

# SD对壳模型: 偶偶Pt核低激发态性质\*

李琼<sup>1</sup> 夏炳墅<sup>1</sup> 罗延安<sup>1;1)</sup> 潘峰<sup>2</sup> 宁平治<sup>1</sup>

1 (南开大学物理学院 天津 300071)

2 (辽宁师范大学物理系 大连 116029)

**摘要** 利用SD对壳模型讨论了偶偶Pt核低激发态的集体性质. 结果发现在该模型下, 利用一个仅含有3个参数的哈密顿量, 可以很好地再现偶偶Pt核低激发谱的集体性质.

**关键词** SD对壳模型 能谱 电磁跃迁

## 1 引言

原子核配对壳模型是陈金全在90年代末提出的<sup>[1]</sup>. 该模型具有一系列的优点, 如考虑了原子核单粒子能级劈裂; 模型空间允许进行各种截断, 可截断为单纯的S对子空间或SD对子空间, 或直到包含全部壳模型组态的任意子空间; 其费米子对是真实的费米子对, 而不是简并对. 但同时该模型也存在一个缺点, 即在该模型理论框架下, 计算时间随模型空间的增大以及粒子数的增多而以指数形式迅速增加.

考虑到相互作用玻色子模型的巨大成功<sup>[2]</sup>, 将原子核配对壳模型的组态空间截断为SD对子空间, 这就是所谓的SD对壳模型(SDPSM)<sup>[3]</sup>. 以往的计算表明, SDPSM可以很好地再现IBM的经典极限谱<sup>[4, 5]</sup>. 在以往的工作中, 已将该模型用于研究28—50壳层的Mo同位素以及50—82壳层的Ba和Xe同位素, 结果发现SDPSM可以合理地描述上述区域的核素<sup>[6, 7]</sup>. 作为工作的继续, 本文将该模型应用于描述82—126壳层的核素, 并主要研究同位素<sup>196—200</sup>Pt. 有关Pt核素理论方面的研究很多, 利用的方法也不尽相同, 例如, 形变平均场方法<sup>[8]</sup>, 相互作用玻色子模型(IBM)<sup>[9—12]</sup>等, 其中大量的工作是利用IBM方法.

## 2 理论模型

为了以尽可能少的参数来拟合实验结果而避免过

于繁复的计算, 选取一个非常简单的哈密顿量, 该哈密顿量包含单粒子能项, 同类核子之间的表面 $\delta$ 相互作用, 以及质子-中子之间的四极-四极相互作用,

$$H = H_0 - V(\pi) - V(\nu) - \kappa Q_\pi^2 \cdot Q_\nu^2, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{\alpha\sigma} \varepsilon_{\alpha\sigma} \hat{n}_{\alpha\sigma} \quad \sigma = \pi, \nu,$$

其中 $\varepsilon_\alpha$ 和 $\hat{n}_\alpha$ 分别为单粒子能级和粒子数算符.

$$V(\sigma) = V_{\text{SDI}}(\sigma) = 4\pi G_\sigma \sum_{i>j=1}^n \delta(\Omega_{ij}),$$

$$V_{\text{SDI}} = \frac{G}{4} \sum_{s=0,1,2,\dots} A_{\text{SDI}}^{s\dagger} \cdot A_{\text{SDI}}^s, \quad (2)$$

$$A_{\text{SDI}}^{s\dagger} = \sum_{ab} y_{\text{SDI}}(abs) (C_a^\dagger \times C_b^\dagger)^s,$$

$$y_{\text{SDI}}(abs) = (-)^{l_a} \hat{b} C_{b-\frac{1}{2}, s_0}^{a, -\frac{1}{2}} \Delta_{abs},$$

$$\Delta_{abs} = \frac{1}{2} [1 + (-)^{l_a+l_b+s}], \quad (3)$$

其中 $l_a$ 和 $l_b$ 为单粒子能级 $a$ 和 $b$ 的轨道角动量. 四极算符定义为

$$Q_\mu^2 = \sum_{i=1}^n r_i^2 Y_{2\mu}(\theta_i, \phi_i), \quad (4)$$

其二次量子化形式为

$$Q_\mu^2 = \sum_{cd} q(cd2) P_\mu^2(cd), \quad (5)$$

$$q(cd2) = (-)^{c-\frac{1}{2}} \frac{\widehat{cd}}{\sqrt{20\pi}} C_{c\frac{1}{2}, d-\frac{1}{2}}^{20} \Delta_{cd2} \langle Nl_c | r^2 | Nl_d \rangle, \quad (6)$$

2005-12-22 收稿

\* 国家自然科学基金(10305006, 10575047), 教育部留学回国基金, 南开大学科技创新基金和南开大学本科创新基金资助

1) E-mail: luoya@nankai.edu.cn

$$P_{\mu}^t(cd) = \left( C_c^{\dagger} \times \tilde{C}_d \right)_{\mu}^t, \quad (7)$$

其中  $N$  是谐振子波函数的主量子数.

E2跃迁算符为

$$T(E2) = e_{\pi} Q_{\pi}^2 + e_{\nu} Q_{\nu}^2, \quad (8)$$

其中  $e_{\nu}$  和  $e_{\pi}$  分别为中子与质子的有效电荷. M1跃迁算符为

$$T(M1) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sum_{\rho=\pi,\nu} \left\{ g_{l,\rho}^{\text{eff}} \sum_{i \in \rho} l_i + g_{s,\rho}^{\text{eff}} \sum_{i \in \rho} s_i \right\}, \quad (9)$$

其中  $g_{l,\rho}^{\text{eff}}$  以及  $g_{s,\rho}^{\text{eff}}$  分别为轨道及自旋  $g$  因子. 由于没有足够多的实验结果来将其唯一确定, 根据以往他人的工作<sup>[13]</sup> 将其定为  $g_{l,\rho}^{\text{eff}} = g_{l,\rho}^{\text{free}}$ , 而  $g_{s,\rho}^{\text{eff}} = 0.7g_{s,\rho}^{\text{free}}$ . 轨道角动量算符以及自旋算符可以写成集体偶极算符的形式,

$$\begin{aligned} L_{\sigma} &\equiv Q_{\sigma}^1 = \sum_{cd} q(cd1) P_{\sigma}^1(cd), \\ S_{\sigma} &\equiv Q_{\sigma}^1 = \sum_{cd} q'(cd1) P_{\sigma}^1(cd). \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} &\langle s_1 s_2 \cdots s_N; J_1' \cdots J_{N-1}' J_N | r_1 r_2 \cdots r_N; J_1 \cdots J_N \rangle = \\ &(\hat{J}_{N-1}' / \hat{J}_N) (-)^{J_N + s_N - J_{N-1}'} \sum_{k=N}^1 \sum_{L_{k-1} \cdots L_{N-1}} H_N(s_N) \cdots H_{k+1}(s_N) \times \\ &[\psi_k \delta_{L_{k-1}, J_{k-1}'} \langle s_1 \cdots s_{N-1}; J_1' \cdots J_{N-1}' | r_1 \cdots r_{k-1}, r_{k+1} \cdots r_N; J_1 \cdots J_{k-1} L_k \cdots L_{N-1} \rangle + \\ &\sum_{i=k-1}^1 \sum_{r_i' L_i \cdots L_{k-2}} \langle s_1 \cdots s_{N-1}; J_1' \cdots J_{N-1}' | r_1 \cdots r_i' \cdots r_{k-1}, r_{k+1} \cdots r_N; J_1 \cdots J_{i-1} L_i \cdots L_{N-1} \rangle], \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\hat{J} = \sqrt{2J+1}$ ,  $H_k(s_N)$  是 Racah 系数,  $\psi_k$  取决于  $A^{r_k \dagger}$  和  $A^{s_N \dagger}$  的结构系数, 而  $r_i'$  代表了一个新的集体对  $A^{r_i' \dagger}$ , 而其结构系数  $y'(a_k a_i r_i')$  则取决于对  $A^{r_k \dagger}$ ,  $A^{r_i' \dagger}$  和  $A^{s_N \dagger}$  的结构系数. 中间角动量量子数  $L_i \cdots L_{k-2} L_{k-1}$  和  $L_{i'}$  ( $i' = i \cdots k-2, k-1$ ) 是方程 (13) 右侧括号内  $i'$  对的角动量. 这样方程右侧已经表示为  $N-1$  对基的内积形式. 如此递推, 所有多对基之间的内积都可从最简单的两粒子情况出发计算得到, 相关细节见文献<sup>[1,3,14]</sup>.

### 3 计算结果

本文中单粒子能级  $H_0 = H_0(\pi) + H_0(\nu)$ , 其中  $H_0(\pi)$  与  $H_0(\nu)$  分别由壳模型计算求得, 见表1. 而对于哈密顿量中其他3个参数  $G_{\pi}$ ,  $G_{\nu}$  以及  $\kappa$  则通过分别拟合各个核素的低激发态能谱确定, 参数拟合结果见

$$\begin{aligned} q(cd1) &= (-1)^{t+1/2+d} \sqrt{\frac{l(l+1)}{3}} \hat{c} \hat{d} \hat{l} \begin{Bmatrix} c & d & 1 \\ l & l & \frac{1}{2} \end{Bmatrix}, \\ q'(cd1) &= (-1)^{t+1/2+c} \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{c} \hat{d} \begin{Bmatrix} c & d & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & l \end{Bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

在本模型中, 模型空间由集体SD对构成, 该集体SD对按照如下的方式定义:

$$\begin{aligned} S^{\dagger} &= \sum_a y(aa0) (C_a^{\dagger} \times C_a^{\dagger})^0, \\ D^{\dagger} &= \sum_{ab} y(ab2) (C_a^{\dagger} \times C_b^{\dagger})^2. \end{aligned} \quad (12)$$

通过以往的分析发现, SDPSM中SD对结构系数对原子核低激发谱的集体性质具有很大的影响, 只有在两粒子体系下对角化表面  $\delta$  相互作用, 然后将SD对分别取为第一个  $0^+$  和  $2^+$  态, 该模型才可以很好地再现原子核低激发谱的集体性质<sup>[3,7]</sup>. 所以为简单起见, 本文仍选用该方法确定SD对.

在原子核配对壳模型中, 由于所有的单体和两体算符的矩阵元均可以表示为两个多对基的内积 (overlap), 所以如何计算两个  $N$  对基之间的内积是本模型的关键, 其递推关系为

表2, 而能谱拟合结果见图1. 从表2可以看出, 虽然这3个参数是分别对每个原子核调试的, 但它们的数值随着  $N_{\nu}$  单调变化. 另外还可以看到, 随着价中子(空穴)的增多,  $G_{\pi}$  和  $G_{\nu}$  均呈现减小的趋势, 而  $\kappa$  则随着价中子数的增加而增加. 这一结果表明当价核子数增加时, 原子核形变增强.

表1 质子与中子的单粒子能级

$\epsilon_{\pi}/\text{MeV}$	$g_{7/2}$	$d_{5/2}$	$h_{11/2}$	$d_{3/2}$	$s_{1/2}$	
0	0.412	1.339	2.511	2.687		
$\epsilon_{\nu}/\text{MeV}$	$f_{7/2}$	$h_{9/2}$	$i_{13/2}$	$p_{3/2}$	$f_{5/2}$	$p_{1/2}$
0	0.583	2.124	2.916	3.240	4.304	

表2 计算中所用的参数

Nucl.	$G_{\pi}$	$G_{\nu}$	$\kappa$
<sup>200</sup> Pt	0.08	0.075	0.145
<sup>198</sup> Pt	0.05	0.05	0.2
<sup>196</sup> Pt	0.02	0.04	0.21

从图1可以看到, 对于基带,  $2_1^+$  以及  $4_1^+$  态都符合得较好, 但从  $6_1^+$  态开始, 计算结果明显低于实验值; 对于准  $\gamma$  带,  $^{200}\text{Pt}$  核的准  $\gamma$  带明显偏高,  $^{198}\text{Pt}$  的拟合结果与实验基本符合, 而  $^{196}\text{Pt}$  的  $4_2^+$  低于实验值. 从整个能谱的拟合情况看, 拟合结果随价中子空穴对数的增加而呈现转好的趋势.

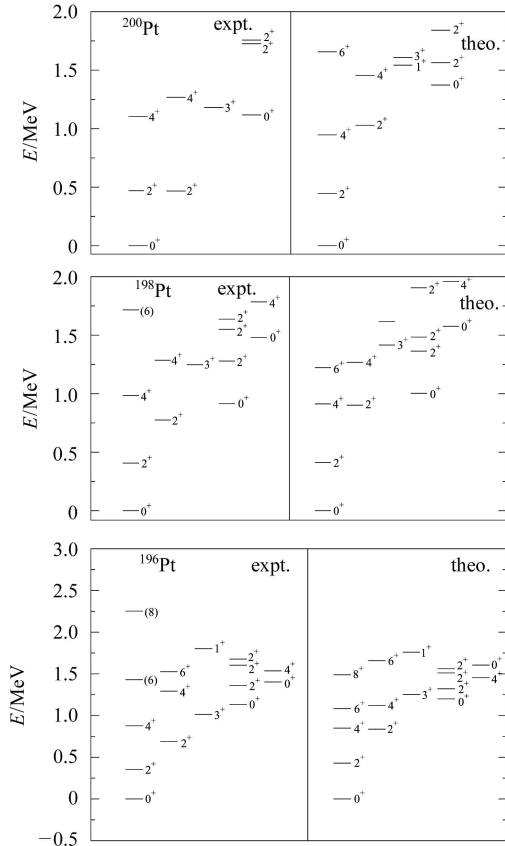


图 1 Pt 核能级图

除了能谱之外, 同时计算了  $B(E2)$  跃迁. 通过拟合  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  的实验值将  $e_\pi$  和  $e_\nu$  分别取为  $2.5e$  与  $2.1e$ , 计算结果见表3. 从表3中可以看到, 计算结果与实验值基本吻合. 同时还注意到, 除了  $^{200}\text{Pt}$  的  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  以外, 其他核素的跃迁  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ ,  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  以及  $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  都具有相近的结果, 这是 O(6) 极限核的典型特征. 此外, 发现  $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 6_1^+)$  略小于  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 4_1^+)$ , 这与 IBM 的计算结果相一致<sup>[2]</sup>.

除了  $B(E2)$  的绝对值, 还给出了该组核素 E2 跃迁的相对值, 结果见表4. 从表中可以看到, SDPSM 的计算结果与已有的实验结果以及 O(6) 极限值基本符合. 特别值得说明的是, 从表4最后一行可看到  $\frac{B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)}{B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_2^+)}$  很小, 接近于 O(6) 极限值 0, 这是 O(6) 极限核的又一个重要特征.

近年来, 对于某些核素 M1 跃迁的研究越来越多, 实验结果发现很多核的  $2^+$  态之间存在磁偶极跃迁, 例如,  $^{134}\text{Ba}$ <sup>[15, 16]</sup>. 但是对于 Pt 核素, 到目前为止只有  $^{196}\text{Pt}$  核的  $0_1^+$  到  $1_1^+$  的实验结果<sup>[17]</sup>. 利用 SDPSM 讨论了 Pt 核的磁偶极跃迁, 计算结果列于表3中. 从表3可以看到, 对于  $^{200}\text{Pt}$ ,  $^{198}\text{Pt}$  以及  $^{196}\text{Pt}$ , 强磁偶极跃迁分别发生在  $2_3^+$ ,  $(2_3^+, 2_4^+)$  以及  $(2_2^+, 2_3^+)$  态. 对照实验的结果将有助于说明我们的计算结果是否合理. 除了  $2^+$  态间的磁偶极跃迁, 还给出了第一个  $1^+$  态与第一个  $0^+$  态之间的磁偶极跃迁. 从表中可看到,  $1_1^+$  态与  $0_1^+$  态之间发生较强的磁偶极跃迁, 这一结果与 IBM 的计算结果一致. 对于  $^{196}\text{Pt}$ ,  $B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_1^+)$  的理论值为  $0.6909\mu_N^2$ , 于实验值  $0.69(7)\mu_N^2$  接近.

表 3  $B(E2)$  (单位:  $(eb)^2$ ) 以及  $B(M1)$  值 (单位:  $\mu_N^2$ )

	$J_i \rightarrow J_f$	$^{200}\text{Pt}$	$^{198}\text{Pt}$	$^{196}\text{Pt}$
Expt.	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	—	0.2160(24)	0.2750(32)
Theo.	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$	0.2073	0.1915	0.2170
	$B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0005	0.2101	0.2008
	$B(E2; 6_1^+ \rightarrow 4_1^+)$	0.1815	0.1151	0.1722
	$B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.2271	0.2203	0.2160
	$B(M1; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0001	0.0627	0.2131
	$B(M1; 2_3^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.4970	0.2680	0.1223
	$B(M1; 2_4^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0860	0.2539	0.0246
	$B(M1; 2_5^+ \rightarrow 2_1^+)$	0.0369	0.0001	0.0380
	$B(M1; 0_1^+ \rightarrow 1_1^+)$	0.6909	0.8305	0.5662

表 4 相对  $B(E2)$  值

	O(6) 极限值	$^{196}\text{Pt}$		$^{198}\text{Pt}$	$^{200}\text{Pt}$	
		实验值	理论值	理论值	实验值	理论值
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	100	100	100	100	100	100
$\rightarrow 0_1^+$	0	<0.1	0	3.5	0.001	0.4
$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$	100	100	100	100	100	100
$\rightarrow 4_1^+$	40	—	37.3	38.3	95	35.6
$\rightarrow 2_1^+$	0	0.19	2.7	5.4	0.13	2.2
$5_1^+ \rightarrow 3_1^+$	100	100	100	100	100	100
$\rightarrow 4_2^+$	46	—	132.9	96.5	—	38.6
$\rightarrow 6_1^+$	45	—	0	31.0	—	33.6
$\rightarrow 4_1^+$	0	—	0.3	0.2	—	10.9
$0_2^+ \rightarrow 2_2^+$	100	100	100	100	100	100
$\rightarrow 2_1^+$	0	—	3.6	1.4	—	4.3

## 4 结论

本文的计算和分析表明, 在 SDPSM 中, 利用一个仅含 3 个参数的哈密顿量, 就可较好地描述 Pt 核低激发态的基本性质. 由于本模型可以再现 IBM 的计算结果, 从而也说明了 IBM 具有一定的壳模型基础. 同时本模型在拟合上述几个核素时还存在一些缺陷, 例如, 能谱中准  $\gamma$  带拟合结果还需要得到改进, 对  $^{200}\text{Pt}$

的E2跃迁拟合也不够理想. 其原因可能是, 本文确定SD对所采用的方法还有待改进. 我们希望通过考虑

多对关联效应的其他手段来改进SD对的结构, 对此将另文讨论.

### 参考文献(References)

- 1 CHEN Jin-Quan. Nucl. Phys., 1997, **A626**: 686
- 2 Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model. Cambridge, New York: Cambridge University Press, 1987. 60, 174
- 3 CHEN Jin-Quan, LUO Yan-An. Nucl. Phys., 1998, **A639**: 615
- 4 LUO Y A, PAN F, Bahri C et al. Phys. Rev., 2005, **C71**: 044304
- 5 LUO Y A et al. Chin. Phys. Lett., 2005, **22**: 1366
- 6 ZHANG R P, LUO Y A, PAN F et al. Nucl. Phys. Rev., Accepted(in Chinese)  
(张瑞萍, 罗延安, 潘峰等. 原子核物理评论, 接收)
- 7 LUO Yan-An, CHEN Jin-Quan, Draayer J P. Nucl. Phys., 2000, **A669**: 101
- 8 Bengtsson R et al. Phys. Lett., 1987, **B183**: 1
- 9 Harder M K, Tang K T, van Isacker P. Phys. Lett., 1997, **B405**: 25
- 10 King S L et al. Phys. Lett., 1998, **B443**: 829
- 11 Bijker R et al. Nucl. Phys., 1980, **A334**: 207
- 12 McCutchan E A, Casten R F, Zamfir N V. Phys. Rev., 2005, **C71**: 061301(R)
- 13 Van Egmond A, Allaart K. Nucl. Phys., 1985, **A436**: 458
- 14 ZHAO Y M et al. Phys. Rev., 2000, **C62**: 024322; 014315
- 15 Maser H et al. Phys. Rev., 1996, **C54**: R2129
- 16 Fazekas B et al. Nucl. Phys., 1992, **A548**: 249
- 17 Von Brentano P et al. Phys. Rev. Lett., 1996, **76**: 2029

## SD Pair Shell Model: Collectivity of Low-Lying State for Even-Even Pt Isotopes<sup>\*</sup>

LI Qiong<sup>1</sup> XIA Bing-Shu<sup>1</sup> LUO Yan-An<sup>1;1)</sup> PAN Feng<sup>2</sup> NING Ping-Zhi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> (Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China)

<sup>2</sup> (Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

**Abstract** The SD pair shell model was applied to study the even-even Pt isotopes. The results show that collectivity of low-lying states for the Pt isotopes can be reproduced approximately with a three parameter Hamiltonian.

**Key words** SD pair shell model, spectrum, electromagnetic transition

Received 22 December 2005

\* Supported by National Natural Science Foundation of China (10305006,10575047), the Project-Sponsored by SRF for ROCS, SEM, Innovation Foundation in Nankai University and Foundation for Undergraduate Student in Nankai University

1) E-mail: luoya@nankai.edu.cn