

$n + {}^6\text{Li}$ 散射态中 ${}^6\text{Li}$ 的 集团结构和交换效应

凌有光 赵玄

(中国科学院上海原子核研究所)

摘 要

本文用略去 α 集团外核子与 α 内核子交换的共振群方法计算了 $n + {}^6\text{Li}$ 系统的弹性散射相移和微分散射截面, 并通过这些计算研究了 ${}^6\text{Li}$ 的 $d + \alpha$ 集团结构和反对称交换效应. 所得的结果表明, ${}^6\text{Li}$ 的 $d + \alpha$ 集团结构显著, 因此合理地选取 ${}^6\text{Li}$ 的 $d + \alpha$ 集团波函数, 特别是 d 与 α 的相对运动波函数是很重要的; 由于 ${}^6\text{Li}$ 的 $d + \alpha$ 集团结构显著, 且 α 束缚得很紧, 所以略去了 α 与 n 和 d 之间的反对称交换能得到与冗长的标准共振群方法相一致的结果.

一、引 言

共振群方法^[1] (RGM) 是用一种统一的观点来处理核反应和核结构的微观方法; 该方法的本质就是从核子-核子的两两相互作用出发并用全反对称波函数来计算核的束缚态、散射和反应等问题. RGM 计算结果一般与实验符合得非常好, 从而证明 RGM 不失为一种有效的微观计算方法.

由于 RGM 是从核子-核子的两体相互作用出发, 并考虑到泡利不相容原理把波函数反对称化, 因而使全部计算变得非长冗长, 繁杂. 因此我们试图在某些情况下既能保存 RGM 的精华又能简化 RGM 计算. 于是我们从物理图象考虑出发, 认为象 α 这种束缚得很紧的双幻集团, 其中的核子不易分离, 因而对包含这种集团的系统作 RGM 计算时, 在波函数中可以略去这种集团内的核子与其它核子的反对称交换而不至对计算结果有大的影响^[2]. 这种方法可简称为 QRGM. 本工作以 $n + {}^6\text{Li}$ 的弹性散射为例, 把 ${}^6\text{Li}$ 看作由 α 和 d 组合而成的复合集团, 在波函数中略去了 α 集团内的核子与其它核子的反对称交换, 计算了 n 对 ${}^6\text{Li}$ 的弹性散射相移, 并且引入虚光学势来考虑其它反应道的影响, 计算了微分散射截面.

二、 $n + {}^6\text{Li}$ 弹性散射的 QRGM 理论描述

在单道的共振群计算中, $n + {}^6\text{Li}$ 系统的波函数可写为

$$\Psi = \mathcal{A} \{ \phi_{^6\text{Li}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4, \mathbf{r}_5, \mathbf{r}_6) F_s(\mathbf{R}) \xi_s(\sigma, \tau) Z(\mathbf{R}_{\text{cm}}) \}. \quad (1)$$

其中 $\phi_{^6\text{Li}}$ 是 ^6Li 集团波函数的空间部分, \mathbf{r}_i 是核子 i 的空间坐标; $F_s(\mathbf{R})$ 是 n 与 ^6Li 的相对运动波函数, \mathbf{R} 为 n 与 ^6Li 的相对运动坐标, s 是道自旋量子数; ξ_s 是自旋-同位旋波函数; $Z(\mathbf{R}_{\text{cm}})$ 是 $n + ^6\text{Li}$ 的质心运动波函数, 我们总是可以使它归一化:

$$\langle Z(\mathbf{R}_{\text{cm}}) | Z(\mathbf{R}_{\text{cm}}) \rangle = 1, \quad (2)$$

\mathcal{A} 是全反对称化算符, 在我们略去 α 集团核子与其它核子的反对称交换的假设下,

$$\mathcal{A} \approx \mathcal{A}_{n-d} \mathcal{A}_d \mathcal{A}_\alpha, \quad (3)$$

\mathcal{A}_{n-d} , \mathcal{A}_d 和 \mathcal{A}_α 分别表示 n 与 d , d 集团内部和 α 集团内部的反对称化算符.

$\phi_{^6\text{Li}}$ 是 ^6Li 基态波函数的空间部分, 并设 ^6Li 的基态波函数主要是 $d + \alpha$ 集团组态^[3], 于是 $\phi_{^6\text{Li}}$ 可写为

$$\phi_{^6\text{Li}} = \phi_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \phi_d(\mathbf{r}_5, \mathbf{r}_6) \phi_{\text{rel}}(\mathbf{R}_{\alpha d}), \quad (4)$$

ϕ_α 和 ϕ_d 分别为 α 集团和 d 集团的波函数的空间部分, $\phi_{\text{rel}}(\mathbf{R}_{\alpha d})$ 为 d 集团和 α 集团的相对运动波函数. 它们的具体表达式选取为

$$\left. \begin{aligned} \phi_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) &= \exp\left(-\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^4 \rho_i^2\right) \\ \phi_d(\mathbf{r}_5, \mathbf{r}_6) &= \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}}{2} \sum_{i=5}^6 \rho_i^2\right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\phi_{\text{rel}}(\mathbf{R}_{\alpha d}) = R_{\alpha d}^{\bar{\alpha}} e^{-\frac{2}{3}\beta R_{\alpha d}^2} Y_{LM}(\hat{\mathbf{R}}_{\alpha d})$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_i &= \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_\alpha & i &= 1, 2, 3, 4 \\ \rho_i &= \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_d & i &= 5, 6 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_\alpha &= \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i & \mathbf{R}_d &= \frac{1}{2} \sum_{i=5}^6 \mathbf{r}_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\mathbf{R}_{\alpha d} = \mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_d$$

α , $\bar{\alpha}$ 和 β 均为可调参数, 在我们的计算中取 $\alpha = \bar{\alpha}$ 和 $L = M = 0$.

由于 ^6Li 的自旋是 1, n 的自旋是 1/2, 故该系统的道自旋 s 为 3/2 或 1/2. 对 $s = 3/2$ 道, $n + ^6\text{Li}$ 系统的自旋-同位旋波函数可写为

$$\xi_{3/2} = \xi_\alpha \xi_d \xi_n \quad (7)$$

其中 ξ_α , ξ_d 和 ξ_n 分别是 α 集团, d 集团和 n 的自旋-同位旋波函数,

$$\left. \begin{aligned} \xi_\alpha &= \frac{\begin{array}{cccc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow & \downarrow\uparrow & \downarrow\downarrow \end{array}}{\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}} \\ \xi_d &= \frac{\begin{array}{cc} \uparrow\uparrow & \uparrow\downarrow \end{array}}{\begin{array}{cc} 5 & 6 \end{array}} \\ \xi_n &= \frac{\begin{array}{c} \uparrow\downarrow \end{array}}{7} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

这里 1, 2, ..., 7 是系统内各核子的编号; 每个核子的第一个箭头表示自旋第三分量的方向, 第二个箭头表示同位旋第三分量的方向. 对自旋为 $s = 1/2$ 道, $n + ^6\text{Li}$ 系统的自旋-同位旋波函数可写为

$$\xi_{1/2} = (C_{1,1/2,1/2,-1/2}^{1/2,1/2} \xi_\alpha' \xi_n' + C_{1,0,1/2,1/2}^{1/2,1/2} \xi_\alpha' \xi_n) \xi_\alpha, \quad (9)$$

其中 ξ_a , ξ_d 和 ξ_n 见(8)式, 而 ξ'_a 和 ξ'_n 为

$$\left. \begin{aligned} \xi'_a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{|\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle}{5} + \frac{|\downarrow\uparrow\uparrow\downarrow\rangle}{6} \right) \\ \xi'_n &= \frac{|\downarrow\downarrow\rangle}{7} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

相对运动波函数 $F_s(\mathbf{R})$ 是投影方程

$$\langle \delta\Psi | H - E_T | \Psi \rangle = 0 \quad (11)$$

的解, 其中 H 是

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \sum_{i=1}^7 \nabla_i^2 + \sum_{i<j}^7 V_{ij} - T_{c.m.}, \quad (12)$$

M 是核子质量; $T_{c.m.}$ 是总的质心动能算符; E_T 是系统在质心系中的总能量

$$E_T = E + E_{{}^6\text{Li}}, \quad (13)$$

E 是入射中子和 ${}^6\text{Li}$ 在质心系中的相对运动动能, $E_{{}^6\text{Li}}$ 是 ${}^6\text{Li}$ 的结合能, V_{ij} 是核子-核子两体势, 我们取为^[4]

$$\begin{aligned} V_{ij} &= -V_{0r} \left[\frac{u}{4} + \frac{u}{4} P_{ij}^\sigma + \frac{2-u}{4} (-P_{ij}^r) \right. \\ &\quad \left. + \frac{2-u}{4} (-P_{ij}^\sigma P_{ij}^r) \right] e^{-K_r(r_i-r_j)^2} \\ &\quad -V_{0r} \left[\frac{u}{4} - \frac{u}{4} P_{ij}^\sigma + \frac{2-u}{4} P_{ij}^r \right. \\ &\quad \left. + \frac{2-u}{4} (-P_{ij}^\sigma P_{ij}^r) \right] e^{-K_r(r_i-r_j)^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

及

$$\begin{aligned} V_{0r} &= 66.92 \text{ MeV} & K_r &= 0.415 \text{ fm}^{-2}, \\ V_{0r} &= 29.05 \text{ MeV} & K_r &= 0.292 \text{ fm}^{-2}, \end{aligned} \quad (15)$$

(14)式中的 u 是一个可调参数, 叫做交换混合参数.

由投影方程(11)可以得到积分微分方程

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dR^2} - \frac{l(l+1)}{R^2} \right) + E - V_{N_s}(R) \right] f_{ls}(R) \\ &= \int_0^\infty K_{ls}(R, R') f_{ls}(R') dR'. \end{aligned} \quad (16)$$

其中 μ 是 $n + {}^6\text{Li}$ 系统的折合质量; $V_{N_s}(R)$ 是直接核势, $K_{ls}(R, R')$ 是核函数的径向分波表示式, $f_{ls}(R)$ 是要求解的相对运动波函数 $F_s(\mathbf{R})$ 的径向分波. 用标准的共振群方法的步骤我们就可以计算出 $V_{N_s}(R)$ 和 $K_{ls}(R, R')$, 然后用数值方法解方程(16), 便可求出 f_{ls} 和相应的相移 δ_{ls} . $V_{N_s}(R)$, 特别是 $K_{ls}(R, R')$ 的 QRGM 表示式仍是很长的, 为节省篇幅起见未列出.

为了考虑反应道的影响, 我们还在 V_{N_s} 中加进了虚部势^[5]

$$iW(R) = i[1 + C_l(-1)^l]W_0 \left[\frac{1}{1 + e^{\frac{R-R_0}{a}}} + \frac{4e^{\frac{R-R_0}{a}}}{(1 + e^{\frac{r-R_0}{a}})^2} \right] \quad (17)$$

来计算微分散射截面,其中取定 $R_0 = 3.3\text{fm}$, $a = 0.5\text{fm}$, C_l 和 W_0 为可调参数.

三、计算结果和讨论

我们用(5)式中 $n = 0, 2, 3$ 三种 $d-\alpha$ 相对运动波函数,即用

$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= e^{-\frac{2}{3}\beta R_{ad}^2} & n &= 0 \\ \phi_2 &= R_{ad}^2 e^{-\frac{2}{3}\beta R_{ad}^2} & n &= 2 \\ \phi_3 &= R_{ad}^3 e^{-\frac{2}{3}\beta R_{ad}^2} & n &= 3 \end{aligned} \right\} \quad (5')$$

分别计算了 $n + {}^6\text{Li}$ 的弹性散射相移 $\delta_{lr}^{\text{QRGM}}$. 计算时选定 $\alpha = 0.35\text{fm}^{-2}$, $\beta = 0.20\text{fm}^{-2}$. $n = 0$ 的 $\delta_{lr}^{\text{QRGM}}$ 与 Studeba 等^[4]的 δ_{lr}^{RGM} 相差甚远,这说明 $n = 0$ 的 ϕ_1 不适合. $n = 2$ 的 $\delta_{lr}^{\text{QRGM}}$ 与[4]中的 δ_{lr}^{RGM} 画于图1和图2中. 两种理论相移相比较,除了 $s = 3/2, l = 1$ 和 $s = 1/2, l = 0$ 的符合较差外,其余大体相符,这说明 $n = 2$ 的 ϕ_2 有了改进,已比较适合. $n = 3$ 的 $\delta_{lr}^{\text{QRGM}}$ 与[4]中的 δ_{lr}^{RGM} 画于图3和图4中. 可以看出,两种理论相移已普遍符合得相当好,这说明 $n = 3$ 所取的 ϕ_3 更为合理. 这些结果说明,在一定条件下可以略去 α 集团内的核子与其它核子的反对称交换,但这时必须选择比较合理的波函数,特别是选择好 ${}^6\text{Li}$ 中 d 与 α 的相对运动波函数是重要的. 由于当 $l \geq 2$ 时,核函数的影响就很

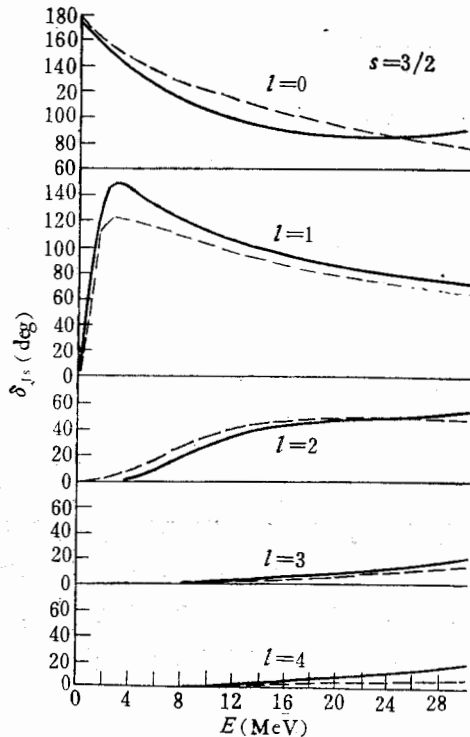


图 1

$n + {}^6\text{Li}$ 理论散射相移 δ_{lr} .
---RGM^[4]; ——QRGM($n = 2$)

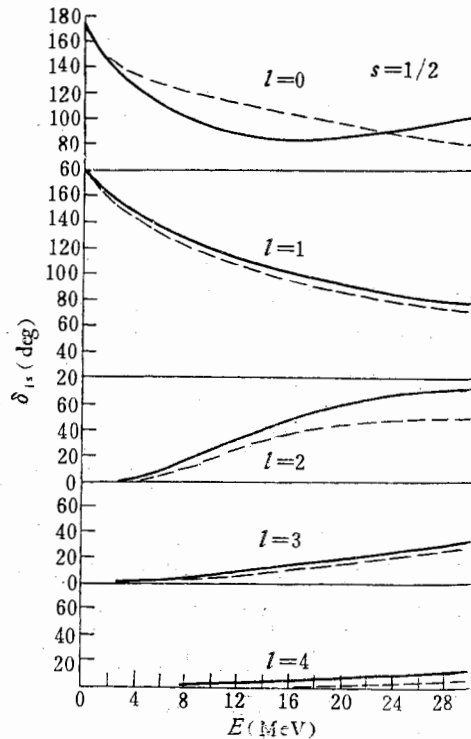


图 2

$n + {}^6\text{Li}$ 理论散射相移 δ_{lr} .
---RGM^[4] ——QRGM($n = 2$)

小了,用 $n = 2$ 时算出的相移和 $n = 3$ 时算出的相移基本一致,故在图 3 和图 4 中我们未画出 $l \geq 2$ 时的相移.

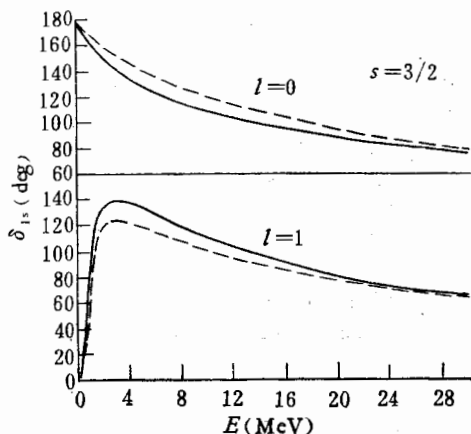


图 3

$n + {}^6\text{Li}$ 理论散射相移 δ_{l1} .
---RGM; —QRGM($n = 3$)

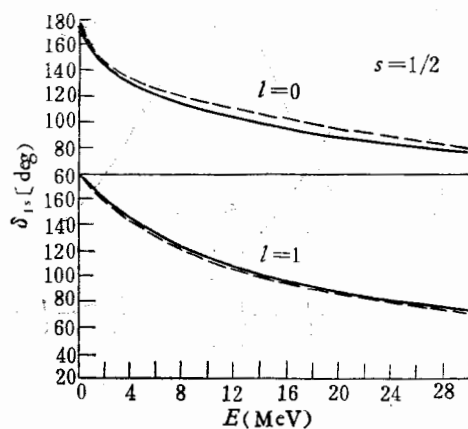


图 4

$n + {}^6\text{Li}$ 理论散射相移 δ_{l1} .
---RGM; —QRGM($n = 3$)

为了验证上述 ${}^6\text{Li}$ 波函数的适用情况,我们还计算了 ${}^6\text{Li}$ 的结合能 E_{Li} 和均方根半径 R_{rms} , 参数 α 和 β 同样取 $\alpha = 0.35\text{fm}^{-2}$ 和 $\beta = 0.20\text{fm}^{-2}$. $n = 2$ 和 3 的理论结果和实验结果给在表 1 中. 表 1 的结果再次说明了选用 $n = 3$ 所定的 $d + \alpha$ 相对运动波函数是更为适合的. Y. C. Tang 曾用波函数^[6]

$$\phi_{\text{Li}} = R_{\alpha d}^2 e^{-\frac{2}{3}\beta R_{\alpha d}^2} e^{-\frac{\alpha}{2} \sum_{i=1}^4 \rho_i^2} e^{-\frac{\alpha}{2} \sum_{i=5}^6 \rho_i^2} \quad (4')$$

并考虑全部反对称化后,算得 $R_{\text{rms}} = 2.07\text{fm}$, 不如本文结果更符合于实验.

表 1 ${}^6\text{Li}$ 的结合能 E_{Li} 和均方根半径 R_{rms}

		$E_{\text{Li}}(\text{MeV})$	$R_{\text{rms}}(\text{fm})$
理论值	$n = 2$	-32.5	2.24
	$n = 3$	-31.4	2.43
实 验 值		-29.9	2.57

为了进一步说明 QRGM 的物理假设的合理性和应用条件,我们在图 5 中画出了上述 ${}^6\text{Li}$ 的三种 $d - \alpha$ 相对运动波函数. 为了清楚起见,我们作图时已对 ϕ_i 乘上了一个常数因子. 从图 5 可以清楚看出, ϕ_1 在 $R_{\alpha d} = 0$ 处有最大值,即 d 和 α 重合在一起的几率最大. 若果真如此,则 α 与 d 之间的反对称化是不能略去的,不宜用 QRGM. 其实并非如此, ${}^6\text{Li}$ 是有集团结构的^[3], ϕ_1 不能反映出这种成团结构,因此若用 ϕ_1 ,即使用 RGM 也未必能算得好的结果. ϕ_2 和 ϕ_3 的最大值分别在 $R_{\alpha d} = 2.74$ 和 3.2fm 处,它们能反映出 ${}^6\text{Li}$ 的 $d - \alpha$ 集团结构,用略去与 α 的反对称交换的 QRGM 能算得较好的结果,而且以 $n = 3$ 的结果为最好. 这些结果是与量子力学结论相一致的,即两个粒子相距越远,

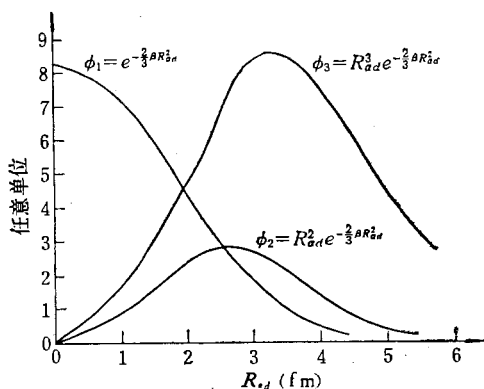


图 5

${}^6\text{Li}$ 的 d - α 集团相对运动波函数

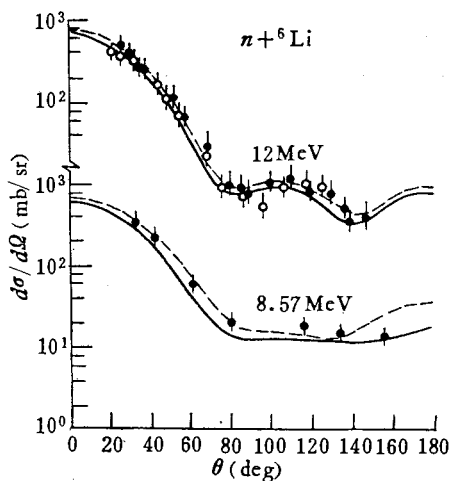


图 6

$n + {}^6\text{Li}$ 微分散射截面

---RGM^[4]; —QRGM; ϕ, ϕ : 实验

它们的波包重迭的几率就越小,因而可以不考虑它们之间的反对称交换。

我们还在 V_N 中加进虚部势 (17) 计算了 8.57 MeV, 12 MeV 的 $n + {}^6\text{Li}$ 微分散射截面, 计算时选定的参数为

$$E = 8.57\text{MeV}; C_I = 0.7 \quad W_0 = -24\text{MeV}$$

$$E = 12\text{MeV}; C_I = 0.4 \quad W_0 = -24\text{MeV}$$

图 6—8 画出了我们的 QRGM 结果和 [4] 中的 RGM 结果, 并在图 6 中画出了实验值. 可以看出我们的 QRGM 结果与 RGM 结果很相近, 并与实验基本符合. 这进一步说明 QRGM 能用于 $n + {}^6\text{Li}$ 系统, 并且在此例中我们成功地选择了 ${}^6\text{Li}$ 的波函数. 但如果

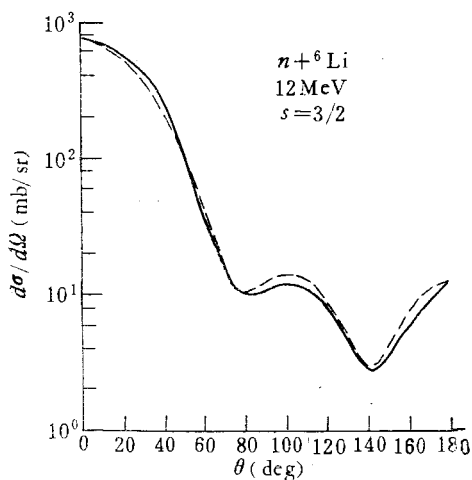


图 7

$n + {}^6\text{Li}$ 的 $s = 3/2$ 道理论散射截面

---RGM^[4]; —QRGM

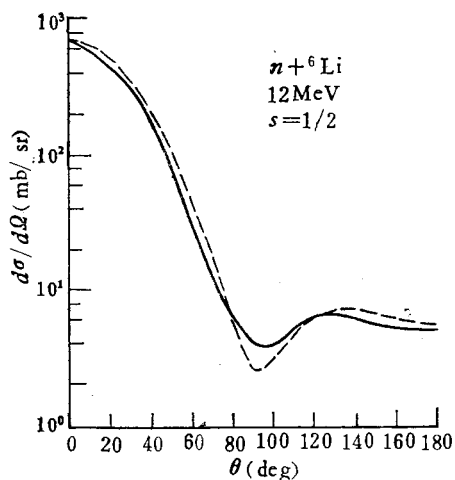


图 8

$n + {}^6\text{Li}$ 的 $s = 1/2$ 道理论散射截面

---RGM^[4]; —QRGM

引入虚部势,则计算所得截面与实验结果不符,这说明在 $n + {}^6\text{Li}$ 系统中对于我们选取的能量耦合道不能忽略. 事实上在共振群单道计算中,当反应道开放时均需引入虚部势才能得到与实验相符的结果.

最后讨论一下相对运动波函数中 β 值的影响. 当 $\alpha = \beta$ 时(5)式即化为壳模型波函数,如果比值 α/β 显著地偏离 1 就表明 ${}^6\text{Li}$ 的集团结构显著^[7]. 我们选用 $\beta = 0.20\text{fm}^{-2}$ 使之既能得到比较好的均方根半径和内能又能符合相移和截面,且比值 $\beta/\alpha \approx 0.6$,这也表明 ${}^6\text{Li}$ 存在着集团结构现象.

四、结 论

综上所述,我们的主要结论是:通过对 $n + {}^6\text{Li}$ 弹性散射的 QRGM 计算和分析表明, ${}^6\text{Li}$ 的 $d + \alpha$ 集团结构效应是很显著的,与双幻核 α 集团的交换效应的确很小,可以略去. 只要选择好描写 ${}^6\text{Li}$ 的 $d - \alpha$ 集团结构波函数,则用略去与 α 集团交换的 QRGM 能得到与严格的全部反对称化的 RGM 相一致的结果,且前者简单得多. 一般说来,QRGM 适用于显著含有双幻集团 C 的三集团 $A + (BC)$ 系统,但用得成功与否在很大程度上取决于能否选好描写这种集团结构的波函数,特别是其中复合集团 (BC) 内的相对运动波函数.

关于 QRGM 方面的工作我们还在继续进行.

曾繁安同志在计算程序方面给予了大力帮助,侯仁锴同志也协助过计算,王力红同志曾参与过一些讨论,特此表示感谢.

参 考 文 献

- [1] K. Wildermuth and Y. C. Tang, *A unified Theory of the Nucleus* (Vieweg, Braunschweig, 1977).
- [2] 王力红,曾繁安,赵玄,略去核心交换的共振群方法 (QRGM),高能物理与核物理,待发表.
- [3] Y. C. Tang et al., *Nucl. Phys.*, **32**(1962), 504; 金星南等,高能物理与核物理,**3**(1979),226.
- [4] D. J. Studeba et al., *Phys. Rev.*, **C17**(1978), 447.
- [5] 同[1] p.222;
D. R. Thompson, Y. C. Tang and R. E. Brown, *Phys. Rev.*, **C5**(1972), 1939.
- [6] Y. C. Tang et al., *Phys. Rev.*, **123**(1961), 548.
- [7] Y. C. Tang et al., *Nucl. Phys.*, **32**(1962), 504.

CLUSTER STRUCTURE IN ${}^6\text{Li}$ AND EXCHANGE EFFECTS IN $n+{}^6\text{Li}$ SCATTERING STATES

LING YOU-GUANG ZHAO XUAN

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

ABSTRACT

The phase shifts and differential cross sections of $n+{}^6\text{Li}$ elastic scattering are calculated and the $d+\alpha$ cluster structure in ${}^6\text{Li}$ and the exchange effects in $n+{}^6\text{Li}$ scattering states are studied by the QRGM which is a RGM with omitting the antisymmetrization with the nucleons in α cluster. The results show that there exists a marked $d+\alpha$ cluster structure in ${}^6\text{Li}$. Therefore carefully choosing the cluster structure wave function of ${}^6\text{Li}$, especially the relative motion wave function between d and α , is very important. The results obtained by the QRGM are in agreement with those obtained by the RGM.