第2卷 第6期 高能物理与核物理 Vol. 2, No. 6
1978年11月 PHYSICA ENERGIAE FORTIS ET PHYSICA NUCLEARIS November, 1978

高能核子在原子核散射的自旋效应

李扬国 张禹顺 林春灿
(中国科学院高能物理研究所)

摘 要

在 Glauber 理论的多次散射基础上，讨论了核子二体振幅包含自旋打翻项时，多次散射振幅的处理方法. 这个方法，能够处理一般核结构组态对多次散射的影响，对核子与核作用的研究将是有益的.

一、引 言

高能量质子与原子核的散射，近来在实验方面测量了出射核子的极化角分布[1]，及在一些核上的弹性、非弹性道角分布的更精确的测量[2]. 使理论研究认识到自旋效应的重要性.

高能量强子与原子核散射的理论研究，在多次散射的近似方法的研究上做了不少工作[3]. 这些工作初步的观点认为在研究前半球的散射现象时，Glauber 理论是一个较好的近似. 用 Glauber 理论分析核散射现象的文章虽不少. 但大部分工作都是忽略了自旋效应及回避原子核的多体问题. 极化的实验，若不考虑核子自旋被打翻，极化值便为零，角分布的一些新实验，也不是忽略自旋项所能完美解释得好. 因此，人们开始重视自旋项对散射的影响. 但从目前见到的资料中，自旋效应的考虑还只在于假设核结构是一个单粒子密度分布下，对弹性道给出理论结果. 对于用严格的波函数来处理，还未有很好的办法. 实际上，不论考虑或不考虑自旋效应，严格用核波函数来进行多次散射的计算工作极少[4]；办法也不多. 这是因为用波函数来计算多次散射振幅很复杂，有时甚至难于实现. 因此，也成为人们探求从高能散射现象中得到一些核物理信息的障碍.

我们曾研究过在保持用严格的核波函数下，用 Glauber 理论处理高能核子与核散射的问题[5]. 但在那里，我们没有考虑自旋效应. 即用了人们常用的与自旋无关的唯象二体散射振幅时获得的结果. 自旋效应的不容忽视的事实，使我们把原有方法推广到包含有自旋打翻效应的情况. 推广之后，在唯象的二体振幅前提下，仍可用严格的波函数来处理核散射；包括极化现象的问题. 我们仍称这个方法为分离变数的方法. 这样的方法，希望能用具体的波函数来处理多次散射现象，对于讨论核结构在高能散射的影响上将是重要的. 因为，特别是对于非弹道的研究，核的不同激发态，可以有不同的激发方式. 我们难于信服目前单一地对非弹性道的单核子密度的处理方法.

本文 1977 年 2 月 1 日收到，1978 年 6 月 29 日收到修改稿.

我们将于下一节中论述这个包含自旋效应的多次散射理论方法的处理，并于最后作些讨论.

二、含有自旋项的多次散射振幅的处理方法

质子与原子核的散射振幅，在 Glauber 多次散射理论下，可以写为：

$$F_{f,i}(\mathbf{q})=\frac{ik}{2\pi}\int d^2be^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}}\langle f|\Gamma(\mathbf{b},\mathbf{s},\cdots,\mathbf{s}_A)|i\rangle,\tag{1}$$

其中 $\Gamma(\mathbf{b},\mathbf{s}_1,\cdots,\mathbf{s}_A)$称为 A 个核子系统的剖面函数，它可以用单体的剖面函数 $\Gamma(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)$ 展开：

$$\Gamma(\mathbf{b},\mathbf{s}_1,\cdots,\mathbf{s}_A)=\sum_{j=1}^{A}\Gamma_j(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)-\sum_{j<k}^{A}\Gamma_j(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)\Gamma_k(\mathbf{b}-\mathbf{s}_k)+\cdots\tag{2}$$

其中第一项为一次散射项，第二项为二次散射项等等. $\mathbf{b}$ 为碰撞参数，$\mathbf{s}_i$ 为靶核中第 i 个核子空间坐标 $\mathbf{r}_i$ 垂直于入射方向的分量；$\mathbf{q}=\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_f$. k 为入射核子动量的绝对值. $|i\rangle$，$|f\rangle$ 是包含了入射核子自旋态和靶核初、末态 Ψ_i，Ψ_f 的系统初、末态. $\Gamma(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)$ 可用二体散射振幅 $f(\mathbf{q})$ 的付氏变换表示：

$$\Gamma(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)=\frac{1}{2\pi ik}\int d^2qe^{-i\mathbf{q}(\mathbf{b}-\mathbf{s}_j)}f_j(\mathbf{q}),\tag{3}$$

这里 $f_j(\mathbf{q})$ 是入射核子与靶中第 j 个核子的散射振幅. 核子是 1/2 自旋的粒子，$f_j(\mathbf{q})$ 的一般表示式应包含与自旋、同位旋无关项，自旋被打翻项和自旋关联项. 自旋、同位旋无关项是主要项，从二体自由散射的实验，较好地定出它的参数. 但自旋依赖项当前从二体散射的极化或散射实验，及其它核散射现象的理论分析，对它只有一些猜测. 认为自旋依赖项主要是自旋打翻项贡献较强、关联项的贡献很小[6]. 因此，当我们必需考虑自旋效应时，二体散射振幅取如下形式：

$$f_j(\mathbf{q})=A(\mathbf{q})+C(\mathbf{q})(\boldsymbol{\sigma}_0+\boldsymbol{\sigma}_j)\mathbf{n},\tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{\sigma}_0$，$\boldsymbol{\sigma}_j$ 分别为入射核子和第 j 个靶核子自旋算符. $\mathbf{n}=\mathbf{k}_i\times\mathbf{q}$. $A(\mathbf{q})$ 为自旋，同位旋无关项，$C(\mathbf{q})$ 项包含入射核子、靶核子自旋打翻项. 在研究高能核子-核子散射时取如下唯象形式：

$$A(\mathbf{q})=\frac{ik\sigma}{4\pi}(1-i\rho)e^{-\frac{\beta^2q^2}{2}},\tag{5}$$

$$C(\mathbf{q})=\frac{ik\sigma D}{8\pi m}(i+\rho_s)e^{-\frac{\delta^2q^2}{2}},\tag{6}$$

其中 σ 为二体散射总截面，ρ，ρ_s 为二体振幅的实部、虚部比值. β^2，δ^2 为斜率参数. m 为核子质量. D 为常数. 我们便是要讨论 $f_j(\mathbf{q})$ 取(4)式的情况下，多次散射振幅的一般处理方法. 我们要求能用严格的，各种不同的波函数来处理(1)式，为此，处理方法先不对 Ψ_i，Ψ_f 作任何近似假设. 以便能用各种激发方式的波函数来研究它们对核散射会有那些影响. 由于各次散射参与作用的核子数不同，n 次散射和 n 个核子相碰. 为此，采用逐项处理的途径来计算散射振幅 $F_{fi}(\mathbf{q})$.

在[7]中曾指出，$f_i(\mathbf{q})$ 若包含靶核子自旋打翻项，靶核子自旋算符作用于核态上，对于一般的核态，即使只处理第二次散射项也很繁冗. 同时，我们也证明，对初、末态总自旋为零的核态，即 $S_i=S_f=0$; 由于被打翻自旋的靶核子必定成对出现. 这时处理高次项仍较容易. 我们限制于讨论 $S_i=S_f=0$ 的核态. 轻核偶-偶核的基态及一些激发态的总自旋 $S=0$; 因此本文所论述的方法可以研究这类核态的弹性和非弹性散射的角分布和极化现象. 把(2)式中第一项代入(1)并用(3)式的变换代替 $\Gamma_i(\mathbf{b}-\mathbf{s}_i)$ 对 d^2b, d^2q_1 积分整理后得:

$$F_{f,i}^{(1)}(\mathbf{q})=F_{f,i}^{(1)A}(\mathbf{q})+\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^{(1)D}(\mathbf{q}), \tag{7}$$

其中

$$F_{f,i}^{(1)A}(\mathbf{q})=A[A(\mathbf{q})\cdot S_{f,i}^{(1)}(\mathbf{q})], \tag{7.1}$$

$$F_{f,i}^{(1)D}(\mathbf{q})=A[kqC(\mathbf{q})S_{f,i}^{(1)}(\mathbf{q})], \tag{7.2}$$

$$S_{f,i}^{(1)}(\mathbf{q})=\int\Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_1}\Psi_i d\tau, \tag{7.3}$$

$\hat{n}=\hat{k}_i\times\hat{k}_f$, $d\tau$ 为 A 个核子在函数空间的体积元. 在 $S_i=S_f=0$ 的核态上，一次碰撞不允许靶核子自旋被打翻，只有(7)式中二项出现. (7)式是熟知的一次散射的结果. $S_{f,i}^{(1)}(\mathbf{q})$ 称形状因子，为与高次项的结果区分、我们称它为单体形状因子. 需要详细讨论的是高次散射项处理方法.

把(2)式中第二项代入(1)式便是二次碰撞项. 再把(3)式变换代入并对 d^2b, d^2q_1 积分，并作变换:

$$\begin{cases}\mathbf{R}=\dfrac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2),\\ \mathbf{s}=\mathbf{s}_1-\mathbf{s}_2,\end{cases} \tag{8}$$

$$\mathbf{q}'=\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}_2. \tag{9}$$

整理后二次碰撞的散射振幅为:

$$F_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q})=\frac{1}{2\pi ik}\binom{A}{2}\int\Psi^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}}e^{i\mathbf{q}'\cdot\mathbf{s}}\cdot f_1\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)f_2\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)\Psi_i d\mathbf{q}'d\tau. \tag{10}$$

(10)式中 $f_1(\mathbf{q}_1)$ 取(4)式的形式，那么

$$\begin{aligned}f_1(\mathbf{q}_1)f_2(\mathbf{q}_2)=&A(\mathbf{q}_1)A(\mathbf{q}_2)+A(\mathbf{q}_1)C(\mathbf{q}_2)(\boldsymbol{\sigma}_0+\boldsymbol{\sigma}_2)\cdot\mathbf{n}_2\\&+A(\mathbf{q}_2)C(\mathbf{q}_1)(\boldsymbol{\sigma}_0+\boldsymbol{\sigma}_1)\cdot\mathbf{n}_1+C(\mathbf{q}_1)C(\mathbf{q}_2)[(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_2)\\&+(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{n}_2)+(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{n}_2)+(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_2)].\end{aligned} \tag{11}$$

对于 $S_i=S_f=0$ 的核态(11)式中 $(\boldsymbol{\sigma}_i\cdot\mathbf{n}_i)(i\neq 0)$ 出现一次的项禁戒. 故九项有四项无贡献，且由

$$\langle(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{n}_2)\rangle_0=\frac{1}{3}\langle(\mathbf{n}_1\cdot\mathbf{n}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)\rangle_0 \tag{12}$$

同时

$$(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_1)(\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{n}_2)=(\mathbf{n}_1\cdot\mathbf{n}_2)+i\boldsymbol{\sigma}_0(\mathbf{n}_1\times\mathbf{n}_2), \tag{13}$$

把这些结果代入(10)式，可分为如下三类:

(1) 自旋无关项

由于

$$A\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)A\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)=\left(\frac{ik}{4\pi}\right)^2\sigma^2(1-i\rho)^2e^{-\beta^2\left(\frac{q^2}{4}+q'^2\right)}, \tag{14}$$

(14)式代入(10)并对 $d^2\mathbf{q}'$ 积分，整理得：

$$F_{f,i}^{(2)A}(\mathbf{q})=-\binom{A}{2}\frac{ik\sigma^2(1-i\rho)^2}{(4\pi)^2 2\beta^2}e^{-\beta^2q^2/4}\cdot S_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q}), \tag{15}$$

$$S_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q})=\int\Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}}e^{-s^2/4\beta^2}\Psi_i d\tau. \tag{15.1}$$

(2) 打翻二次自旋项

由于

$$C\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)C\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)=\left(\frac{iD\sigma}{8\pi m}\right)^2(i+\rho_s)^2e^{-\delta^2\left(\frac{q^2}{4}+q'^2\right)} \tag{16}$$

和(12)、(13)的结果一并代入(10)式，对 d^2q' 积分，整理得：

$$F_{f,i}^{(2)C}(\mathbf{q})=-\binom{A}{2}\frac{ikD^2\sigma^2(i+\rho_s)^2}{(4\pi)^2 6\delta^2}e^{-\delta^2q^2/4}\cdot S_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q}), \tag{17}$$

$$S_{f,i}^{(2)C}(\mathbf{q})=\frac{1}{(2m)^2}\int\Psi_f^* e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}}e^{-s^2/4\delta^2}\cdot\left[\frac{q^2}{4}-\frac{1}{\delta^2}+\frac{s^2}{4\delta^2}\right]\cdot[(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)+3]\Psi_i d\tau. \tag{17.1}$$

(3) 入射核子自旋一次打翻项

$\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}\cdot F_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q})$

把

$$A\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)\cdot C\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)\cdot\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{k}_i\times\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)+C\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)A\left(\frac{\mathbf{q}}{2}+\mathbf{q}'\right)\cdot\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\mathbf{k}_i\times\left(\frac{\mathbf{q}}{2}-\mathbf{q}'\right)$$

展开代入(10)式，并对 $d^2\mathbf{q}'$ 积分，整理得：

$$F_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q})=-\binom{A}{2}\left(\frac{\sigma}{4\pi}\right)^2\frac{ik(1-i\rho)(i+\rho_s)\beta^2}{m(\beta^2+\delta^2)^2}\cdot q\cdot e^{-\frac{\beta^2\delta^2q^2}{2(\beta^2+\delta^2)}}\cdot S_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q}), \tag{18}$$

$$S_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q})=\int\Psi_f^* e^{\left(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}-\frac{s^2}{2(\beta^2+\delta^2)}\right)}\cos\left[\frac{(\delta^2-\beta^2)\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}}{2(\beta^2+\delta^2)}\right]\Psi_i d\tau. \tag{18.1}$$

归纳(1)，(2)，(3)结果

$$F_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q})=F_{f,i}^{(2)A}(\mathbf{q})+F_{f,i}^{(2)C}(\mathbf{q})+\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q}). \tag{19}$$

在表示式中，称 $S_{f,i}^{(2)}(\mathbf{q})$，$S_{f,i}^{(2)C}(\mathbf{q})$，$S_{f,i}^{(2)D}(\mathbf{q})$ 为二体形状因子．右上角标号“C”，“D”表示自旋被打翻的两种情况．它们反映了原子核中二个核子被碰撞后，核态从 Ψ_i 跃迁到 Ψ_f 时动量转移的分布函数．

三次项的处理形式与二次项相似．把(2)式第三项代入 (1)，对 d^2b，d^2q_1 积分后，并作变换

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \frac{1}{3}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3), \\ \mathbf{s} = \mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2, \\ \mathbf{s}' = \mathbf{s}_3 - \frac{1}{2}(\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2), \end{cases} \tag{20}$$

$$\begin{cases} \mathbf{q}_2 = \mathbf{Q} + \frac{1}{2}\mathbf{P}, \\ \mathbf{q}_3 = \mathbf{q} - 2\mathbf{Q}. \end{cases} \tag{21}$$

经过整理后,三次碰撞的散射振幅为:

$$F_{f,i}^{(3)}(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi ik)^2}\binom{A}{3}\int \Psi_f^* e^{i[\mathbf{q}\cdot(\mathbf{R}+\frac{2}{3}\mathbf{S}')-2\mathbf{Q}\cdot\mathbf{S}'+\frac{1}{2}\mathbf{P}\cdot\mathbf{S}]}$$

$$\cdot f_1\left(\mathbf{Q} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\right) f_2\left(\mathbf{Q} + \frac{1}{2}\mathbf{P}\right) f_3(\mathbf{q} - 2\mathbf{Q})\Psi_i d^2\mathbf{Q} d^2\mathbf{P} d\tau. \tag{22}$$

$f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$ 共有 $3^3 = 27$ 项. 由于 $S_i = S_f = 0$, 其中 $(\boldsymbol{\sigma}_i \cdot \mathbf{n}_i)$ $(i \neq 0)$ 出现奇次数项无贡献. 其它仍可分为如下三类:

(1) 自旋无关项

$f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$ 部分为:

$$\frac{[ik\sigma(1 - i\rho)]^3}{(4\pi)^3}\exp\left[-\beta^2\left(3Q^2 + \frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}q^2 - 2\mathbf{Q}\cdot\mathbf{q}\right)\right]. \tag{23}$$

代入(22)式并对 $d^2\mathbf{Q}$, $d^2\mathbf{P}$ 积分,整理得:

$$F_{f,i}^{(3)A}(\mathbf{q}) = \binom{A}{3}\frac{ik\sigma^3(1 - i\rho)^3}{(4\pi)^3 3\beta^4}e^{-\frac{1}{6}\beta^2q^2}S_{f,i}^{(3)}(\mathbf{q}), \tag{24}$$

$$S_{f,i}^{(3)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \left(\frac{s^2}{4\beta^2} + \frac{s'^2}{3\beta^2}\right)\right]\Psi_i d\tau. \tag{24.1}$$

(2) 偶数次靶核子自旋或入射核子自旋打翻项各有三项,由 Ψ_i, Ψ_f 反对称化,这三项相等.

$f_1 \cdot f_2 \cdot f_3$ 部分为:

$$\frac{-ik^3D^2\sigma^3(i + \rho_s)^2(1 - i\rho)}{(4\pi)^3(2m)^2}\left(Q^2 - \frac{1}{4}P^2\right)[(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2) + 3]$$

$$\cdot \exp\left[-\delta^2Q^2 - \frac{1}{4}\delta^2P^2 - 2\beta^2Q^2 + 2\beta^2\mathbf{Q}\cdot\mathbf{q} - \frac{1}{2}\beta^2q^2\right]. \tag{25}$$

代入(22)式,并对 $d^2\mathbf{Q}$, $d^2\mathbf{P}$ 积分,整理得:

$$F_{f,i}^{(3)C}(\mathbf{q}) = \binom{A}{3}\frac{ikD^2\sigma^3(i + \rho_s)^2(1 - i\rho)}{(4\pi)^3\delta^2(2\beta^2 + \delta^2)}\cdot e^{-\frac{\beta^2\delta^2q^2}{2(2\beta^2+\delta^2)}}\cdot S_{f,i}^{(3)C}(\mathbf{q}), \tag{26}$$

$$S_{f,i}^{(3)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \mathscr{O}_3^C \Psi_i d\tau. \tag{26.1}$$

其中

$$\mathscr{O}_3^C = \frac{1}{(2m)^2}\exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} + i\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}\left(\frac{2\delta^2 - 2\beta^2}{3(2\beta^2+\delta^2)}\right) - \frac{s^2}{4\delta^2} - \frac{s'^2}{(2\beta^2+\delta^2)}\right]$$
$$\cdot\left[\frac{1}{2\beta^2+\delta^2} - \frac{1}{\delta^2} + \frac{s^2}{4\delta^2} - \frac{s'^2}{(2\beta^2+\delta^2)} + \frac{\beta^4 q^2}{(2\beta^2+\delta^2)^2}\right.$$
$$\left. - \frac{2i\beta^2\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}'}{(2\beta^2+\delta^2)^2}\right][(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)+3].$$

（3）入射核子自旋奇数次打翻项

$\boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^{(3)D}(\mathbf{q})$

写出它的 $f_1\cdot f_2\cdot f_3$ 部分整理后代入(22)式，对 $d^2\mathbf{Q}d^2\mathbf{P}$ 积分，再整理得:

$$F_{f,i}^{(3)D}(\mathbf{q}) = 3\binom{A}{3}\frac{ik\sigma^3D(1-i\rho)^2(i+\rho_s)}{(4\pi)^3(2m)\beta^2(2\delta^2+\beta^2)}e^{-\frac{\delta^2\beta^2q^2}{2(2\delta^2+\beta^2)}}qS_{f,i}^{(3)D_1}(\mathbf{q})$$
$$+\binom{A}{3}\frac{ik[D\sigma(i+\rho_s)]^3}{(8\pi m)^3\cdot 27\delta^6}e^{-\frac{1}{6}\delta^2q^2}\cdot q\cdot S_{f,i}^{(3)D_2}(\mathbf{q}), \tag{27}$$

$$S_{f,i}^{(3)D_1}(\mathbf{q}) = \int\Psi_f^*\exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{s'^2}{2\beta^2+\delta^2} - \frac{s^2}{2\beta^2}\right.$$
$$\left. + i\left(\frac{2\delta^2-2\beta^2}{3(2\delta^2+\beta^2)}\right)\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}'\right]\Psi_i d\tau, \tag{27.1}$$

$$S_{f,i}^{(3)D_2}(\mathbf{q}) = \int\Psi_f^*\mathscr{O}_3^D\Psi_i d\tau. \tag{27.2}$$

其中

$$\mathscr{O}_3^D = \exp\left(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{s^2}{4\delta^2} - \frac{s'^2}{3\delta^2}\right)\cdot\left[\frac{1}{4}\frac{s^2}{\delta^2} - \frac{s'^2}{9\delta^2} - \frac{4}{3}\right.$$
$$\left. + \frac{\delta^2q^2}{9} - \frac{2}{9}i\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}'\right]\cdot[(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)+1].$$

归纳(1),(2),(3)结果:

$$F_{f,i}^{(3)}(\mathbf{q}) = F_{f,i}^{(3)A}(\mathbf{q}) + F_{f,i}^{(3)C}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^{(3)D}(\mathbf{q}). \tag{28}$$

四次项以及更高次项的化简方法，都可以遵循上面述说的办法，并都可归并为三类项，对四次项，下面简要地给出结果. 把(2)式中第四项代入(1)对 d^2b, d^2q_1 积分后，作相应的坐标及动量变换，不难完成 $d^2q_2d^2q_3d^2q_4$ 积分，分类整理之后得:

$$F_{f,i}^{(4)}(\mathbf{q}) = F_{f,i}^{(4)A}(\mathbf{q}) + F_{f,i}^{(4)C}(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^{(4)D}(\mathbf{q}), \tag{29}$$

$$F_{f,i}^{(4)A}(\mathbf{q}) = -\binom{A}{4}\frac{ik\sigma^4(1-i\rho)^4}{(4\pi)^4 4\beta^6}e^{-\frac{1}{8}\beta^2q^2}\cdot S_{f,i}^{(4)}(\mathbf{q}), \tag{30}$$

$$F_{f,i}^{(4)C}(\mathbf{q}) = -\binom{A}{4}\frac{ikD^2\sigma^4(1-i\rho)^2(i+\rho_s)^2}{(4\pi)^4\beta^2\delta^2(\beta^2+\delta^2)}e^{-\frac{\delta^2\beta^2q^2}{4(\beta^2+\delta^2)}}\cdot S_{f,i}^{(4)C}(\mathbf{q}), \tag{31}$$

$$F_{f,i}^{(4)D}(\mathbf{q}) = -\binom{A}{4}\left[\frac{ikD\sigma^4(1-i\rho)^3(i+\rho_s)}{(4\pi)^4 6\beta^2(2m)}\cdot e^{-\frac{1}{8}\beta^2q^2}\cdot qS_{f,i}^{(4)}(\mathbf{q})\right.$$
$$\left. + 2\frac{ik\sigma^4D^3(1-i\rho)(i+\rho_s)^3}{(4\pi)^4\beta^6(2m)^3}e^{-\frac{1}{8}\beta^2q^2}\cdot qS_{f,i}^{(4)D}(\mathbf{q})\right], \tag{32}$$

$$S_{f,i}^{(4)}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{s''^2}{2\beta^2} - \frac{s^2+s'^2}{4\beta^2} \right]\Psi_i d\tau, \tag{30.1}$$

$$S_{f,i}^{(4)C}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \mathscr{O}_4^C \Psi_i d\tau, \tag{31.1}$$

$$\mathscr{O}_4^C = \frac{1}{2m}\exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{s''^2}{\beta^2+\delta^2} - \frac{s'^2}{4\delta^2} - \frac{s^2}{4\beta^2} + i\left(\frac{\delta^2-\beta^2}{2(\beta^2+\delta^2)}\right)\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}''\right]$$
$$\cdot\left[\frac{1}{\beta^2+\delta^2} - \frac{1}{\delta^2} + \frac{\beta^4 q^2}{4(\beta^2+\delta^2)^2} - \frac{s''^2 + i\beta^2\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}''}{(\beta^2+\delta^2)^2} - \frac{s'^2}{4\delta^2}\right][(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2)+3],$$

$$S_{f,i}^{(4)D}(\mathbf{q}) = \int \Psi_f^* \mathscr{O}_4^D \Psi_i d\tau, \tag{33}$$

$$\mathscr{O}_4^D = \exp\left[i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} - \frac{s^2+s'^2}{4\beta^2} - \frac{s''^2}{2\beta^2}\right]\left[-\frac{1}{2\beta^2} - \frac{q^2}{32} - \frac{i}{8}\mathbf{q}\cdot\mathbf{s}''\right.$$
$$\left. + \frac{s^2}{4\beta^2} - \frac{s'^2+s''^2}{8\beta^2}\right][1+(\boldsymbol{\sigma}_3\cdot\boldsymbol{\sigma}_4)].$$

其中 $\mathbf{R}$ 为四个核子的质心坐标，s，s'，s'' 为其相对坐标垂直于 $\mathbf{k}$ 的分量，(32)式只是 $\beta^2=\delta^2$ 时的结果，同时在(29)式忽略去四个核子自旋全被打翻项，这项的贡献极小.

更高次碰撞项，$F_{f,i}^{(5)}(\mathbf{q})$，$F_{f,i}^{(6)}(\mathbf{q})\cdots$ 的推导都是找出相应的变换，最后把 $d^2q_2\cdots d^2q_n$ 积分积出. 那么(1)式的多次散射振幅变为：

$$F_{f,i}(\mathbf{q}) = F_{f,i}^A(\mathbf{q}) + F_{f,i}^C(\mathbf{q}) + \boldsymbol{\sigma}_0\cdot\hat{n}F_{f,i}^D(q), \tag{34}$$

$$F_{f,i}^A(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^{A} F_{f,i}^{(n)A}(\mathbf{q}), \tag{34.1}$$

$$F_{f,i}^C(\mathbf{q}) = \sum_{n=2}^{A} F_{f,i}^{(n)C}(\mathbf{q}), \tag{34.2}$$

$$F_{f,i}^D(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^{A} F_{f,i}^{(n)D}(\mathbf{q}). \tag{34.3}$$

(34)式就是按碰撞次数展开，经过化简的多次散射振幅，$F_{f,i}^A(\mathbf{q})$ 是与自旋无关的二体振幅引起的多次散射振幅. $F_{f,i}^C(\mathbf{q})$，$F_{f,i}^D(\mathbf{q})$ 是核子自旋被打翻所引起的多次散射振幅. 其中 $F_{f,i}^D(\mathbf{q})$ 是入射核子自旋奇数次打翻的振幅. 这样，弹性和非弹性散射的微分截面和极化可分别表为：

$$\frac{d\sigma_{fi}}{d\Omega} = |F_{fi}(\mathbf{q})|^2, \tag{35}$$

$$P_{f,i}(\theta) = \frac{2\mathrm{Re}[(F_{f,i}^A(\mathbf{q}) + F_{f,i}^C(\mathbf{q}))^*\cdot F_{f,i}^D(\mathbf{q})]}{d\sigma_{fi}/d\Omega}. \tag{36}$$

从上面的处理方法中可以看到，我们一直保留着可以用各式各样的原子核波函数 Ψ_i，Ψ_f 来计算多次散射振幅 $F_{f,i}(\mathbf{q})$，它们是通过计算各次 n 体矩阵元 $S_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})$，$S_{f,i}^{(n)C}(\mathbf{q})$，$S_{f,i}^{(n)D}(\mathbf{q})$，$(n=1,2,\cdots)$ 来实现的. 因此，虽不是一个简便，但原则上还是可实现的方法. $S_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})\cdots$ 等 n 体矩阵元的计算可以用分离变数的方法把积分变量分离开来分别进行积分. 如常用的从 A 体中折出 n 个核子的波函数，然后把它变换到它的质心坐标 $\mathbf{R}$ 及相对坐标 $\mathbf{r}$，$\mathbf{r}'\cdots$ 的方法分离变数. 这样，较易于计算出 $S_{f,i}^{(n)}(\mathbf{q})$，$\cdots$等多体矩阵元. 我

们将于下一个工作中给出如何具体地计算 $S^{(n)}_{f,i}(\mathbf{q})$, $\cdots$, 从而计算出 $F_{f,i}(\mathbf{q})$ 的一个例子．并最后算出微分截面及极化值．

三、讨　论

我们提出了一种能用原子核波函数直接计算核子与原子核多次散射的方法．这样，便能够比较不同特点的核结构波函数，以及不同的核态（如通过非弹性散射道达到的核态），研究在高能核子作用下有那些特点．例如，我们曾用 $SU(3)$ 群分类所得出的波函数，在只考虑 $F^{A}_{f,i}(\mathbf{q})$ 的情况下，讨论 1GeV 质子与 ^{12}C 核的弹性和非弹性散射（激发到 2^+, 4^+ 态）[5]．计算的结果，2^+ 态比前人更能反映实际情况．同时，我们还予言到 4^+ 态的非弹性散射，由于所取的核态，一次散射项为禁戒．因此微分截面要减弱．最近的实验[4]正好证实了这一点．

在本文中，把这个方法推广到包含核子自旋被打翻时的情况．这样，便能进一步研究自旋效应对高能核散射的影响；研究高能核子与核散射的极化．极化的实验已逐暂出现．这样，本文提出的方法有助于了解一些核物理的信息．

为了用波函数来计算多次散射振幅 $F_{f,i}(\mathbf{q})$．必须按碰撞次数 n 逐项地计算 $F^{(n)}_{f,i}(\mathbf{q})$．这样当 n 大时（如 $n \geqslant 7$）$F^{(n)}_{f,i}(\mathbf{q})$ 的处理也很复杂．因此，应用时，还要讨论 $F_{f,i}(\mathbf{q})$ 对 n 展开的收敛性问题．它与靶核子数，二体作用强度都有关系．因此，上面的方法，在轻核区应用较好；在较重或重核区，还应做具体分析，或采取补救计算高次项的简便方法．

参　考　资　料

[1] R. Klem et al., *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977), 1272.

[2] G. Igo, Proceeding of Sixth International Conference on High Energy Physics and Nuclear Structure (1975), 63.

[3] S. J. Wallace, *Phys. Rev.*, **C12**(1975), 179.

[4] Y. Abgrall, J. Labrsougue and B. Morand. *N. Phys.*, **A271**(1976), 477,及它所引文献.

[5] 张禹顺、李扬国，物理学报，**26**(1977), 449.

[6] E. Lambert and Feshback, *Ann. of Phys.*, **76**(1973), 80.

[7] 李扬国、刘宪辉，物理学报，**26** (1977), 180.

SPIN EFFECTS IN HIGH-ENERGY NUCLEON-NUCLEUS SCATTERING

Li Yang-guo　Zhang Yu-shun　Lin Chun-can

(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

Abstract

In the framework of the Glauber theory, we discuss the method to deal with the multiple scattering amplitudes while the spin-flip term is included in the NN scattering amplitude. This method enables us to estimate the influence of the general nuclear structure configurations on multiple scattering and it is useful for the investigation of nucleon-nucleus interaction.