

多粒子系统的高能集团散射理论

李扬国 张禹顺

(中国科学院高能物理研究所)

王滩滩 阮图南

(中国科学院理论物理研究所) (中国科学技术大学)

摘 要

本文以 Glauber 散射理论为框架,把多粒子系统分为“价”粒子团和“海”粒子团,从而把一个很复杂的多粒子系统的多次散射振幅分解为“海”-“海”、“海”-“价”、“价”-“价”散射振幅。为了方便,我们对每一种散射振幅,用一种有效的近似方法处理。最后得到物理概念清楚、计算上方便的“海”-“海”、“海”-“价”、“价”-“价”的 S 矩阵。

一、引 言

在粒子物理和原子核物理中,“价”和“海”的概念早已被人们广泛地用来讨论各种各样的问题。如在基本粒子的层子模型中,存在“价”层子和“海”层子。在原子核中,分为费米海中核子和满壳外的价核子。分为“价”粒子和“海”粒子,是为了把十分复杂的多体问题,冻结一部分自由度,化为复杂性较少的问题。但又不失去物理上的特点。

在两个多粒子系统 A 和 B 之间的散射理论中,多体问题的研究仍是极其困难的课题。因此人们总是采用各式各样的近似方法来避开多体问题上所引起的困难。特别是对弹性散射道的处理,往往引入等效光学位去近似的描述它。在高能量的入射炮弹情况下,两个多粒子系之间的多次散射是很重要的。Glauber 多次散射理论在处理多次散射问题时,虽然在计算上已较为方便;但是如果略为考虑多体结构的影响,在理论计算上也仍是极冗繁的。因此,人们总用各种近似方法,如采用光学极限近似等。这些近似都是冻结大部份自由度,把多粒子系统作为核物质看待。这样往往又忽略一些活泼粒子对散射的影响。为了既考虑活泼粒子的特殊性,又考虑减少多体问题引起的复杂性,我们把“价”粒子与“海”粒子的概念用于高能散射。把多粒子系统分为“价”和“海”二团。在 Glauber 多次散射理论^[2,3]的框架下讨论如何处理多次碰撞。

在第二节中,我们讨论“价”和“海”的分割。即把二个多粒子系统的多次散射振幅分解为“海”-“海”、“海”-“价”,“价”-“海”和“价”-“价”的散射振幅。第三节讨论“海”-“海”的 S 矩阵。由于“海”粒子数很多。因此,在“海”-“海”相碰时,我们认为二团物质的作

用。通过二团物质的卷积算出总相移,从而得到它的 S 矩阵。第四节讨论“价”-“价” S 矩阵。“价”粒子是少数较为活泼的粒子,易于激发。我们把硬球碰撞近似方法加以推广,即用双重散射振幅的近似方法来计算此 S 矩阵。因此,若知道“价”粒子的各类形状因子,就可以得到“价”-“价”的 S 矩阵。第五节讨论“海”-“价”的 S 矩阵。我们将导出一个“价”粒子团受“海”粒子团散射的等效光学势。它描述“价”与“海”粒子之间的相互作用。通过这个光学势可以得到“海”-“价”的 S 矩阵。这样,两个多粒子系统 A 与 B 之间的多次散射 S 矩阵可以化成几个可以计算的 S 矩阵的乘积。

二、“价”和“海”的分割

多粒子系统 A (简称 A) 与多粒子系统 B (简称 B) 之间的多次散射振幅,在 Glauber 理论的近似下, $A + B \rightarrow A^* + B^*$ 散射过程的散射振幅为^[2,3]

$$F_{ji}(\mathbf{q}) = \Theta(\mathbf{q}) \frac{ik}{2\pi} \int d^2b e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \int \phi_{A_f}^*(\mathbf{x}) \phi_{B_f}^*(\mathbf{y}) \Gamma \phi_{A_i}(\mathbf{x}) \phi_{B_i}(\mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y}. \quad (2.1)$$

其中 $\Theta(\mathbf{q})$ 是质心修正因子; k 为入射系统的动量; \mathbf{q} 为动量传递; \mathbf{b} 为碰撞参数,即 A 和 B 质心的垂直距离; $\phi_{A_f}^*(\mathbf{x})$, $\phi_{A_i}(\mathbf{x})$ 为入射系统的末、初态的波函数; $\phi_{B_f}^*(\mathbf{y})$, $\phi_{B_i}(\mathbf{y})$ 为靶系统的末、初态波函数。其中 \mathbf{x} 是 $(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A, \mathbf{x}_{A+1} \cdots \mathbf{x}_{N_A})$ 的缩写; \mathbf{y} 是 $(\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B, \mathbf{y}_{B+1} \cdots \mathbf{y}_{N_B})$ 的缩写; 而

$$d\mathbf{x} = d\mathbf{x}_1 \cdots d\mathbf{x}_A, \quad d\mathbf{x}_{A+1} \cdots d\mathbf{x}_{N_A} = \prod_{i=1}^A d\mathbf{x}_i \prod_{i=A+1}^{N_A} d\mathbf{x}_i, \quad (2.2)$$

$$d\mathbf{y} = d\mathbf{y}_1 \cdots d\mathbf{y}_B, \quad d\mathbf{y}_{B+1} \cdots d\mathbf{y}_{N_B} = \prod_{\alpha=1}^B d\mathbf{y}_\alpha \prod_{\beta=B+1}^{N_B} d\mathbf{y}_\beta. \quad (2.2')$$

(2.1) 中的

$$\Gamma = 1 - \prod_h \prod_v [1 - \Gamma_{h\nu}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_h - \mathbf{s}_\nu)], \quad (2.3)$$

为总体断面函数; 而

$$\Gamma_{h\nu}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_h - \mathbf{s}_\nu) = \frac{1}{2\pi i k'} \int d^2q e^{-i\mathbf{q}\cdot(\mathbf{b} + \mathbf{s}_h - \mathbf{s}_\nu)} \cdot f_{h\nu}(\mathbf{q}), \quad (2.4)$$

为二体断面函数, \mathbf{s}_ν 和 \mathbf{s}_h 分别表示 \mathbf{x}_ν 和 \mathbf{x}_h 在垂直于入射系统方向平面上的投影。在 高能碰撞中, 二体散射振幅 $f_{h\nu}(\mathbf{q})$ (当不考虑自旋效应时) 通常取

$$f_{h\nu}(\mathbf{q}) = \frac{ik'}{2\pi} \sigma(1 - i\rho) \cdot e^{-\frac{1}{2}\beta^2 q^2} = f(0) e^{-\frac{1}{2}\beta^2 q^2},$$

而

$$f(0) = \frac{ik'}{2\pi} \sigma(1 - i\rho),$$

并且 σ 为二体散射总截面; ρ 为虚实比; β 为斜率。

众所周知, 基本粒子是由层子组成的, 其中通常分为“价”层子和“海”层子。在原子核的多粒子系统中, 常常分为费米“海”或壳层内核子和费米“海”以外或壳层外的“价”核子。

“价”粒子相对来说是活泼的,容易激发;而“海”粒子系统的集体性强。为此,在研究 $A + B \rightarrow A^* + B^*$ (如强子-强子、核-核等碰撞) 碰撞时,我们试图把 A, B 都分割为“价”和“海”两部分。把 (2.1) 式,这个很复杂的多粒子系统的多次散射振幅,分解为“海”-“海”、“海”-“价”、“价”-“价”的散射,并且分别用一些有效的近似办法来处理它们。

为此,首先把系统 $A(B)$ 中 $N_A(N_B)$ 个粒子分为 $A(B)$ 个“价”粒子和 $(N_A - A)$ 和 $(N_B - B)$ 个“海”粒子,相应的 \mathbf{x} 分为“价”粒子坐标 $\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A$, 和“海”粒子坐标 $\mathbf{x}_{A+1} \cdots \mathbf{x}_{N_A}$; \mathbf{y} 也类似地分为“价”粒子坐标 $\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B$ 和“海”粒子坐标 $\mathbf{y}_{B+1} \cdots \mathbf{y}_{N_B}$ 。

那末,总的断面函数 (2.3) 可以写成

$$\begin{aligned} & \Gamma(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1, \cdots, \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_{N_B}) \\ &= 1 - [1 - \Gamma_1(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] \cdot [1 - \Gamma_2(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B})] \\ & \quad \cdot [1 - \Gamma_3(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] \cdot [1 - \Gamma_4(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B})]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中

$$\begin{cases} \Gamma_1(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B) = 1 - \prod_{i=1}^A \prod_{\alpha=1}^B [1 - \Gamma_{i\alpha}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_\alpha)], \\ \Gamma_2(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B}) = 1 - \prod_{i=1}^A \prod_{\beta=B+1}^{N_B} [1 - \Gamma_{i\beta}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_\beta)], \\ \Gamma_3(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B) = 1 - \prod_{j=A+1}^{N_A} \prod_{\alpha=1}^B [1 - \Gamma_{j\alpha}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\alpha)], \\ \Gamma_4(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B}) = 1 - \prod_{j=A+1}^{N_A} \prod_{\beta=B+1}^{N_B} [1 - \Gamma_{j\beta}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta)]. \end{cases} \quad (2.6)$$

$\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ 分别表示“价”-“价”、“价”-“海”、“海”-“价”和“海”-“海”相互作用的断面函数。

对于 A, B 系统的波函数,我们也把它们分割为“价”和“海”两部分,并且分别用 u 和 v 表示之。即

$$\begin{cases} \psi_{A_i}(\mathbf{x}) = u_{A_i}(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A) v_{A_i}(\mathbf{x}_{A+1} \cdots \mathbf{x}_{N_A}) \equiv u_{A_i} \cdot v_{A_i}, \\ \psi_{B_j}(\mathbf{y}) = u_{B_j}(\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B) v_{B_j}(\mathbf{y}_{B+1} \cdots \mathbf{y}_{N_B}) \equiv u_{B_j} \cdot v_{B_j}, \\ \psi_{A_j}(\mathbf{x}) = u_{A_j}(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_A) v_{A_j}(\mathbf{x}_{A+1} \cdots \mathbf{x}_{N_A}) \equiv u_{A_j} \cdot v_{A_j}, \\ \psi_{B_j}(\mathbf{y}) = u_{B_j}(\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B) \cdot v_{B_j}(\mathbf{y}_{B+1} \cdots \mathbf{y}_{N_B}) \equiv u_{B_j} \cdot v_{B_j}. \end{cases} \quad (2.7)$$

高能粒子-粒子碰撞的特点是集中于小角度的朝前散射以及呈现衍射花纹;在这种情况下,粒子间的作用时间是极短的;穿越靶核的粒子一般不与靶中同一粒子重复多次碰撞。即在碰撞过程中, AB 系统的状态处于冻结的状态。为此,高能碰撞的问题,在处理多次碰撞过程中,中间态的贡献不重要,可以略去。这样,把 (2.5) 和 (2.7) 代入 (2.1) 的积分矩阵元中得

$$\int \phi_{A_j}^*(\mathbf{x}) \phi_{B_j}^*(\mathbf{y}) \Gamma \phi_{A_i}(\mathbf{x}) \phi_{B_i}(\mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \approx \delta_{ji}$$

$$\begin{aligned}
& - \left\{ u_{A_i}^* u_{B_j}^* [1 - \Gamma_1(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] u_{A_i} u_{B_j} \prod_{i=1}^A dx_i \prod_{\alpha=1}^B dy_\alpha \right. \\
& \cdot \int u_{A_i}^* v_{B_j}^* [1 - \Gamma_2(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B})] u_{A_i} v_{B_j} \prod_{i=1}^A dx_i \prod_{\beta=B+1}^{N_B} dy_\beta \\
& \cdot \int v_{A_i}^* u_{B_j}^* [1 - \Gamma_3(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] v_{A_i} u_{B_j} \prod_{j=A+1}^{N_A} dx_j \prod_{\alpha=1}^B dy_\alpha \\
& \left. \cdot \int v_{A_i}^* v_{B_j}^* [1 - \Gamma_4(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_{B+1} \cdots \mathbf{s}_{N_B})] v_{A_i} v_{B_j} \prod_{j=A+1}^{N_A} dx_j \prod_{\beta=B+1}^{N_B} dy_\beta \right\}. \quad (2.8)
\end{aligned}$$

(2.8) 式中的花括号里, 第一个积分表示 A 的“价”粒子与 B 的“价”粒子间的散射 S 矩阵元, 简称“价”-“价” S 矩阵元; 第二个积分表示 A 的“价”与 B 的“海”粒子间的 S 矩阵元, 简称“价”-“海” S 矩阵元; 第三个积分表示 A 的“海”与 B 的“价”粒子间的 S 矩阵元, 简称“海”-“价” S 矩阵元; 第四个积分表示 A 的“海”与 B 的“海”粒子间的 S 矩阵元, 简称“海”-“海” S 矩阵元. 总的 S 矩阵是此 4 个 S 矩阵的乘积. 下面我们将在 (2.8) 式的基础上, 分别讨论各类 S 矩阵元的近似方法, 使它能够用来讨论实际的散射问题.

三、“海”-“海” S 矩阵

“价”粒子相对于“海”粒子而言比较活泼, 容易激发. 为了使问题不太复杂, 对 $A + B \rightarrow A^* + B^*$ 碰撞过程, 本文只限于讨论“价”粒子被激发的情况, 即非弹道的激发只发生于“价”-“价”散射过程之中. 关于“海”可以引起集体激发, 以及在高次碰撞过程中“价”和“海”同时被激发的问题, 我们将在另一篇文章中讨论^[4]. 首先讨论“海”-“海” S 矩阵. 从 (2.8) 式中看到“海”-“海”相互作用不引起“海”的激发, 只有弹性道, 它的 S 矩阵为

$$\begin{aligned}
S_{j \rightarrow j}(\mathbf{b}) &= \int v_{A_i}^* v_{B_j}^* \left\{ \prod_{j=A+1}^{N_A} \prod_{\beta=B+1}^{N_B} [1 - \Gamma_{j\beta}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta)] \right\} \\
&\cdot v_{A_i} v_{B_j} \prod_{j=A+1}^{N_A} dx_j \prod_{\beta=B+1}^{N_B} dy_\beta. \quad (3.1)
\end{aligned}$$

为了计算方便, 人们常用几率密度分布 $\rho(\mathbf{x})$ 来描述. 即取

$$v_{A_i}^* v_{A_i} = \prod_{j=A+1}^{N_A} v_A^*(\mathbf{x}_j) v_A(\mathbf{x}_j) = \prod_{j=A+1}^{N_A} \rho_A(\mathbf{x}_j), \quad (3.2a)$$

$$v_{B_j}^* v_{B_j} = \prod_{\beta=B+1}^{N_B} v_B^*(\mathbf{y}_\beta) v_B(\mathbf{y}_\beta) = \prod_{\beta=B+1}^{N_B} \rho_B(\mathbf{y}_\beta). \quad (3.2b)$$

利用 (3.2) 和 (2.4), (3.1) 式可以化简

$$S_{j \rightarrow j}(\mathbf{b}) = \left[1 - \int \rho_A(\mathbf{x}_j) \rho_B(\mathbf{y}_\beta) \Gamma_{j\beta}(\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta) dx_j dy_\beta \right]^{(N_A - A)(N_B - B)}$$

$$= \left[1 - \frac{1}{2\pi ik} \int d^2q f(q) \int \rho_A(\mathbf{x}_j) \rho_B(\mathbf{y}_\beta) \cdot e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta)} d\mathbf{x}_j d\mathbf{y}_\beta \right]^{(N_A - A)(N_B - B)} \quad (3.3)$$

由于在 高能碰撞过程中, 二体散射主要是朝前峰 的贡献, 近似可用 $f(\mathbf{q}) \simeq f(0)$. 又由于“海”粒子几乎充满 A 或 B 系统, 因此可引入厚度函数

$$\begin{cases} T_A(\mathbf{s}_j) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_A(\mathbf{x}_j) d\mathbf{x}_{jz}, \\ T_B(\mathbf{s}_\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_B(\mathbf{y}_\beta) d\mathbf{y}_{\beta z}, \end{cases} \quad (3.4)$$

它分别表示 A 的“海”和 B 的“海”粒子的厚度函数. 它们相当于把圆球压成一个饼. 于是, (3.3) 中的积分部分化为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi ik} \int d^2q f(q) \int \rho_A(\mathbf{x}_j) \rho_B(\mathbf{y}_\beta) e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta)} d\mathbf{x}_j d\mathbf{y}_\beta \\ &= \frac{2\pi f(0)}{ik} \int T_A(\mathbf{s}_j) T_B(\mathbf{s}_\beta) \delta(\mathbf{b} + \mathbf{s}_j - \mathbf{s}_\beta) d\mathbf{s}_j d\mathbf{s}_\beta \\ &= \frac{2\pi f(0)}{ik} \int T_A(\mathbf{s}_\beta - \mathbf{b}) T_B(\mathbf{s}_\beta) d\mathbf{s}_\beta. \end{aligned} \quad (3.5)$$

令

$$\begin{aligned} g(\mathbf{b}) &= \frac{1}{2\pi} \int T_A(\mathbf{s}_\beta - \mathbf{b}) T_B(\mathbf{s}_\beta) d\mathbf{s}_\beta \\ &= T_A \otimes T_B. \end{aligned} \quad (3.6)$$

$g(\mathbf{b})$ 称为 A “海”和 B “海”在碰撞距离为 b 时的卷积. 这样

$$\begin{aligned} S_{r-r'}(\mathbf{b}) &= \left[1 - \frac{f(0)}{ik} g(\mathbf{b}) \right]^{(N_A - A)(N_B - B)} \\ &\simeq e^{-\frac{(N_A - A)(N_B - B)f(0)}{ik} g(\mathbf{b})}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

定义

$$\Delta(\mathbf{b}) = \frac{f(0)(N_A - A)(N_B - B)}{ik} g(\mathbf{b}) \quad (3.8)$$

为“海”-“海” S 矩阵的总相移函数. 则 (3.7) 式为

$$S_{r-r'}(\mathbf{b}) = e^{-\Delta(\mathbf{b})}. \quad (3.9)$$

这样, 通过卷积 $g(\mathbf{b})$, 算出总相移 $\Delta(\mathbf{b})$, 就可以得到“海”-“海”的 S 矩阵.

四、“价”-“价” S 矩阵

(2.8) 式中“价”-“价” S 矩阵为

$$S_{v-v'}(\mathbf{b}) = \int u_{A_i}^* u_{B_j}^* [1 - \Gamma_1(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] u_{A_i} u_{B_j} \prod_{i=1}^A d\mathbf{x}_i \prod_{\alpha=1}^B d\mathbf{y}_\alpha. \quad (4.1)$$

“价”粒子数是比较少的, 并且容易激发. 处理“价”-“价”散射, 我们曾用 RPA 方法^[5](这个方法没有考虑入射粒子系统的激发). 为了更广泛起见, 我们讨论炮弹和靶都可以处于激发态的情况. 即把 RPA 方法加以推广, 用双重散射振幅的近似方法来计算这个 S 矩阵.

“价”粒子 $u_B^*(\mathbf{y})u_B(\mathbf{y})$ 用另一个密度函数 $\xi_B(\mathbf{y})$ 或由“价”粒子的形状因子 $S_B(\mathbf{q})$ 来描述,即

$$u_{B_i}^* u_{B_i} = \prod_{\alpha=1}^B \xi_B(\mathbf{y}_\alpha). \quad (4.2)$$

首先给出 A “价”中的一个粒子与 B “价”粒子团之间的弹性散射振幅为

$$\begin{aligned} F_{B_i}^{(0)}(\mathbf{q}) &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ u_B^*(\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B) \left[1 - \prod_{\alpha=1}^B [1 - \Gamma_\alpha(\mathbf{b} - \mathbf{s}_\alpha)] \right] \right\} \\ &\quad \cdot u_B(\mathbf{y}_1 \cdots \mathbf{y}_B) \prod_{\alpha=1}^B d\mathbf{y}_\alpha \\ &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ 1 - \left[1 - \int \xi_B(\mathbf{y}_\alpha) \Gamma_\alpha(\mathbf{b} - \mathbf{s}_\alpha) d\mathbf{y}_\alpha \right]^B \right\} \\ &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{1}{2\pi i\kappa} \int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}f(\mathbf{q})} S_B(\mathbf{q}) d^2\mathbf{q} \right]^B \right\} \\ &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \{ 1 - [1 - \Gamma_B(\mathbf{b})]^B \}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_B(\mathbf{b}) &= \frac{1}{2\pi i\kappa} \int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}f(\mathbf{q})} S_B(\mathbf{q}) d^2\mathbf{q}, \\ S_B(\mathbf{q}) &= \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}_\alpha} \xi_B(\mathbf{y}_\alpha) d\mathbf{y}_\alpha. \end{aligned} \quad (4.4)$$

(4.3) 式是入射炮弹 B 不被激发时的散射振幅。如果 B 被激发,并且这种激发态是由一个粒子跃迁引起的。若初态 u_i 到末态 u_f , 量子数改变 l_B , 并且由 u_{B_i} 到 $u_{B_f}^*$ 的跃迁形状因子为

$$S_{l_B}(\mathbf{q}) Y_{l_B m_B}(\mathbf{q}) = \int u_{B_f}^* u_{B_i} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{y}_\alpha} d\mathbf{y}_\alpha, \quad (4.5)$$

则非弹性过程的多次散射振幅可以写为

$$\begin{aligned} F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q}) &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ \Gamma_{l_B m_B}(\mathbf{b}) \left[1 - \frac{1}{2\pi i\kappa} \int e^{-i\mathbf{q}'\cdot\mathbf{b}f(\mathbf{q}')} S_B(\mathbf{q}') d^2\mathbf{q}' \right]^{B-1} \right\} \\ &= \frac{i\kappa}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} \left\{ \Gamma_{l_B m_B}(\mathbf{b}) [1 - \Gamma_B(\mathbf{b})]^{B-1} \right\}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

而

$$\Gamma_{l_B m_B}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i\kappa} \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}f(\mathbf{q})} S_{l_B m_B}(\mathbf{q}) Y_{l_B m_B}(\mathbf{q}) d^2\mathbf{q}$$

若初态为 $J = 0$ 的态,则 $l_B m_B$ 便是 B 系统的末态,在计算微分截面时,最后要对 m_B 求和。

其次,以 (4.3) 或 (4.6) 的 $F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q})$ 作为元振幅,再次用 Glauber 多次散射理论,得到 B “价”粒子团与 A “价”粒子团间的 S 矩阵为

$$\begin{aligned} S_{\nu-\nu}(\mathbf{b}) &= \int u_{A_i}^* u_{B_i}^* [1 - \Gamma_1(\mathbf{b}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_A, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] u_{A_i} u_{B_i} \prod_{i=1}^A d\mathbf{x}_i \prod_{\alpha=1}^B d\mathbf{y}_\alpha \\ &= \int u_{A_i}^* \left\{ \prod_{i=1}^A [1 - \Gamma_{B_i}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)] \right\} u_{A_i} \prod_{i=1}^A d\mathbf{x}_i, \end{aligned} \quad (4.7)$$

其中

$$\Gamma_{B_i}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i) = \frac{1}{2\pi i k'} \int d^2 q e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)} \cdot F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q}). \quad (4.8)$$

(4.8) 式中的 $F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q})$ 是 (4.3) 或 (4.6) 式 ($J = 0$ 为弹性, $J \neq 0$ 为非弹性)。若 A “价” 粒子团不被激发, 即 $u_{A_j}^* = u_{A_j}$, 则取靶的“价”粒子由 $\prod_{i=1}^A \xi_A(\mathbf{x}_i) = u_{A_j}^* u_{A_j}$ 密度函数来描述。 $\xi_A(\mathbf{x})$ 相对应的形状因子为

$$S_A(\mathbf{q}) = \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_i} \xi_A(\mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i, \quad (4.9)$$

则

$$\begin{aligned} S_{v-v}(\mathbf{b}) &= \left[1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 q e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q}) S_A(\mathbf{q}) \right]^A \\ &= [1 - \Gamma_{AB}^{(J)}(\mathbf{b})]^A. \end{aligned} \quad (4.10)$$

其中

$$\Gamma_{AB}^{(J)}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i k} \int d^2 q e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q}) S_A(\mathbf{q})$$

当考虑 A “价” 粒子被激发的非弹性过程时, 与 B 被激发时的情况类似, 跃迁形状因子为

$$S_{l_A}(\mathbf{q}) Y_{l_A m_A}(\mathbf{q}) = \int u_{A_j}^* u_{A_j} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_i} d\mathbf{x}_i. \quad (4.11)$$

不难得到

$$S_{v-v}(\mathbf{b}) = \Gamma_{l_A m_A}(\mathbf{b}) [1 - \Gamma_{AB}^{(J)}(\mathbf{b})]^{A-1}, \quad (4.12)$$

其中

$$\Gamma_{l_A m_A}(\mathbf{b}) = \frac{1}{2\pi i k} \int e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{b}} F_{B_i}^{(J)}(\mathbf{q}) S_{l_A}(\mathbf{q}) Y_{l_A m_A}(\mathbf{q}) d^2 q. \quad (4.13)$$

若 A 粒子系统初态 $J = 0$, 则 $l_A m_A$ 为其激发态能级的自旋; 若 AB 系统“价”粒子都被激发, 那末, 在计算微分截面时应应对 m_A, m_B 求和。

至此, 我们很简要的描述了双重散射振幅的处理途径。只要知道“价”粒子的分布函数 $\xi_A(\mathbf{x}), \xi_B(\mathbf{y})$, 以及它们的跃迁密度 $u_j^* u_j$ 便可以通过上面的表式, 给出 S 矩阵。应该指出, 对于弹性过程, 在某种形状因子下 (如取高斯型), 不难得到解析的表式; 而对非弹性过程, 它的计算就要复杂得多。

五、“海”-“价” S 矩阵

“海”与“价”的相互作用, 可以引起“海”的激发, 这种激发往往带有集体性的, 我们将在以后讨论。在这一节, 我们只讨论弹性道的“海”-“价” S 矩阵。我们试图得到一个等效光学势。由 (2.8) 式, “海”-“价” S 矩阵为

$$S_{v-v}(\mathbf{b}) = \int v_{A_j}^* u_{B_i}^* [1 - \Gamma_3(\mathbf{b}, \mathbf{s}_{A+1} \cdots \mathbf{s}_{N_A}, \mathbf{s}_1 \cdots \mathbf{s}_B)] v_{A_i} u_{B_j} \prod_{j=A+1}^{N_A} d\mathbf{x}_j \prod_{a=1}^B d\mathbf{y}_a. \quad (5.1)$$

根据定义 (3.2a) 和 (4.2), (5.1) 可化为

$$S_{s-v}(\mathbf{b}) = \left[1 - \frac{2\pi f(0)}{ik} \int \rho_A(\mathbf{x}_i) \xi_B(\mathbf{r} + \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i dz_r \right]^{(N_A - A)B} \quad (5.2)$$

令

$$\int \rho_A(\mathbf{x}_i) \xi_B(\mathbf{r} + \mathbf{x}_i) d\mathbf{x}_i = \eta(\mathbf{r})$$

代入(5.2)并把它翻到指数上去得

$$S_{s-v}(\mathbf{b}) = \left[1 - \frac{2\pi f(0)}{ik} \int \eta(\mathbf{r}) dz_r \right]^{(N_A - A)B} = e^{i\chi^{(3)}(\mathbf{b})}. \quad (5.3)$$

其中

$$i\chi^{(3)}(\mathbf{b}) = \frac{i2\pi(N_A - A) \cdot B \cdot f(0)}{k} \int \eta(\mathbf{r}) dz_r.$$

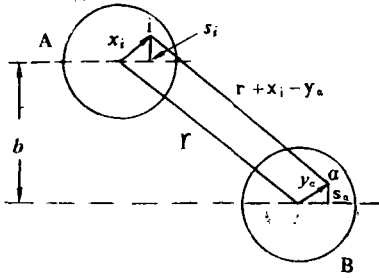


图 1

定义

$$-\frac{1}{\hbar v} v_{\text{opt.}}^{(3)}(\mathbf{r}) = \frac{2\pi(N_A - A) \cdot B \cdot f(0)}{k} \cdot \eta(\mathbf{r}), \quad (5.4)$$

则

$$i\chi^{(3)}(\mathbf{r}) = -\frac{i}{\hbar v} \int v_{\text{opt.}}^{(3)}(\mathbf{r}) dz_r.$$

于是(5.3)式就化为

$$S_{s-v}(\mathbf{b}) = e^{-\frac{i}{\hbar v} \int v_{\text{opt.}}^{(3)}(\mathbf{r}) dz_r}. \quad (5.5)$$

其中 $v_{\text{opt.}}^{(3)}(\mathbf{r})$ 可以看作是少数“价”粒子与靶的“海”相互作用的等效光学势； $\chi^{(3)}(\mathbf{b})$ 是由这个光学势决定的在碰撞参数为 \mathbf{b} 时的相移。 \mathbf{r} 与 \mathbf{b} 等之间的关系如图 1 所示。

用同样的方法可得“价”与“海”之间的 S 矩阵

$$S_{v-r}(\mathbf{b}) = e^{-\frac{i}{\hbar v} \int v_{\text{opt.}}^{(2)}(\mathbf{r}) dz_r}. \quad (5.6)$$

$v_{\text{opt.}}^{(2)}(\mathbf{r})$ 的定义与(5.4)相似。

六、结 语

综上所述,我们把一个很复杂的多粒子系统的多次散射矩阵,用“价”和“海”的概念分解为“海”-“海”、“海”-“价”和“价”-“价”的 S 矩阵,它们可以分别用各种近似方法处理。这是很有意义的。

这样,对 $A + B \rightarrow A^* + B^*$ 散射过程的微分截面可以写为

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{A+B \rightarrow A^*+B^*} = |F_{fi}|^2. \quad (6.1)$$

其中

$$F_{fi}(\mathbf{q}) = \Theta(\mathbf{q}) \frac{ik}{2\pi} \int d^2\mathbf{q}' \cdot e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{b}} [\delta_{fi} - S(\mathbf{b})], \quad (6.2)$$

而

$$S(\mathbf{b}) = S_{v-r}(\mathbf{b}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar v} \int [v_{\text{opt.}}^{(2)}(\mathbf{r}) + v_{\text{opt.}}^{(3)}(\mathbf{r})] dz_r}. \quad (6.3)$$

因此, 只要知道“海”-“海”中的卷积、“海”-“价”中的光学势、“价”-“价”中的粒子形状因子, 就可以得到多粒子系统间的散射微分截面。

在这里, “价”-“价”的 S 矩阵 $S_{vv}(\mathbf{b})$ 包含了弹性道和非弹性道. 而“价”-“海”、“海”-“价”和“海”-“海”的 S 矩阵, 我们只讨论它们的弹性道, 并且分别用等效光学位 $v_{\text{opt}}^{(2)}(\mathbf{r})$, $v_{\text{opt}}^{(3)}(\mathbf{r})$ 及总相移 $\Delta(\mathbf{b})$ 来描述. 光学位引起的贡献, 在原子核物理中是“海”对“价”粒子的扭曲效应。

我们在本文中讨论了 A 与 B 都分割成“价”及“海”粒子团的普遍情况. 当 A 或 B 只存在“价”或“海”粒子时, 那么 (6.3) 的 S 矩阵将收缩. 例如 α 与重核的散射. 这时 A 系统只有价粒子. 那么“海”-“海”的 S 矩阵为 1. $v_{\text{opt}}^{(3)}(\mathbf{r}) = 0$, 相对应的 S 矩阵为 1. 其他的情况也将同样的处理. 关于“海”的激发问题. 我们将于另文讨论它的集体激发特点。

参 考 文 献

- [1] R. J. Glauber, *In Lectures in Theoretical Physics Vol. 1* (1959), 315.
- [2] W. Czyz and L. C. Maximon, *Ann of Phys.* **52** (1969) 59; V. Franco and G. K. Varma, *Phys. Rev.*, **C18** (1978) 349.
- [3] 李扬国, 张禹顺, 王滩滩, 阮图南, “两个多粒子系统的散射理论”高能物理与核物理, 将发表.
- [4] 李扬国, 张禹顺, 王滩滩, 阮图南, “高能散射的集体运动理论”高能物理与核物理, 将发表.
- [5] 李扬国, 张禹顺, 陈晓天, 阮图南, 高能物理与核物理, **4**(1980).

HIGH ENERGY CLUSTER SCATTERING THEORY OF MANY PARTICLES SYSTEM

LI YANG-GUO ZHANG YU-SHUN

(*Institute of High Energy Physics, Academia Sinica*)

WANG WEI-WEI

(*Institute of Theoretical Physics, Academia Sinica*)

RUAN TU-NAN

(*University of Science and Technology of China*)

ABSTRACT

Within the framework of the Glauber theory, we divide the many particle system into two subsystems formed by the “valence” particles and “sea” particles respectively. Then, the multiple scattering amplitudes can be divided into “sea”-“sea”, “sea”-“valence”, “valence”-“sea” and “valence”-“valence” multiple scattering amplitude. For the calculations of these different amplitudes, different effective approximate methods are proposed. Finally, for “sea”-“sea”, “sea”-“valence”, “valence”-“sea” and “valence”-“valence” processes, we obtain the respective S -matrices which physically clear and convenient in calculation.