第5卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 5, No. 4
1981 年 7 月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1981

宇宙线电子在银河系中的传播

张 和 祺
(中国科学院紫金山天文台)

摘 要

本文利用格林函数对宇宙线所遵循的传输方程求解，得出高能电子的非定常能谱，从而对宇宙线的某些基本性质作了探讨.

一、引 言

宇宙线中高能电子能谱的研究历来是宇宙线物理、高能天体物理中的一个重要问题，它涉及到宇宙线的起源和传播过程中的一系列物理因素. 对它的研究使得天体物理学家有可能获得遥远天体的性质、银河系中的基本物态、以及宇宙线源的某些基本特征等各种信息. 尤其是后者，今天对宇宙线物理学来说，仍然是一个谜. 近十年来，传统的做法是假设 $\partial N/\partial t = 0$ (N 为高能电子数密度)，寻求一种电子能谱的稳态解[1]. 这种做法实际上模糊了银河系中宇宙线传播过程的真实物理图象. 本文利用格林函数对电子传输方程探求非定常解，对宇宙线问题的研究采用这种方法乃是一种新的尝试. 数学上的处理方法虽类似地为工作 [2] 所考虑过，但是本文直接引入电子能损方程解，以位置和时间为独立变量，从而有不同的变量替换形式，使得有更明确的物理含义. 我们设想了天体物理中可以容许存在的各种典型的源函数模型，得到了电子能谱随时间变化的较为普遍的结果. 在这个基础上，对宇宙线起源问题作了粗略的探讨.

二、理 论

宇宙线中高能电子的能态函数(即电子数密度)一般地满足下列传输方程[3]

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \xi\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}N + \frac{\partial^2}{\partial y^2}N + \frac{\partial^2}{\partial z^2}N\right] + \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left[N\frac{d\varepsilon}{dt}\right] = Q. \tag{1}$$

此中 Q 为源函数，表示产生宇宙线的源注入到空间的情况. $d\varepsilon/dt$ 代表电子在传播过程中的能量损失率. 在银河系中星际气体是如此的稀薄，人们常常可以忽略碰撞损耗和轫致辐射损耗，电子能损主要由同步辐射和逆康普顿散射决定[4]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\eta\varepsilon^2,\ \eta \simeq [4\cdot 10^{-6}H_\perp + 10^{-16}\rho]. \tag{2}$$

本文 1979 年 12 月 3 日收到.

其中 ρ 为星际平均辐射密度，以 $\mathrm{eV/cm^3}$ 为单位，$H_\perp$ 为星际磁场在垂直于电子运动方向上的分量，以高斯为单位。电子能量 ε 以 GeV 为单位。

作如下变量替换

$$\mathscr{F} = N\frac{\varepsilon_0^2}{(1+\eta\varepsilon_0 t)^2}\eta,\quad q=\frac{1}{2}\left[\frac{1+2\eta\varepsilon_0 t}{\eta\varepsilon_0}\right],\quad 4\pi\Lambda=\frac{1}{\xi}\eta\varepsilon^2 Q, \tag{3}$$

其中 ε_0 为电子的初始能量。注意到

$$\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial q}=\eta\left\{\frac{\varepsilon_0^2}{(1+\eta\varepsilon_0 t)^2}\frac{\partial N}{\partial t}-2N\frac{\varepsilon_0^3}{(1+\eta\varepsilon_0 t)^3}\right\}-\eta^2\frac{\varepsilon_0^4}{(1+\eta\varepsilon_0 t)^4}\frac{\partial N}{\partial\varepsilon},$$

则不难证明(1)式与下式相当

$$\nabla^2\mathscr{F}-\frac{1}{\xi}\frac{\partial\mathscr{F}}{\partial q}=-4\pi\Lambda. \tag{4}$$

(4)式为一典型的扩散方程，其解可写为[5]

$$\mathscr{F}=\frac{1}{4\pi\xi}\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)}dv'G[\langle r,q\rangle,\langle r',q'\rangle]\Lambda+\frac{1}{4\pi\xi}\int\mathscr{A}_0[\langle r,q\rangle,\langle r',q'\rangle]dv'. \tag{5}$$

这里 $\mathscr{A}_0=\mathscr{F}_0G[\langle r,q\rangle,\langle r',0\rangle]$，$G$ 为格林函数，它定义为下面方程的解

$$\nabla^2 G-\frac{1}{\xi}\frac{\partial G}{\partial q}=-4\pi\delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\delta(q-q').$$

对整个空间，G 可表示为下述形式

$$G[\langle r,q\rangle,\langle r',q'\rangle]=\frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\frac{1}{(q-q')^{3/2}}$$
$$\times\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]U(q-q'),$$

其中 $U(q-q')$ 为一阶梯函数。

下面我们分别考虑粒子注入到宇宙空间中的几种典型的源函数，并求出相应的电子能谱。这些源函数反映了银河系中可能存在的各种天体物理过程的特征。将如此得到的理论电子谱与观测结果比较，就有可能对某些天体物理过程作为宇宙线源的可能性作出判断。

1. 假设电子的注入谱为

$$Q_1=Q_{01}\varepsilon^{-\gamma}U(t),$$

这种源函数表示电子在某一时刻 $t=0$ 突然注入，而后持续而稳定地维持着电子的供应。由初始条件可知，在这种情形里 $\mathscr{F}_0=0$，因此由(3)式和(5)式，我们有

$$\mathscr{F}=\frac{1}{4\pi\xi}\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)}dv'\eta\varepsilon^{-\gamma+2}Q_{01}U\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]$$
$$\times\frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}(q-q')^{3/2}}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]U(q-q')$$
$$=\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)}\eta^{\gamma-1}Q_{01}^*(2q'-t)^{\gamma-2}U\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right].$$

由上述积分，并利用电子能损方程(见(2)式)的解，我们不难推得

$$\begin{cases} N = \dfrac{Q_{01}}{2(\gamma-1)\eta}\varepsilon^{-(\gamma+1)}\{1-[1-2\eta\varepsilon t]^{\gamma-1}\}, & \left(t<\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \\ N = \dfrac{Q_{01}}{2(\gamma-1)\eta}\varepsilon^{-(\gamma+1)}. & \left(t>\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \end{cases} \tag{6}$$

2. 如果电子不是稳定持续地注入，而是脉冲式地注入，且在极短暂的时间内这种注入就消失，此时源函数可设为

$$Q_2 = Q_{02}\varepsilon^{-\gamma}\delta(t).$$

于是由 (3) 式和 (5) 式我们可以得到

$$\begin{aligned} \mathscr{F} &= \int_0^{q+\varepsilon} dq' \int_{(\varepsilon\to 0)} dv' \frac{Q_{02}}{4\pi\xi}\eta\varepsilon^{-\gamma+2}\delta\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right] \\ &\times \frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}(q-q')^{3/2}}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]U(q-q') \\ &= \int_0^{q+\varepsilon} dq' Q_{02}\eta(2q'-t)^{\gamma-2}\delta\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]. \end{aligned}$$

由上述积分，注意到 (2) 式和 (3) 式，我们容易求得

$$\begin{cases} N = Q_{02}\varepsilon^{-\gamma}[1-2\eta\varepsilon t]^{\gamma-2}, & \left(t<\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \\ N = 0. & \left(t>\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \end{cases} \tag{7}$$

3. 上述两种粒子注入模型在空间上是均匀的，与位置无关。现在进一步考虑点源模型。相对于银河系尺度而言，粒子注入源可看作集中于一点，粒子流随时间仍然是稳定而持续地注入。此时源函数形式可取为

$$Q_3 = \frac{Q_{03}}{4\pi}\frac{\delta(r-s)}{s^2}\varepsilon^{-\gamma}U(t), \quad (s\to 0)$$

在这种情形里，$\mathscr{F}$ 的积分形式可写为

$$\begin{aligned} \mathscr{F} &= \int_0^{q+\varepsilon} dq' \int_{(\varepsilon\to 0)\,(s\to 0)} dv'\eta\varepsilon^{-\gamma+2}\frac{Q_{03}\delta(r'-s)}{4\pi s^2} \\ &\times U\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]G[\langle r,q\rangle,\langle r',q'\rangle] \\ &= \int_0^{q+\varepsilon} dq' \int_{(\varepsilon\to 0)\,(s\to 0)} dv' \frac{Q_{03}\delta(r'-s)}{4\pi s^2}\eta^{\gamma-1}\frac{(2q'-t)^{\gamma-2}}{(q-q')^{3/2}} \\ &\times U\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]\frac{1}{(2\sqrt{\pi\xi})^3}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]U(q-q'). \end{aligned}$$

注意到上述体积分部分可表示为

$$\begin{aligned} &\int_{(s\to 0)} \frac{Q_{03}\delta(r'-s)}{4\pi s^2}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]dv' \\ &= \iiint_{(s\to 0)} \frac{Q_{03}\delta(r'-s)}{4\pi s^2}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]r'^2dr'\sin\theta' d\theta' d\phi' \\ &= Q_{03}\exp[-r^2/4\xi(q-q')]. \end{aligned}$$

于是我们有

$$\mathscr{F}=Q_{03}\eta^{\gamma-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\right)^3\int_L^{q+\kappa}\frac{(2q'-t)^{\gamma-2}}{(q-q')^{3/2}}\exp[-r^2/4\xi(q-q')]U\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]dq'$$

其中积分下限 L 由 t 和 ε 决定．若 $t<\frac{1}{2\eta\varepsilon}$，则 $L=\frac{1}{2\eta\varepsilon}$．若 $t>\frac{1}{2\eta\varepsilon}$，则 $L=\frac{t}{2}$．进一步令

$$y^2=r^2/4\xi(q-q'),\ \alpha=r/2\sqrt{t\xi},\ \beta=r\sqrt{\eta\varepsilon}/\sqrt{2\xi},$$

则上述积分可写为

$$\begin{cases}\mathscr{F}=Q_{03}\eta\,\dfrac{\varepsilon^{-\gamma+2}}{2\pi^{3/2}\xi r}\displaystyle\int_\alpha^\infty\left[1-\frac{r^2\eta\varepsilon}{2\xi y^2}\right]^{\gamma-2}e^{-y^2}dy, & (\beta<\alpha)\\ \mathscr{F}=Q_{03}\eta\,\dfrac{\varepsilon^{-\gamma+2}}{2\pi^{3/2}\xi r}\displaystyle\int_\beta^\infty\left[1-\frac{r^2\eta\varepsilon}{2\xi y^2}\right]^{\gamma-2}e^{-y^2}dy. & (\beta>\alpha)\end{cases}$$

或者

$$\begin{cases}N=\dfrac{Q_{03}}{2\pi^{3/2}\xi r}\,\varepsilon^{-\gamma}\displaystyle\int_\alpha^\infty\left[1-\frac{\beta^2}{y^2}\right]^{\gamma-2}e^{-y^2}dy, & (\beta<\alpha)\\ N=\dfrac{Q_{03}}{2\pi^{3/2}\xi r}\,\varepsilon^{-\gamma}\displaystyle\int_\beta^\infty\left[1-\frac{\beta^2}{y^2}\right]^{\gamma-2}e^{-y^2}dy. & (\beta>\alpha)\end{cases}\tag{8}$$

实际观测表明，宇宙线高能电子的能谱指数接近于 3，在这种情形下，(8) 式还可进一步简化为

$$\begin{cases}N\simeq\dfrac{Q_{03}}{4\pi\xi r}\,\varepsilon^{-\gamma}[1-\Phi(\alpha)], & (\beta<\alpha)\\ N\simeq\dfrac{Q_{03}}{4\pi\xi r}\,\varepsilon^{-\gamma}[1-\Phi(\beta)]. & (\beta>\alpha)\end{cases}\tag{9}$$

其中 Φ 为概率函数，当 W 值较大时具有下列渐近展开

$$\Phi(W)=1-\frac{e^{-W^2}}{W\sqrt{\pi}}\left[1-\frac{1}{2W^2}+\frac{1\cdot3}{4W^4}-\frac{1\cdot3\cdot5}{8W^6}+\cdots\right]\tag{10}$$

不难看出，随着 r 和 ε 的增大，都导致 $N(\varepsilon,r,t)$ 单调下降．当 $r\to\infty$ 或者 $\varepsilon\to\infty$ 时，$N(\varepsilon,r,t)\to0$，这一结果是物理上所期望的．

4. 如果粒子源在空间上、时间上均极不均匀，这时可设源函数为

$$Q_4=\frac{Q_{04}}{4\pi}\frac{\delta(r-s)}{s^2}\varepsilon^{-\gamma}\delta(t),\quad(s\to0)$$

它表示在银河系内某一小区域，在 $t=0$ 时刻突然有一脉冲式的粒子流注入，而后粒子供应立即中断．在这种情形里我们有

$$\begin{aligned}\mathscr{F}&=\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)\,(s\to0)}dv'\,\frac{Q_{04}}{4\pi}\frac{\delta(r'-s)}{s^2}\eta\varepsilon^{-\gamma+2}\delta\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]\frac{1}{4\pi\xi}G[\langle r,q\rangle,\langle r',q'\rangle]\\&=Q_{04}\eta^{\gamma-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\right)^3\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)\,(s\to0)}\frac{(2q'-t)^{\gamma-2}}{(q-q')^{3/2}}\delta\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]U(q-q')\\&\quad\times\frac{\delta(r'-s)}{4\pi s^2}\exp[-|r-r'|^2/4\xi(q-q')]r'^2dr'\sin\theta'd\theta'd\phi'\\&=Q_{04}\eta^{\gamma-1}\left(\frac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\right)^3\int_0^{q+\kappa}dq'\int_{(\kappa\to0)}\frac{(2q'-t)^{\gamma-2}}{(q-q')^{3/2}}\delta\left[q'-\frac{1}{2\eta\varepsilon_0}\right]\end{aligned}$$

$$\times \exp[-r^2/4\xi(q-q')].$$

由上述积分不难求得

$$\begin{cases} \mathscr{F} = Q_{04}\eta\left(\dfrac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\right)^3 \dfrac{\varepsilon^{-\gamma+2}[1-2\eta\varepsilon t]^{\gamma-2}}{t^{3/2}}\exp[-r^2/4\xi t], & \left(0<t<\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \\ \mathscr{F} = 0, & \left(t>\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \end{cases}$$

或者

$$\begin{cases} N = Q_{04}\left(\dfrac{1}{2\sqrt{\pi\xi}}\right)^3 \varepsilon^{-\gamma}\dfrac{[1-2\eta\varepsilon t]^{\gamma-2}}{t^{3/2}}\exp[-r^2/4\xi t], & \left(0<t<\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \\ N = 0, & \left(t>\dfrac{1}{2\eta\varepsilon}\right) \end{cases} \tag{11}$$

三、讨论和总结

由(6)、(7)、(8)、(9)和(11)诸式给出的电子能谱，我们可以作出如下有趣的讨论和总结。

1. 我们的理论推演表明，宇宙线中高能电子能谱不是稳态的，而是一个随时间演变的能谱。其中均匀持续注入模型（见(6)式和(8)式）提供了递增谱，脉冲式注入模型（见(7)式和(11)式）提供了递降谱。

就递增谱而言，对于确定的能量 ε，电子数目在 $t_c=\dfrac{1}{2}\eta^{-1}\varepsilon^{-1}$ 时刻停止增长，达到了平衡。同样，对于确定的时间 t，存在着一个临界能量 $\varepsilon_c=\dfrac{1}{2}\eta^{-1}t^{-1}$，能量大于 ε_c 的电子达到了平衡，电子数目不再增加，而在 $\varepsilon<\varepsilon_c$ 区域，电子数目继续增加。这就是说，星际同步辐射和逆康普顿散射损耗还来不及毁掉粒子源供应的电子数目。

因此，通常认为宇宙电子谱是稳态谱的看法是不真实的。只是这种谱的变化以宇宙演化的时标计，在人类探测宇宙线的短暂历史中还显示不出来罢了。

2. 对于非点源均匀持续注入模型(见(6)式)，能谱指数变化范围至多为 1。在 $\varepsilon\ll\dfrac{1}{2}\eta^{-1}t^{-1}$ 和 $\varepsilon\simeq\dfrac{1}{2}\eta^{-1}t^{-1}$ 之间存在着一个能谱指数缓慢变化的转折点。随着时间的推移，转折点将向低能方向移动。

3. (7)式给出了非点源脉冲式注入模型的电子能谱。可以看到，能谱在 $\varepsilon=\dfrac{1}{2}\eta^{-1}t^{-1}$ 处截止，并随时间增大，截止能量逐渐往低能方向移动。这就是说，如果粒子源不具有持续的注入机构而很快中断粒子供应的话，就会存在一个截止能量。在我们银河系内，可以取 $H_\perp\simeq2\cdot10^{-6}$ 高斯，$\rho\simeq0.1\mathrm{eV/cm^3}$，因此 $\eta\simeq3\cdot10^{-17}\left(\dfrac{1}{\mathrm{GeV\cdot s}}\right)$。设想宇宙线起源于银河刚形成时刻，取 $t=10^{17}\mathrm{s}$，则电子能谱截止出现在 1GeV 以下区域。这同目前的观测事实绝不相符，所以宇宙线是银河系刚形成时某种激烈而短暂的天体物理过程所留下来的遗迹或者是宇宙大爆炸时代留下的残迹的看法应该排除。

4. 非点源均匀持续注入模型(见(6)式)是以下列天体物理背景为基础：分布在银河

系中的脉冲星——旋转磁中子星的荷电粒子加速、具有强磁场的早型星表面的耀斑活动等均有可能构成这种注入模式．此时人们不妨仍可取 $t \simeq 10^{16}s$，由(6)式可知，至少在 $\varepsilon > 10\text{GeV}$ 以上区域，电子能谱指数保持不变．这与目前的探测结果较为一致，大约直到 10^3 GeV（目前实验家探测的上限）为止，似乎未发现宇宙电子能谱指数有任何明显的变化[6,7]．

5.(8)、(9)式给出了点源持续注入模型的结果．可以看到，参量 β 对能谱的影响很大．现在设想点源处在银核中心，取 $\eta \simeq 3 \cdot 10^{-17} \dfrac{1}{\text{GeV} \cdot \text{s}}$，$r \simeq 10^{22}\text{cm}$，$\xi \simeq \dfrac{1}{3}v\lambda \simeq 6 \times 10^{24}\text{cm}^2/\text{s}$（$v$ 为电子速度，λ 为平均自由路程），则 $\beta \simeq 10\varepsilon^{\frac{1}{2}}$．由此估计出的电子能谱近似地为

$$N \propto \frac{Q_{03}}{4\pi\xi} \varepsilon^{-(\gamma+\frac{1}{2})} e^{-100\varepsilon}.$$

这种能谱显然比 $\varepsilon^{-(\gamma+1)}$ 变得更为陡峭，与实际探测结果不相符合．所以点源持续注入模型如果有它的合理性的话，那么点源不可能处在银核附近．因此宇宙线纯粹起源于银核的活动而不借助于其它加速机构，看来是有困难的．

另一种设想是，假设宇宙线起源于地球附近某种特殊天体，如脉冲星、超新星爆发等。此时我们可以取 $r \simeq 1\text{KPC} \simeq 10^{21}\text{cm}$，能谱则可表示为

$$N \propto \frac{Q_{03}}{4\pi\xi} \varepsilon^{-(\gamma+\frac{1}{2})} e^{-\varepsilon}.$$

简单的数值计算表明，如此求得的理论谱与观测结果较为接近，但符合得并不理想，仅只局限在部分的能段范围内．所以在 1KPC 范围内，选取脉冲星——旋转磁中子星或超新星爆发作为点源持续注入模型也十分勉强．

上述和4.中的讨论结合在一起，使我们有可能作出如下的猜测：脉冲星——旋转磁中子星作为宇宙线源，也许是以非点源均匀持续注入方式出现，这就是说，整个银河系中到处分布着的脉冲星都要对宇宙线的产生作出贡献，而地球附近测得的宇宙线是所有脉冲星的一个总效果．

6.(11)式的结果是十分有趣的．这种注入模型最类似于地球附近的超新星爆发．由(11)式不难看到，当 $t \leqslant 10^{13}\text{s}$ 时，在数十千兆电子伏特至数百千兆电子伏特的能量范围内，它的能谱近似地为 $\varepsilon^{-\gamma}$，谱指数保持不变，这与观测结果一致．这个时间上限完全允许有区域性的超新星爆发的可能．所以超新星爆发作为脉冲式点源注入模式也是十分可能的．我们要着重指出的是，这种模型表征宇宙线源带有很强的区域性，即地球附近的宇宙线是受其附近点源直接控制的．

迄今我们仍然不能在脉冲星加速和超新星爆发两者之间作出抉择．这个问题的一种解决办法也许要依赖于 γ 射线天文的探测，因为人们有理由认为，作为宇宙线与星际物质作用的产物——γ 射线定会在点源附近显示出成团状的强度分布结构．

参 考 文 献

[1] R. R. Daniel, S. A. Stephens, *Space Sci. Rev.*, **10**(1970), 599.
[2] L. Gratton, *Astrophys. and Space Sci.*, **16**(1972), 81.

[3] C. C. Cheng, *Space Sci. Rev.*, 13(1972), 3.
[4] P. Meyer, Origin of Cosmic Rays, ed. by J. L. Osborne et al., D. Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland/Boston-U.S.A. (1974), 233.
[5] P. M. Morse and H. Feshback, *Methods of Theoretical Physics*, MeGraw-Hill Book Co, (1953), 857.
[6] K. C. Anand et al., *Astrophs. and Space Sci.*, 36(1975), 169.
[7] C. A. Meegan, J. A. Earl, 14th Intern. Cosmic Ray Conf.. 1(1975), 419.
[8] E. N. Parker, Interplanetary Dynamical Processes, John Wikey and Sons Inc., New York-London (1963), 210.

PROPAGATION OF COSMIC RAY ELECTRONS IN THE GALAXY

ZHANG HE-QI
(*Purple Mountain Observatory, Academia Sinica*)

ABSTRACT

In this paper, a non-steady state solution for the propagation equation is obtained by means of the Green function. We consider several models of the source function in the calculation. The electron spectrum derived from these kinds of source function shows very different properties. Our calculations suggest that the cosmic ray is not in an equilibrium state. It is also pointed out that the cosmic ray can not be considered as the remnants origining from a dramatic astrophysical process in primordial period when our Galaxy began to form. Both the results given by the continuous ejection model and the piont-source model with impulsive ejection can be used to account for the constant slope of the electron spectrum. Perhapes the Pulsar, or rotating neutron star, and the Supernova may be served as the most likly considerates for the cosmic ray source.