}{E_c}\right)^{\frac{4}{3}t} - e^{-\frac{7}{9}t}}{k \left[\frac{7}{9} + \frac{4}{3} \ln\left(1 - \frac{k}{E_c}\right)\right]} \quad (2)$$

在靶厚大到 $2r.l.$, 光子能量满足 $0.2 < \frac{k}{E_c} < 1$ 时, 严格公式与 (2) 式之差为 0 至 15%. 作为估计, 我们就采用这个近似公式.

按照 Drell 提出的机制: 假设单 π 中间态的贡献为最大, 这时光生 π 的微分截面为^[2]:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dp} = \frac{\alpha\omega(k-\omega)\sin^2\theta}{8\pi^2k^3(1-\beta\cos\theta)^2} \sigma_{\pi A}^{\prime\prime\prime}(k-\omega) \quad (3)$$

式中 ω, p 是 π 介子能量和动量; θ 是 π 介子出射角; 对于 $p > 0.5 \text{ GeV}/c$ 时, $\omega \simeq |p|$, $\beta \simeq \frac{|p|}{\omega} \simeq 1$; $\sigma_{\pi A}^{\prime\prime\prime}(k-\omega)$ 是原子核 A 对 π 介子的作用总截面, $k-\omega$ 是中间态虚 π 的能量, 我们取 $\sigma_{\pi A}^{\prime\prime\prime}(k-\omega) \simeq A^{\frac{2}{3}}\sigma_{\pi p}^{\prime\prime\prime}(k-\omega)$, 作为估计取 $\sigma_{\pi p}^{\prime\prime\prime}(k-\omega) \simeq 25 \text{ mb}$. 这对 $k-\omega$ 为几百 MeV 时, 远比实验值要小, 因此可以预期, 这样估计所得的产额应比实际要小.

二、计算结果

我们对 Be、C、Al、Cu 和 Pt 五种靶物质估算了 π 介子的产额. 用到有关这五种靶物质的数据见表 1.

表 1 五种元素的有关数据

元 素	Z	A	r.l. (cm)	$X_0\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^2}\right)$	η
Be	4	9	35.3	65.19	3.75×10^{-1}
C	6	12	27.5	42.70	2.34×10^{-1}
Al	13	27	8.9	24.01	1.06×10^{-1}
Cu	29	63.5	1.43	12.86	3.93×10^{-2}
Pt	78	195.09	0.31	6.56	1.36×10^{-2}

其中吸收系数 $\eta = \frac{N}{A} X_0 \sigma_a$, $\sigma_a \simeq 0.08 A^{\frac{2}{3}} \sigma_{\pi p}$, 作为估计取 $\sigma_{\pi p} \simeq 25 \text{ mb}$.

计算是在 PDP-11/23 机上进行的. 对于 (1) 式中的二重积分, 我们采用 Gauss 积分公式迭套进行, 有相当高的精度, 计算的程序和细节见文献 [5].

图 1 是 Cu 靶的 π 介子产额对角度 θ 的关系. 其中每条曲线相应于固定的 π 介子动量. 图 2 是将图 1 的结果以 θ 为参量画出的产额对 π 动量的分布.

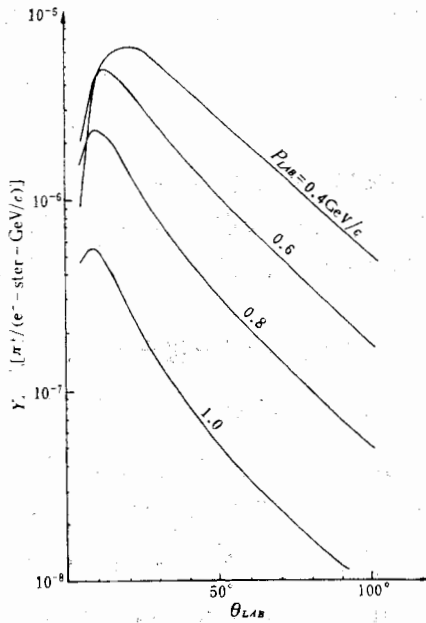


图 1 Cu 靶 π^+ 产额对 θ 的分布
 $E_e = 1.2 \text{ GeV}$ Cu 靶: 2.1 r.l. (3 cm)

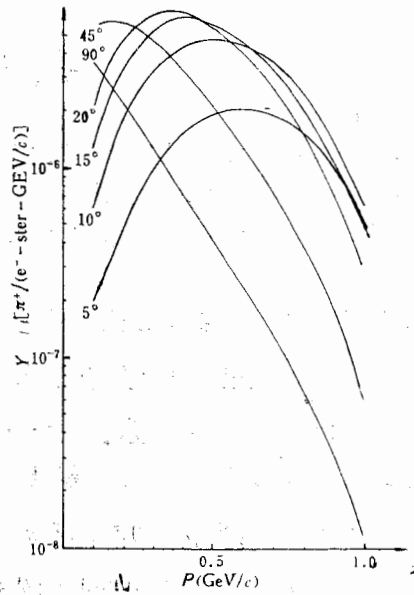


图 2 Cu 靶 π^+ 产额对动量的分布
 $E_e = 1.2 \text{ GeV}$ Cu 靶: 2.1 r.l. (3 cm)

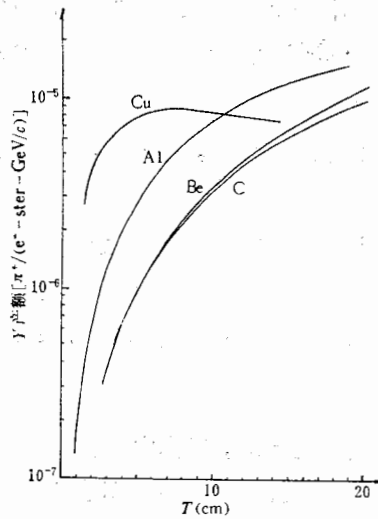


图 3 π^+ 产额对靶厚的关系
 $p_\pi = 0.5 \text{ GeV}/c$ $\theta = 15^\circ$

固定 $p = 0.4 \text{ GeV}/c$, $T = 1 \text{ r.l.}$, 对于 Be 靶我们对产额进行了优化, 优化是采用 Fibonacci 序列的一维求优方法进行的¹⁵. 我们发现 $\theta = 20^\circ$ 时产额最大, 这一角度对其它元素来说大致不变.

取 $\theta = 15^\circ$, $p = 0.5 \text{ GeV}/c$ 计算了产额对 Be、C、Al、Cu 靶厚的关系, 见图 3. 为了便于进行比较, 图中 T 不以 r.l. 为单位而换成以 cm 为单位. 由于粒子聚焦方面的考虑, 靶不能太长. 对于 Be、C 和 Al 来说, 产额虽随 T 增大而上升, 但大产额处的靶厚远远超出

了实际能采用的厚度。对于 Cu 来说,取图中曲线的极大处,约 5 cm 的靶厚是可行的。

三、结论和讨论

1. 若取 Cu 靶 $E_x=0.5\text{GeV}$ 时的上述最大产额, $86 \times 10^{-5} \pi^+ / e^- (\text{sr} \cdot \text{GeV}/c)$ 取 $\Delta Q=10 \text{ msr}$, $\Delta p = .02 \text{ GeV}/c$; 加速器束流特性给定脉冲重复频率为 50, 占空因子为 1.5×10^{-6} , 脉冲电流为 50 mA; 则平均流强 $Y \Delta Q \Delta p = 5.2 \times 10^4 (\pi^+ / \text{秒})$ 。但瞬时流强可达 $3.25 \times 10^{10} \pi^+ / \text{秒}$ 。

2. Drell 的光生 π 截面公式只考虑了光生 π 的一种机制。即单 π 极点近似。这近似适用于 $\theta \leq \frac{\mu}{\omega}$, 这里 μ 是 π 介子质量。对 $p = 0.5 \text{ GeV}/c$, $\theta \leq 15^\circ$ 。因此用这公式计算所得 $\theta > 15^\circ$ 的产额是偏低的。光生 π 的微分截面的测量很少且不够精确。Sumi 在文献 [6] 中给出对 Cu 元素, 光子平均能量为 0.57GeV , $\theta = 28.4^\circ$ 时的光生 π^- 微分截面。从该文图 7 和图 8 可见, 当 $p = 0.5 \text{ GeV}/c$ 时, $\frac{d^2\sigma}{dQdp}$ 分别为 2 和 $0.6 \mu\text{b}/(\text{sr} \cdot \text{MeV}/c)$, 两个测量值彼此也相差 3 倍。若用 Drell 的公式来计算, 则得此值为 $0.06 \mu\text{b}/(\text{sr} \cdot \text{MeV}/c)$, 可见比测量值的小值还小一个量级; 说明用 Drell 公式的估算是偏低的。

3. Boyarski 对 π 产额进行了测量^[4], 他将测量结果和蔡永赐的计算^[7]进行了比较, 发现蔡的计算值在低动量处比实测小一个因子 3。按 Drell 的上述公式, 核算 $\theta = 4^\circ$, $p=2.5 \text{ GeV}/c$ 得产额为 $3.18\pi^+ / (e^- \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV}/c)$, 而实测为 $5 \times 10^{-4} \pi^+ / (e^- \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV}/c)$ ^[4], 彼此之间差一个数量级。

4. 考虑到公式 (2) 的应用条件: $k > \frac{E_c}{2}$, 对 p 有限制, 可以期望 $p > 0.6 \text{ GeV}/c$ 的 π 产额的估计是比较可靠的。

5. 从图 3 看来, 获得如 Cu 靶的情况下最大的产额 $0.86 \times 10^{-5} \pi^+ / (e^- \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV}/c)$ 对 Cu 的靶厚是 7.2 cm, 对 Al 是 11.2 cm, 对 C 和 Be 分别为 18.8 cm 和 17.4 cm。(但如要获得 1×10^{-5} 的产额, 对 Cu 是无法达到的, 对 Al 需厚 12.6 cm, 对 Be 需 18.8 cm, 对 c 需要 20.6 cm.)

本工作是在郑林生教授建议下进行的, 工作中得到他经常地关心和讨论; 工作初期, 谢一冈同志也和我们进行了讨论; 张宗焯、李扬国二同志为我们提供了有关光生的情况; 特此一并致谢。

参 考 文 献

- [1] Y. S. Tsai, Van Whites, *Phys. Rev.*, **149**(1966), 1248.
- [2] S. D. Drell, *Phys. Rev. Lett.*, **5**(1960), 278.
- [3] SLAC Users' Handbook, 1971 C, 1-1.
- [4] A. M. Boyarski et al., SLAC Users' Handbook, 1971, C. 2-1.
- [5] 韩 纓, 阮同译, BIHEP 内部报告。
- [6] Y. Sumi, Proceedings of WS Symposium on Electron and Proton Interactions at Resonance Region and on Related Topics, Tokyo 1975, p211.
- [7] Y. S. Tsai, SLAC Users' Handbook, 1966, D 3.

AN ESTIMATION OF PION YIELDS

HAN YING RUAN TONG-ZE

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Using the spectrum of bremsstrahlung obtained by solving shower equation of electrons in matter and the differential cross section of photoproduction of pions in OPE approximation, we calculate by PDP-11/23 the pion yields results from 1.2 GeV electrons bombarding on different targets, Be, C, Al, Cu and Pt. The optimization is made for pion yields to find the optimistic production angle. In order to choose the thickness of the target, the curves of pion yields vs. Target thickness are given.