

# 响应矩阵分析方法在 BEPC 储存环上的应用

魏源源<sup>1)</sup> 秦庆

(中国科学院高能物理研究所 北京 100049)

**摘要** 由于储存环中各种元件误差的存在, 机器的实际运行模式与设计模式有一定的偏差. 目前广泛开展的响应矩阵方法研究, 可以分析出磁铁元件以及束流位置测量元件的误差, 使束流基本参数得到校正. 介绍了用响应矩阵分析方法, 在 BEPC 储存环上进行的局部轨道校正的实验研究, 以及 BEPC 储存环束流参数校正的模拟研究.

**关键词** 响应矩阵 闭轨畸变 束流参数校正

## 1 引言

北京正负电子对撞机(BEPC)是20世纪80年代设计和建造的对撞机, 担负着为粒子物理实验以及同步辐射用户提供束流的双重任务. 在 BEPC 的长期运行中, 各工作模式的某些基本参数与设计值会有一定的偏差, 例如闭轨、包络函数或色散函数畸变, 工作点漂移等, 在运行中可能导致束流无法正常注入, 束流寿命下降, 亮度下降, 突然丢束等情况. 本项研究的目的是运用响应矩阵分析方法, 找出磁铁以及束流位置测量元件的误差并加以校正, 使机器的实际运行参数与设计值相吻合.

响应矩阵描述的是校正子强度的改变与因此而引起的闭轨值变化之间的关系, 它反映了储存环的聚焦结构参数. BEPC 全环共有 BPM 32 个, 可同时测量水

平和垂直两个方向的闭轨. 水平、垂直校正子分别为 32, 28 个, 因此构成具有 3840 个元素的矩阵. 通过分析这些数据, 可以确定出四极磁铁强度、校正磁铁强度及 BPM 增益因子的实际值, 从而确定机器的误差源.

## 2 响应矩阵分析方法

### 2.1 基本原理

在储存环中, 设有水平校正子  $n_x$  个, 垂直校正子  $n_y$  个, 束流位置探头 (BPM)  $m$  个, 则校正子强度变化  $(\Delta\theta_x, \Delta\theta_y)$  对束流闭轨的影响可表示为

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = R_{\text{meas,mod}} \begin{pmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \end{pmatrix}. \quad (1)$$

但在实际应用中采用的响应矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \Delta z_{11} & \Delta z_{12} & \cdots & \Delta z_{1m} \\ \Delta z_{21} & \Delta z_{22} & \cdots & \Delta z_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta z_{i1} & \Delta z_{i2} & \cdots & \Delta z_{im} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta z_{n1} & \Delta z_{n2} & \cdots & \Delta z_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{z,11}\Delta\theta_{z,1} & R_{z,12}\Delta\theta_{z,2} & \cdots & R_{z,1m}\Delta\theta_{z,m} \\ R_{z,21}\Delta\theta_{z,1} & R_{z,22}\Delta\theta_{z,2} & \cdots & R_{z,2m}\Delta\theta_{z,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{z,i1}\Delta\theta_{z,1} & R_{z,i2}\Delta\theta_{z,2} & \cdots & R_{z,im}\Delta\theta_{z,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{z,n1}\Delta\theta_{z,1} & R_{z,n2}\Delta\theta_{z,2} & \cdots & R_{z,nm}\Delta\theta_{z,m} \end{bmatrix} = M_{\text{meas,mod}}. \quad (2)$$

1) E-mail: weiy@mail.ihep.ac.cn

定义<sup>[1]</sup>,

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(M_{\text{mod},ij} - M_{\text{meas},ij})^2}{\sigma_i^2} \equiv \sum_{i,j} V_{ij}^2, \quad (3)$$

这里  $\sigma_i$  为测量的第  $i$  个 BPM 的 rms 值,  $M_{\text{mod}}$  可利用 MAD<sup>[2]</sup> 程序算出,  $M_{\text{meas}}$  可以通过测量得到,  $V_{ij}$  是各误差源的函数. 进一步地, 将  $\Delta V$  的第  $ij$  项  $\Delta V_{ij}$  展开成各误差源的一次函数<sup>[3]</sup>,

$$\Delta V_{ij} = \sum \frac{\partial V_{ij}}{\partial K_q} \Delta K_q + \sum \frac{\partial V_{ij}}{\partial G_i} \Delta G_i + \sum \frac{\partial V_{ij}}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j + \sum \frac{\partial V_{ij}}{\partial \delta_j} \Delta \delta_j + \dots, \quad (4)$$

其中  $\Delta K_q$  表示第  $q$  个四极磁铁的磁场强度误差,  $\Delta G_i$  表示第  $i$  个 BPM 测量增益因子误差,  $\Delta \theta_j$  是第  $j$  个校正子强度误差,  $\Delta \delta_j$  是由第  $j$  个校正子强度改变引起的该校正子处能散的变化. 设  $W$  为各误差源参数的向量,  $A$  为误差项系数矩阵, 则  $\Delta V = A\Delta W$ . 用 SVD<sup>[4]</sup> 方法从方程  $\frac{M_{\text{meas}} - GM_{\text{mod}}}{\sigma} = A\Delta W$  中解出向量  $\Delta W$ , 加以校正, 并通过多次迭代, 最终使得  $\|V\|^2 = \sum_{ij} (V_{ij} + \Delta V_{ij})^2$  最小化. 此时, 储存环的实际运行模式和理论模式应趋于一致, 各种误差源的误差得到了很好的校正. 在实际运用中,  $\|V\|^2$  收敛到与 BPM 分辨率相当的量级上即可.

## 2.2 误差项系数矩阵的计算

### 1) BPM 增益因子误差项系数

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial G_i} = \frac{\partial (G_i M_{\text{mod},ij} - M_{\text{meas},ij})}{\sigma_i \partial G_i} = \frac{M_{\text{mod},ij}}{\sigma_i}, \quad (5)$$

### 2) 校正子强度误差项系数

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial \theta_j} = \frac{\partial (G_i R_{ij} \theta_j - M_{\text{meas},ij})}{\sigma_i \partial \theta_j} = \frac{G_i R_{ij}}{\sigma_i}, \quad (6)$$

3) 四极梯度误差项系数是用数值方法进行计算的. 选择适当的  $\Delta k_q$  计算理论响应矩阵的变化, 因此有:

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial k_q} = \frac{\Delta G_i M_{\text{mod},ij}}{\Delta k_q}, \quad (7)$$

### 4) 能散误差项系数

当考虑到校正子处存在的色散时,

$$G_i M_{\text{mod},ij} \rightarrow G_i (M_{\text{mod},ij} + \delta_j \eta_{\text{meas},j}), \quad (8)$$

由上式可知

$$\frac{\partial V_{ij}}{\partial \delta_j} = \frac{G_i \eta_{\text{meas},j}}{\sigma_i}, \quad (9)$$

$\eta_{\text{meas},j}$  为第  $j$  块校正子处的色散.

## 3 实验和分析

### 3.1 用响应矩阵分析方法进行局部闭轨校正

BEPC 共有 7 条同步辐射光束线, 分别从储存环的 7 个不同的出光点引出. 在 BEPC 同步辐射模式运行之前, 先要对各个出光点处的局部闭轨进行调整, 使各光束线同步光的品质达到实验用户的要求. 在以前的调束过程中, 均是采用传统的 3-bump 方法, 但在 2004 年底, 对新安装的光束线进行调节的过程中, 遇到了用传统调节方法无法使两条光束线同时出光的情况.

如图 1 所示, 在 128# 模式运行时, 由 29# BPM 附近引出的 3B3 光束线可以见到同步光, 而在 132# 模式, 由 30# BPM 附近引出的 3B1 光束线可以见到同步光 (128# 模式与 132# 模式仅校正子设置不同). 但在这两个 BPM 之间只有一个校正子, 无法对这两条光束线进行独立的 3-bump 调节, 保证同时出光, 因此可用响应矩阵分析方法加以解决. 经过分析, 决定保持 29# BPM 处闭轨不变, 减小 30# 及 31# BPM 处垂直闭轨. 在确定了闭轨校正量、测量了储存环的实际响应矩阵之后, 用 SVD 方法计算出所需校正子的校正量, 并对垂直闭轨进行了校正, 结果两条光束线均见到了同步光.

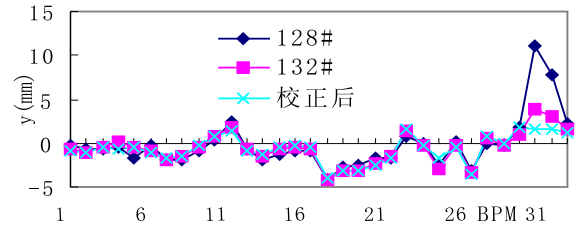


图 1 用响应矩阵分析方法进行局部闭轨校正

### 3.2 用响应矩阵分析方法进行束流参数校正

在 SLAC 的 LOCO<sup>[5]</sup> 程序基础上, 在 MATLAB<sup>[6]</sup> 环境下, 编写了与 MAD 相结合的匹配程序, 并将其用于 BEPC 的模拟计算.

假设 BEPC 的四极磁铁强度、BPM 增益因子及校正子强度均存在误差, 并把它们作为计算变量. 给定一组包含误差的变量值 (表 1 中假设值) 模拟出实测响应矩阵, 然后进行匹配, 即不断用计算结果修正各变量的值并计算出理论响应矩阵, 直到理论响应矩阵与实测响应矩阵相一致. 此时各变量的值 (表 1 中匹配结果) 与假设值基本吻合, 其误差分别为: 四极磁铁强度小于  $7 \times 10^{-6}$ , 水平、垂直校正子分别小于 1%,

2%, BPM 水平、垂直增益因子分别小于 0.9%, 1.6%. 这一计算表明, 用响应矩阵分析方法可以很好的确定 BEPC 储存环的各误差源, 同时包络函数、色散函数、工作点等也能得到很好的校正.

表 1 模拟计算结果(“-”号表示垂直聚焦磁铁)

| 名称           | 假设值                      | 初始值                      | 匹配结果                     |
|--------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Q1           | $-0.331961\text{m}^{-2}$ | $-0.33286\text{m}^{-2}$  | $-0.331961\text{m}^{-2}$ |
| Q2           | $0.598764\text{m}^{-2}$  | $0.5978\text{m}^{-2}$    | $0.598764\text{m}^{-2}$  |
| Q3           | $-0.572212\text{m}^{-2}$ | $-0.572579\text{m}^{-2}$ | $-0.572212\text{m}^{-2}$ |
| Q4           | $1.270534\text{m}^{-2}$  | $1.270427\text{m}^{-2}$  | $1.270536\text{m}^{-2}$  |
| Q5           | $-0.750043\text{m}^{-2}$ | $-0.751808\text{m}^{-2}$ | $-0.750042\text{m}^{-2}$ |
| R1BT1        | 0.5403mrad               | 0.4mrad                  | 0.5447mrad               |
| R1BV2        | 0.4643mrad               | 0.4mrad                  | 0.4716mrad               |
| BPMGain(x)1# | 0.9741                   | 1                        | 0.9655                   |
| BPMGain(y)1# | 1.016                    | 1                        | 0.9998                   |

## 4 总结

在 BEPC 上开展的响应矩阵分析方法的研究, 已经成功地解决了调束过程中所遇到的问题. 同时, 模拟研究表明, 通过分析 BEPC 储存环的响应矩阵, 可以获得大量的储存环磁聚焦结构的信息, 能够准确的理解实际运行模式, 找出误差源, 使机器的实际运行模式与设计模式相一致. 更加细致、完善的工作有待进一步开展, 以便为响应矩阵分析方法在 BEPC II 上的应用打下良好的基础.

作者感谢 SLAC 的 J.Safranek 博士对本项工作给予的指导与帮助.

## 参考文献(References)

- 1 Safranek J. Nucl. Instr. & Meth., 1997, **A388**: 27—36
- 2 Grote H et al. CERN/SL/90-13, 1991
- 3 Safranek J. AIP Conf. Proc. No. 315. New York: 1994, 128—136
- 4 Friedmann A. Nucl. Instr. & Meth., 1994, **A344**: 269—277
- 5 Safranek J et al. Proceedings of EPAC 2002. Paris: 1184
- 6 Math Works Inc. 1998

# Application of Response Matrix at the BEPC Storage Ring

WEI Yuan-Yuan<sup>1)</sup> QIN Qing

(Institute of High Energy Physics, CAS, Beijing 100049, China)

**Abstract** Due to the errors in all kinds of components of a storage ring, the real optics of the ring is different from the design one. A method that fit the measured response matrix to the model response matrix is developed to calibrate the linear optics. This paper introduces some applications at the BEPC. By analyzing the measured response matrix, we have corrected the local closed orbit successfully. On the other hand, simulation study shows that it is feasible for BEPC to determine the real quadrupole gradients, orbit corrector strengths, and BPM gains using response matrix.

**Key words** response matrix, ring optics calibration, closed orbit correction

1) E-mail: weiy@mail.ihep.ac.cn