第4卷 第4期 高能物理与核物理 Vol. 4, No. 4
1980年7月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS July, 1980

夸克的准粒子模型和介子态的相变

倪光炯 陈苏卿
(复旦大学)

摘 要

本文尝试提出一种模型，把介子看作是各种正反夸克对组成的集体振动态. 如果夸克是经历了一次超导相变的准粒子，则在相变前后介子谱有特征的软化现象，由此讨论了同位旋 $I=0$（自旋 $S=0$ 和 1）和 $I=1$（$S=0$）的介子态，认为它们内部可能都已发生了相变.

一、引 言

本文企图建立一种多体模型，把介子内的夸克看成是真空中的某种激发，通过引入不同味、色的夸克间的“对相互作用”，产生了由夸克对组成的集体振动态，这就是介子态. 当“对相互作用”足够强时，夸克发生“超导相变”而变成“硬夸克”(准粒子)，同时介子谱在相变临界点附近有特征软化的现象，由此推测 π 介子等低能介子中都可能存在这种相变.

二、介子内部夸克间的对相互作用

我们只考虑通常被认为由正反夸克对 $q\bar{q}$ 组成的介子. 在讨论同位旋 $I=0$ 的介子时，将 u, d 看作不同的夸克，则真空中夸克对的产生算符可写为 $C^\dagger_{\nu\sigma}C^\dagger_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}$，其中 ν 标记夸克的味、色、相对轨道角动量 (L) 和径向激发量子数 (n_r)，σ 标记自旋第三分量，$\bar{\nu}$ 标记反味、反色，但同样的 L 和 n_r；此外，$\bar{\sigma}=-\sigma$，L 和 σ 的选择保证角动量守恒.

自由哈密顿量为

$$H_0=\sum_{\nu\sigma}\varepsilon_\nu(C^\dagger_{\nu\sigma}C_{\nu\sigma}+C^\dagger_{\bar{\nu}\sigma}C_{\bar{\nu}\sigma}). \tag{1}$$

其中 ε_ν 是正反夸克对 $q_\nu\bar{q}_{\bar{\nu}}$ 体系能量的一半，实际上是一个模型参量. 为讨论 $I^G(J^P)^C=0^+(0^-)^+$ 的介子如 $\eta(549)$，引入“对相互作用”：

$$H_P=-G\left[\sum_{\nu\sigma}(C^\dagger_{\nu\sigma}C^\dagger_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}+C_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}C_{\nu\sigma})\right]\left[\sum_{\nu'\sigma'}(C^\dagger_{\nu'\sigma'}C^\dagger_{\bar{\nu}'\bar{\sigma}'}+C_{\bar{\nu}'\bar{\sigma}'}C_{\nu'\sigma'})\right]. \tag{2}$$

在 QCD 中，这种作用是由于 $q\bar{q}$ 湮灭为二个胶子的交换而引起的[1]，有效相互作用能(矩阵元) G 假定为与 ν 无关.

本文 1979 年 3 月 26 日收到.

三、$0^+(0^-)^+$ 介子态(非超导情况)

以下计算实际上是核物理中关于核子对振动模型[2]的一种模拟. 首先定义

$$\Gamma_\nu^\dagger = \sum_\sigma C_{\nu\sigma}^\dagger C_{\bar\nu\bar\sigma}^\dagger, \tag{3}$$

则

$$H_p = -G\left[\sum_\nu (\Gamma_\nu^\dagger + \Gamma_\nu)\right]\left[\sum_{\nu'} (\Gamma_{\nu'}^\dagger + \Gamma_{\nu'})\right]. \tag{4}$$

再引入声子产生算符为

$$Q_n^\dagger = \sum_\nu (a_{n\nu}\Gamma_\nu^\dagger + b_{n\nu}\Gamma_\nu), \tag{5}$$

而新的关联真空$|\tilde{0}\rangle$定义是

$$Q_n|\tilde{0}\rangle = 0. \tag{6}$$

再用 RPA 方程

$$[H, Q_n^\dagger] = W_n Q_n^\dagger, \tag{7}$$

在近似

$$[\Gamma_\nu, \Gamma_{\nu'}^\dagger] = 2\delta_{\nu\nu'}, \quad [\Gamma_\nu, \Gamma_{\nu'}] = 0 \tag{8}$$

下,解出决定声子激发能 W_n 的方程为:

$$\frac{1}{4G} = \sum_\nu \left(\frac{4\varepsilon_\nu}{4\varepsilon_\nu^2 - W_n^2}\right). \tag{9}$$

而

$$a_{n\nu} = \frac{\Lambda_n}{2\varepsilon_\nu - W_n}, \quad b_{n\nu} = -\frac{\Lambda_n}{2\varepsilon_\nu + W_n}, \tag{10}$$

Λ_n 是归一化系数. 由 (9) 式可见根 W_n 是曲线

$$S(W) \equiv \sum_\nu \frac{4\varepsilon_\nu}{4\varepsilon_\nu^2 - W^2}$$

与水平直线 $\frac{1}{4G}$ 的交点,如图 1 所示.

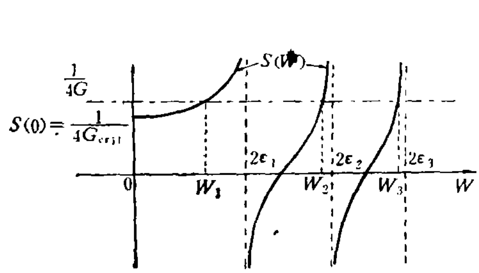

图 1

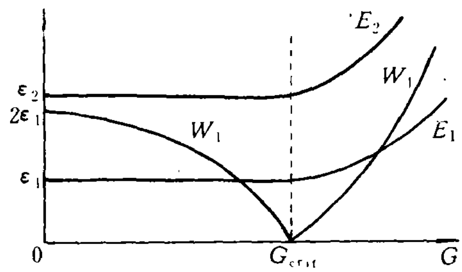

图 2

当 G 由零增大,最低根 W_1 由 $2\varepsilon_1$ 逐渐降低,直至 G 遇到临界值

$$G_{\rm crit} \equiv \left[\sum_\nu \frac{4}{\varepsilon_\nu}\right]^{-1} \tag{11}$$

时 $W_1=0$. 当 $G>G_{\text{crit}}$, W_1 消失,可以预期,这时产生了超导相变,见下节.

四、相变后的硬夸克和 0^- 对振动态

一旦当 $G>G_{\text{crit}}$, 便需引入 Bogoliubov-Valatin 准粒子变换:

$$\alpha^\dagger_{\nu\sigma}=U_\nu C^\dagger_{\nu\sigma}-V_\nu C_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}, \quad \alpha_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}=U_\nu C_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}+V_\nu C^\dagger_{\nu\sigma}, \quad (U_\nu^2+V_\nu^2=1), \tag{12}$$

于是

$$H=H_0+H_P=U+H_{11}+H_{22}+H_{40}+H_{31}. \tag{13}$$

其中

$$U='\langle 0|(H_0+H_P)|0\rangle' \tag{14}$$

为新真空 $|0\rangle'$ 的能量, $|0\rangle'$ 与原来裸夸克真空 $|0\rangle$ 的关系是:

$$|0\rangle'=\prod_{\nu\sigma}(U_\nu+V_\nu C^\dagger_{\nu\sigma}C^\dagger_{\bar{\nu}\bar{\sigma}})|0\rangle. \tag{15}$$

其中振幅 U_ν, V_ν 由基态能量 U 为极小的条件决定为:

$$U_\nu^2=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\tilde{\varepsilon}_\nu}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_\nu^2+\Delta^2}}\right), \quad V_\nu^2=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\tilde{\varepsilon}_\nu}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_\nu^2+\Delta^2}}\right), \tag{16}$$

其中 $\tilde{\varepsilon}_\nu=\varepsilon_\nu+2G(U_\nu^2-V_\nu^2)$. 而"能隙" Δ 由方程

$$4G\sum_\nu\frac{1}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_\nu^2+\Delta^2}}=1 \tag{17}$$

给出. 此时

$$H_{11}=\sum_{\nu\sigma}\tilde{E}_\nu(\alpha^\dagger_{\nu\sigma}\alpha_{\nu\sigma}+\alpha^\dagger_{\bar{\sigma}\bar{\nu}}\alpha_{\bar{\nu}\bar{\sigma}}), \tag{18}$$

其中

$$\tilde{E}_\nu=E_\nu-G, \quad E_\nu=\sqrt{\tilde{\varepsilon}_\nu^2+\Delta^2}, \tag{19}$$

这表示 $\tilde{E}_\nu$ 是一个准粒子(硬夸克)的能量.

在引入

$$B^\dagger_\nu=\sum_\sigma\alpha^\dagger_{\nu\sigma}\alpha^\dagger_{\bar{\nu}\bar{\sigma}} \tag{20}$$

后

$$H_{22}=-G\left[\sum_\mu(U_\mu^2-V_\mu^2)(B^\dagger_\mu+B_\mu)\right]\left[\sum_\nu(U_\nu^2-V_\nu^2)(B^\dagger_\nu+B_\nu)\right]. \tag{21}$$

类似于上节再定义声子算符:

$$Q^\dagger_n=\sum_\nu(a_{n\nu}B^\dagger_\nu+b_{n\nu}B_\nu), \tag{22}$$

并解方程

$$[H,Q^\dagger_n]=W_nQ^\dagger_n, \tag{23}$$

其中

$$H=H_{11}+H_{22} \tag{24}$$

已略去(13)式中的 H_{40} 和 H_{31} 两项,它们将在衰变的讨论中予以考虑. 于是得方程

$$\frac{1}{4G} = \sum_{\nu} \frac{\tilde{\varepsilon}_\nu^2}{E_\nu^2} \frac{4\tilde{E}_\nu}{(4\tilde{E}_\nu^2 - W_n^2)}. \tag{25}$$

同样由作图法求根，易见最低根 W_1 总是存在且近似等于

$$W_1 \simeq 2\Delta, \tag{26}$$

联合两节的结果，可得图 2.

五、推广到 $0^-(1^-)^-$ 和 $1^-(0^-)^+$ 介子

上面讨论了 $0^+(0^-)^+$ 介子. 为讨论 $0^-(1^-)^-$ 介子如 $\omega(784)$，在哈密顿量中除 (1)、(2) 两项外，尚须引入自旋平行的夸克对之间的相互作用：

$$H_{\rm int}^{(S=1)} = -K \sum_{\mu} (V_\mu^\dagger + V_{-\mu})(V_{-\mu}^\dagger + V_\mu). \tag{27}$$

其中

$$V_\mu^\dagger = \sum_{\nu\sigma\sigma'} \left(\frac{1}{2}, \sigma, \frac{1}{2}, \sigma' | 1, \mu\right) C_{\nu\sigma}^\dagger C_{\bar{\nu}\sigma'}^\dagger \tag{28}$$

这一相互作用与 QCD 中三个胶子的交换相对应[1].

如果要讨论 π 介子这种同位旋有激发的 $1^-(0^-)^+$ 态，我们只需同 u, d 夸克打交道，并把它们看作是同一种夸克 q_τ 的两种投影态：$q_{\frac{1}{2}} = u, q_{-\frac{1}{2}} = d, \bar{q}_{-\frac{1}{2}} = \bar{u}, \bar{q}_{\frac{1}{2}} = \bar{d}$，同时引入与 (27) 式类似的同位旋平行的相互作用：

$$H_{\rm int}^{(I=1)} = -K' \sum_{\rho} (\hat{V}_\rho^\dagger + \hat{V}_{-\rho})(\hat{V}_{-\rho}^\dagger + \hat{V}_\rho). \tag{29}$$

其中

$$\hat{V}_\rho^\dagger = \sum_{i\sigma\tau\tau'} \left(\frac{1}{2}, \tau; \frac{1}{2}\tau' | 1, \rho\right) C_{i\sigma\tau}^\dagger C_{\bar{i}\bar{\sigma}\tau'}^\dagger, \tag{30}$$

这里指标 i 只对 q 的色和 n_r 量子数求和.

对这种 $1^-(0^-)^+$ 介子态，相变发生的判据是：

$$G'_{\rm eff} > G'_{\rm crit}. \tag{31}$$

其中

$$G'_{\rm eff} = G + \frac{K'}{2}, \tag{32}$$

$$G'_{\rm crit} = \left[\sum_i \frac{8}{\tilde{\varepsilon}_i}\right]^{-1}, \tag{33}$$

这里

$$\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + (2G + 3K')(U_i^2 - V_i^2). \tag{34}$$

其中 U_i 和 V_i 的表式同 (16) 式，但 Δ 换成 Δ'，后者由下式决定：

$$8G'_{\rm eff} \sum_i \frac{1}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_i^2 + \Delta'^2}} = 1 \tag{35}$$

注意 $I = 1$ 情况下对 i 求和时比 $I = 0$ 情况下对 ν 的求和少了 s, c 等夸克的贡献，所以

$$G'_{\rm crit} > G_{\rm crit}. \tag{36}$$

显然，如 $I = 1$ 情况已发生超导相变，$I = 0$ 情况无疑更是如此. 鉴于 π 介子能量极低 (~ 0.14 GeV)，我们猜测 π 介子态恰处于相变临界点附近，因此有：

$$\frac{1}{2K'} \sim \frac{1}{4\,G'_{\text{crit}}}, \tag{37}$$

进一步的讨论表明发生相变的可能性是很大的.

六、讨 论

1. 本文尝试提出了一种多体模型：夸克是经历了超导相变的准粒子，而 π 介子则是在关联基态（极化真空）上激发起来的有 1、3、5… 等对正反夸克的集体振动态. 例如 $\eta(549)$ 被认为是能量 $W_1 = 2\Delta = 0.549$ GeV 的 0^- 对振动态.

2. 特别值得注意的是：在相变前后，介子谱显著软化. π 介子看来位于相变临界点附近，但为何不存在 π 的激发态仍无解释，因此本文的模型同所谓 PCAC 相变[3]的联系，值得进一步研究.

3. 夸克的禁闭性作为模型的假设一开始就输入了，但是结果图象还是有趣的：随着有效吸引能 G 的增大，硬夸克和介子的质量都无限增大，不会存在类似于单粒子 Dirac 理论中的 Klein Paradox 困难. 这启示我们，如能证明 G 是 q 和 $\bar{\text{q}}$ 间距离的单调上升函数，为解释夸克的禁闭性，多体和相变效应确实是重要的.

4. (11) 和 (33) 式所定义的 G_{crit} 和 G'_{crit} 值，同夸克的能谱（层子谱）密切相关，因此通过对低能介子谱的分析，也许可以提供关于高能重质量夸克谱的某些信息.

作者感谢阮图南、顾鸣皋、冼鼎昌等同志的讨论.

参 考 文 献

[1] V. A. Novikov et al., *Phys. Rep.*, **41C**(1978), 3.
[2] D. R. Bes, R. A. Broglia. *Nucl. Phys.*, **80**(1966), 289.
[3] W. Marciano, H. Pagels. *Phys. Rep.*, **36C**(1978), 139.

THE QUASI-PARTICLE MODEL OF QUARKS AND THE PHASE TRANSITION IN MESON STATES

NI GUANG-JIONG CHEN SU-QING
(Fudan University)

ABSTRACT

A model is proposed in which a meson considered as a collective vibrational state consisting of various quark-antiquark pairs. Whereas the quarks are quasi particles undergone a superconductivity phase transition, there is a characteristic softening phenomenon in the meson spectrum near the critical point of phase transition. After discussing the meson states with isospin $I=0$ (spin $S=0$, 1) and $I=1$, ($S=0$) respecticely, it is argued that phase transition occured all of them.