

核反应截面测量中扣除激发态对基态影响的计算公式

周丰群^{1,2} 罗均华¹ 易艳玲¹ 拓飞¹ 孔祥忠^{1;1)}

1 (兰州大学现代物理系 兰州 730000)

2 (平顶山学院物理系 平顶山 467000)

摘要 根据人工放射性的生长与衰变规律, 推导出了一个扣除激发态对基态影响的普遍计算公式, 解决了在实际的核反应截面测量中激发态对基态的影响问题.

关键词 核反应截面 激发态 基态 影响

1 引言

核反应截面是检验核理论的基本依据, 也是核技术应用和核能利用的基础数据. 所以精确测定各种核反应截面是非常重要的. 但在核反应截面的实际测量中, 往往会遇到很多的问题, 例如低能中子的影响、各种核反应的相互干扰、能量相近的 γ 射线之间的相互干扰、激发态对基态的干扰、级连问题、自吸收问题等等. 这些问题都需要合理解决, 才能得到准确的测量结果. 关于激发态对基态的干扰, 如某种核反应可同时生成某种放射性核素的基态^sY 和激发态^mY, 而激发态在衰变同时向基态跃迁, 或者只向基态跃迁, 如图 1 所示, 从而对测量的 $X(n, b)^s Y$ 反应截面造成影响. 通常的做法是, 当激发态的半衰期 $T_{m1/2}$ 远大于基态的半衰期 $T_{g1/2}$, 且 Π 的分支比 X_{it} 较小或激发态对应的反应截面远小于基态对应的反应截面时, 忽略激发态对基态的影响; 而当激发态的半衰期 $T_{m1/2}$ 远小于基态的半衰期 $T_{g1/2}$ 时, 可让样品冷却足够长的时间后再测量, 计算得到的是 $X(n, b)^{m+s} Y$ 的全截面. 对这两种特殊情况都很难测到纯的基态截面. 本文根据人工放射性的生长与衰变规律^[1-3], 推导出一个扣除激发态对基态影响的

普遍计算公式, 既适用于上述两种特殊情况, 也适用于一般情况, 解决了在实际的核反应截面测量中激发态对基态的干扰问题.

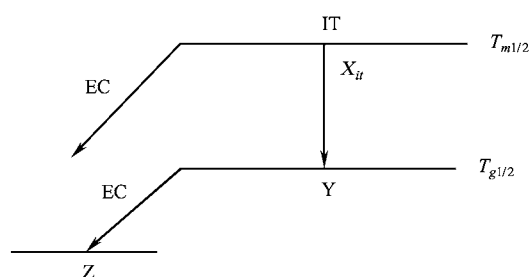


图 1 激发态对基态影响的衰变纲图示意图

2 公式的推导

假定样品质量为 M , 母核原子量为 A , 丰度为 θ , 样品被照射的时间为 T_1 , 中子平均通量为 ϕ , $X(n, b)^m Y$ 反应的截面为 σ_m . 测量生成的放射性基态核^sY 的特征 γ 射线时, 样品的冷却时间为 T_{2g} , 测量时间为 T_{3g} ; 而测量生成的激发态核^mY 的特征 γ 射线时, 样品的冷却时间为 T_{2m} , 测量时间为 T_{3m} (如图 2 所示).

2004-12-21 收稿, 2005-03-03 收修改稿

1) E-mail: kongxz@lzu.edu.cn

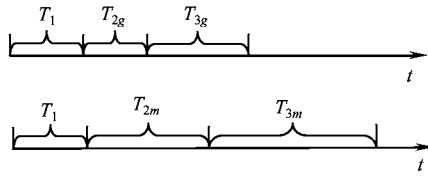


图 2 样品被照射、冷却、测量的时间示意图

由人工放射性的生长和衰变规律^[1-3]可推导出,在样品被照射时间(T_1)内的任一时刻 t ,样品中生成的激发态核 ${}^m\text{Y}$ 的数目为

$$N_m(t) = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m}{A \lambda_m} (1 - e^{-\lambda_m t}), \quad (1)$$

式中 N_A 为阿佛伽德罗常数, λ_m 为生成激发态核 ${}^m\text{Y}$ 的衰变常量.

在样品被照射期间的任一时刻 t ,由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所产生的放射性基态核 ${}^g\text{Y}$ 的数目 $N_g(t)$ 满足下列方程

$$\frac{dN_g(t)}{dt} = \lambda_m N_m(t) X_{it} - \lambda_g N_g(t), \quad (2)$$

式中 λ_g 为生成的放射性核 ${}^g\text{Y}$ 的衰变常量.

把式(1)代入式(2),并利用初始条件: $t = 0$, $N_g = 0$,解此方程可得

$$N_g(t) = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \left(\frac{1}{\lambda_g} - \frac{1}{\lambda_g - \lambda_m} e^{-\lambda_m t} \right) + \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \left(\frac{1}{\lambda_g - \lambda_m} - \frac{1}{\lambda_g} \right) e^{-\lambda_g t}. \quad (3)$$

照射结束(即 $t = T_1$)时,样品中生成核 ${}^m\text{Y}$ 的数目 $N_m(T_1)$ 以及由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所产生的核 ${}^g\text{Y}$ 的数目 $N_g(T_1)$,可由式(1)和式(3)求得.在照射结束后的任一时刻 t' ,样品中 ${}^m\text{Y}$ 的数目为

$$N_m(t') = N_m(T_1) e^{-\lambda_m t'} = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m}{A \lambda_m} (1 - e^{-\lambda_m T_1}) e^{-\lambda_m t'}, \quad (4)$$

而在照射结束后的任一时刻 t' ,样品中由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所引起的核 ${}^g\text{Y}$ 的数目 $N_g(t')$ 满足如下方程

$$\frac{dN_g(t')}{dt} = \lambda_m N_m(t') X_{it} - \lambda_g N_g(t'), \quad (5)$$

把式(4)代入式(5),并利用初始条件: $t' = 0$, $N_g = N_g(T_1)$,解此方程可得

$$N_g(t') = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_m T_1}) e^{-\lambda_m t'} - \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_g T_1}) e^{-\lambda_g t'}. \quad (6)$$

在开始测量基态核 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线后的任一时刻 t'' ,样品中由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所引起的核 ${}^g\text{Y}$ 的

数目 $N_g(t'')$ 可令式(6)中的 $t' = t'' + T_{2g}$ 而得到

$$N_g(t'') = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_m T_1}) e^{-\lambda_m T_{2g}} e^{-\lambda_m t''} - \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_g T_1}) e^{-\lambda_g T_{2g}} e^{-\lambda_g t''}. \quad (7)$$

设生成的放射性核 ${}^g\text{Y}$ 所放出的特征 γ 射线的强度为 $I_{\gamma g}$,其在探测器中产生的全能峰效率为 ϵ_g^p ,而在整个测量 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的时间 T_{3g} 内,由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所引起的 ${}^g\text{Y}$ 特征 γ 射线的全能峰计数为 C_g , ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线在样品中的自吸收校正因子为 F_{gs} ,样品几何校正因子为 F_{gg} ,则由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所引起 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的全能峰计数应为

$$C_g = \int_0^{T_{3g}} \frac{\lambda_g N_g(t'')}{F_{gs} F_{gg}} I_{\gamma g} \epsilon_g^p dt'' = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p}{A F_{gs} F_{gg}} \frac{\lambda_g}{\lambda_m (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_m T_1}) e^{-\lambda_m T_{2g}} \times (1 - e^{-\lambda_m T_{3g}}) - \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p}{A F_{gs} F_{gg}} \times \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} (1 - e^{-\lambda_g T_1}) e^{-\lambda_g T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g}}). \quad (8)$$

需要特别指出的是,在推导式(8)过程中,没有对 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的级连符合效应进行修正,以避免重复修正.另外,在上述推导过程中,中子通量 ϕ 取整个照射过程中的平均值.但在实际的照射过程中,中子通量变化较大,需对式(8)进行中子通量变化的修正.为此,将照射时间 T_1 分成 n 段,其中第 i 段照射时间为 T_i ,第 i 段照射结束到总照射结束之间的时间为 t_i ,第 i 段平均中子通量 ϕ_i 可认为是常数(当 n 足够大时).在开始测量后的任一时刻 t'' ,第 i 段由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程在样品中所产生的放射性核 ${}^g\text{Y}$ 的数目 $N_{gi}(t'')$,可用推导式(7)类似的方法而得到

$$N_{gi}(t'') = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A (\lambda_g - \lambda_m)} \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} e^{-\lambda_m T_{2g}} e^{-\lambda_m t''} - \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i} e^{-\lambda_g T_{2g}} e^{-\lambda_g t''},$$

因此,在开始测量 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线后的任一时刻 t'' ,由 ${}^m\text{Y} \rightarrow {}^g\text{Y} \rightarrow \text{Z}$ 过程所产生的放射性核 ${}^g\text{Y}$ 的数目为

$$N_g(t'') = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A (\lambda_g - \lambda_m)} e^{-\lambda_m T_{2g}} e^{\lambda_m t''} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it}}{A} \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} e^{-\lambda_g T_{2g}} e^{-\lambda_g t''} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i},$$

而在整个测量 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的时间 T_{3g} 内,由 ${}^m\text{Y}\rightarrow{}^g\text{Y}\rightarrow\text{Z}$ 过程所引起 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的全能峰计数为

$$C'_g = \int_0^{T_{3g}} \frac{\lambda_g N_g(t'')}{F_{gs} F_{gg}} I_{\gamma g} \epsilon_g^p dt'' = \frac{MN_A \theta \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p}{AF_{gs} F_{gg}} \frac{\lambda_g}{\lambda_m (\lambda_g - \lambda_m)} e^{-\lambda_m T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g}}) \times \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \frac{MN_A \theta \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p}{AF_{gs} F_{gg}} \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} e^{-\lambda_g T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g}}) \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i}, \quad (9)$$

由式(8)与式(9)比较可得

$$C'_g = \frac{\lambda_g^2 e^{-\lambda_m T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g}}) \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \lambda_m^2 e^{-\lambda_g T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g}}) \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i}}{\phi \lambda_g^2 (1 - e^{-\lambda_m T_1}) e^{-\lambda_m T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g}}) - \phi \lambda_m^2 (1 - e^{-\lambda_g T_1}) e^{-\lambda_g T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g}})} C_g = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p K_g}{AF_{gs} F_{gg}} \left[\frac{\lambda_g}{\lambda_m (\lambda_g - \lambda_m)} S_m D_m - \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} S_g D_g \right], \quad (10)$$

式中 $S_m = 1 - e^{-\lambda_m T_1}$, $S_g = 1 - e^{-\lambda_g T_1}$, $D_m = e^{-\lambda_m T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g}})$, $D_g = e^{-\lambda_g T_{2g}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g}})$,

$$K_g = \frac{\lambda_g^2 D_m \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \lambda_m^2 D_g \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i}}{\phi (\lambda_g^2 S_m D_m - \lambda_m^2 S_g D_g)},$$

采用类似的推导过程,可推导出在测量 ${}^m\text{Y}$ 的特征 γ 射线的时间(T_{3m})内, ${}^m\text{Y}$ 的特征 γ 射线的计数为

$$C_m = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m I_{\gamma m} \epsilon_m^p K_m S_m D_{mm}}{AF_{ms} F_{mg} F_{mc} \lambda_m}, \quad (11)$$

式中 $K_m = \frac{\sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i}}{\phi S_m}$, $S_m = 1 - e^{-\lambda_m T_1}$,

$D_{mm} = e^{-\lambda_m T_{2m}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3m}})$, $I_{\gamma m}$ 是生成的 ${}^m\text{Y}$ 核放出的特征 γ 射线的强度, ϵ_m^p 是其在探测器中的全能峰效率,而 F_{ms} , F_{mg} , F_{mc} 分别表示在测量 ${}^m\text{Y}$ 的特征 γ 射线时,特征 γ 射线在样品中的自吸收校正因子、样品几何校正因子和特征 γ 射线的级连符合校正因子(此处必须考虑 F_{mc})。

式(10)与式(11)比较得

$$C'_g = \frac{I_{\gamma g} \epsilon_g^p K_g X_{it} (\lambda_g^2 S_m D_m - \lambda_m^2 S_g D_g) F_{ms} F_{mg} F_{mc}}{I_{\gamma m} \epsilon_m^p K_m S_m D_{mm} F_{gs} F_{gg} \lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} C_m, \quad (12)$$

式中各量的意义同上.该式就是在测量 $X(n, b) {}^g\text{Y}$ 反应截面时,对所测得的基态特征 γ 射线的峰面积应扣除的部分。

3 讨论

在实际的核反应截面测量中,只要能测到生成的激发态 ${}^m\text{Y}$ 所产生的任一条特征 γ 射线的净峰面积 C_m ,在测得的基态 ${}^g\text{Y}$ 所产生的某一条特征 γ 射线的净峰面积 C'_g 中,减去由式(12)所算得的 C'_g ,

就扣除了激发态的影响。

对于由于各种原因无法测到生成的激发态 ${}^m\text{Y}$ 所产生的任一条特征 γ 射线的净峰面积 C_m 的反应,上述公式已无能为力.对于这种特殊情况,当激发态的半衰期远小于基态的半衰期时,采取前面提及的让样品冷却足够长的时间,一般冷却时间大于7个激发态的半衰期后再测量,可得到 $X(n, b) {}^m+g\text{Y}$ 的全截面;而当激发态的半衰期远大于基态的半衰期时,可以采用以下方法扣除,对于基态核 ${}^g\text{Y}$ 所产生的任一条特征 γ 射线的活度测量两次:第1次测量安排在样品冷却时间 $T_{2g1} < 7T_{g1/2}$ 的时间内进行(如果没有其他原因,第1次测量时间越早越易测量);第2次测量安排在样品冷却时间 $T_{2g2} < 7T_{g1/2}$ 后进行(如果计数统计允许,第2次测量时间越晚越好).设第1次测量时间为 T_{3g1} (样品冷却时间为 T_{2g1}),第2次测量时间为 T_{3g2} (样品冷却时间为 T_{2g2}),则在第1次测量时间内,由 ${}^m\text{Y}\rightarrow{}^g\text{Y}\rightarrow\text{Z}$ 过程所引起 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的全能峰计数,由式(10)可得

$$C_{g1} = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_{it} I_{\gamma g} \epsilon_g^p K_{g1}}{AF_{gs} F_{gg}} \left[\frac{\lambda_g}{\lambda_m (\lambda_g - \lambda_m)} S_{m1} D_{m1} - \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} S_{g1} D_{g1} \right], \quad (13)$$

而在第2次测量时间内,由 ${}^m\text{Y}\rightarrow{}^g\text{Y}\rightarrow\text{Z}$ 过程所引起 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的全能峰计数(此时,由 $X(n, b) {}^g\text{Y}$ 反应所产生的 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的全能峰计数可忽略,尤其是在 T_{2g2} 远大于 $7T_{g1/2}$ 情况下),亦可

由式(10)得到

$$C_{g2} = \frac{MN_A \theta \phi \sigma_m X_i I \gamma \epsilon_g^p K_{g2}}{AF_{gs} F_{gg}} \left[\frac{\lambda_g}{\lambda_m (\lambda_g - \lambda_m)} S_{m2} D_{m2} - \frac{\lambda_m}{\lambda_g (\lambda_g - \lambda_m)} S_{g2} D_{g2} \right], \quad (14)$$

式(13)与式(14)比较得

$$C_{g1} = \frac{\lambda_g^2 D_{m1} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \lambda_m^2 D_{g1} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i}}{\lambda_g^2 D_{m2} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_m T_i}) e^{-\lambda_m t_i} - \lambda_m^2 D_{g2} \sum_{i=1}^n \phi_i (1 - e^{-\lambda_g T_i}) e^{-\lambda_g t_i}} C_{g2}, \quad (15)$$

式中 $D_{m1} = e^{-\lambda_m T_{2g1}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g1}})$, $D_{g1} = e^{-\lambda_g T_{2g1}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g1}})$, $D_{m2} = e^{-\lambda_m T_{2g2}} (1 - e^{-\lambda_m T_{3g2}})$, $D_{g2} = e^{-\lambda_g T_{2g2}} (1 - e^{-\lambda_g T_{3g2}})$.

在计算时,把第2次测量的 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线的净峰面积 C_{g2} 代入式(15),即可得到在第1次测量 ${}^g\text{Y}$ 的特征 γ 射线时,应扣除的由激发态所引起的计数 C_{g1} .

参考文献 (References)

- 1 Мухин К Н (SHEN Zhi-Tong, YIN Xiong, ZHANG Fa-Tong et al Translation). Experimental Nuclear Physics (Vol. 1). Beijing: Atomic Energy Press, 1996. 94—97 (in Chinese)
(K. H. 穆辛 (沈志通, 殷雄, 张法通等译). 实验核物理学 (第1卷). 北京: 原子能出版社, 1996. 94—97)
- 2 LU Xi-Ting. Nuclear Physics (Revised Edition). Beijing: Atomic Energy Press, 2000. 22—39 (in Chinese)
(卢希庭. 原子核物理(修订版). 北京: 原子能出版社, 2000. 22—39)
- 3 YANG Fu-Jia, WANG Yan-Sen, LU Fu-Quan. Nuclear Physics (The Second Edition). Shanghai: Fudan University Press, 2002. 102—107 (in Chinese)
(杨福家, 王炎森, 陆福全. 原子核物理(第2版). 上海: 复旦大学出版社, 2002. 102—107)

A Formula Used to Subtract the Effect of Excited State to Ground State in Measurement of Cross Section of Nuclear Reaction

ZHOU Feng-Qun^{1,2} LUO Jun-Hua¹ YI Yan-Ling¹ TUO Fei¹ KONG Xiang-Zhong^{1;1)}

¹ (Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

² (Department of Physics, Pingdingshan University, Pingdingshan 467000, China)

Abstract According to the regulation of growing and decay of artificial radioactive nuclide, a general formula used to subtract the effect of excited state to ground state was deduced. Therefore, the problem of effect of excited state to ground state was solved in the measurement of cross section of nuclear reaction.

Key words nuclear reaction cross-section, excited state, ground state, effect