

# 用修正三梯度法测量强流脉冲束时间分辨发射度

杨国君<sup>1,2;1)</sup> 张卓<sup>2</sup> 陈思富<sup>2</sup> 刘承俊<sup>2</sup> 林郁正<sup>1</sup>

1(清华大学工程物理系 北京 100084)

2(中国工程物理研究院流体物理研究所 绵阳 621900)

**摘要** 三梯度法是加速器发射度测量的一种常用方法,但在低能强流的加速器上,由于空间电荷效应很显著,常规的三梯度方法不再适用.修正三梯度法是常规三梯度法考虑空间电荷效应后的改进,本文描述了修正三梯度法用于强流脉冲电子束发射度测量的理论依据,介绍了修正三梯度方法的实验方案.在 3.5MeV, 2.6kA, ~100ns 和 18MeV, 2.6kA, ~100ns 的两种强流脉冲电子束进行了发射度的实际测量.文中给出了在两种电子束上分别获得的实验结果和误差分析.实验结果表明,修正三梯度方法是强流脉冲电子束发射度测量的一种有效的手段.

**关键词** 修正三梯度法 发射度 时间分辨测量

## 1 引言

三梯度方法(Three Gradient Method)是发射度测量的一种间接方法,在弱流加速器上得到了广泛的应用<sup>[1,2]</sup>.这种方法是把四极磁铁的聚焦梯度改变 3 次,在其下游测量得到 3 个束流半径,然后利用传输矩阵和束流  $\sigma$  矩阵计算发射度.其处理过程中忽略了束流的空间电荷力.

在流强达到几 kA 的加速器上,由于空间电荷效应很显著,常规的三梯度方法不再适用.修正三梯度方法(Modified Three Gradient Method)是近年来发展起来的一种方法,它利用强流束包络方程计算发射度,包含了空间电荷效应,因此可以应用于强流电子束的发射度测量<sup>[3-5]</sup>.

本文利用修正三梯度方法对两种不同能量的强流脉冲电子束进行了时间分辨的发射度测量.

## 2 修正三梯度法的测量原理

在采用轴向磁场聚焦,且没有加速的情况下,轴对称电子束的传输可以用均方根束包络方程描

述<sup>[6]</sup>,此式与束流的分布无关:

$$R''_{\text{rms}} = -k^2 R_{\text{rms}} + \frac{K}{2R_{\text{rms}}} + \frac{\epsilon_{\text{rms}}^2}{\beta^2 \gamma^2 R_{\text{rms}}^3}, \quad (1)$$

上式中,  $R_{\text{rms}}$  为均方根束半径;  $k = k_c/2 = ecB_z/2\beta\gamma m_0 c$ , 表示回旋波数的一半;  $K = 2I_b/I_a \beta^3 \gamma^3$ , 表示广义导流系数;  $B_z$  为螺线管的轴向磁感应强度;  $I_b$  为束流强度;  $I_a = 17045.26\text{A}$ , 为阿尔芬电流;  $m_0$  为电子静止质量;  $e$  为电子电量;  $c$  为真空光速;  $\beta$  和  $\gamma$  为相对论因子.

$\epsilon_{\text{rms}}$  为  $r-r'$  平面的归一化均方根发射度,表达式为

$$\epsilon_{\text{rms}} = \beta\gamma \sqrt{\langle r^2 \rangle \langle r'^2 \rangle - \langle rr' \rangle^2}. \quad (2)$$

常用的归一化边发射度的表达式如下:

$$\epsilon_e = 4\beta\gamma \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle xx' \rangle^2}. \quad (3)$$

由于只考虑轴对称束,可以证明:

$$\epsilon_e = 2\epsilon_{\text{rms}}. \quad (4)$$

(1)式是一个二阶常微分方程,加上待定系数  $\epsilon_{\text{rms}}$ ,理论上只要给定初值  $R_0, R'_0$  和  $\epsilon_{\text{rms}}$  就可以完全确定束流的状态.由于这 3 个参数均未知,需要采用其他方便的方法给出 3 个条件,然后计算这 3 个

2004-06-16 收稿

1) E-mail: ygj00@mails.tsinghua.edu.cn

系数.

修正三梯度法采用的办法是测量同一位置在 3 组不同轴向磁场下的束半径, 作为计算  $R_0, R_0'$  和  $\epsilon_{rms}$  的 3 个条件, 这样就测量了发射度. 测量示意图如图 1, 通过调整螺线管的聚焦电流改变轴向磁场, 束半径的测量在螺线管下游进行.

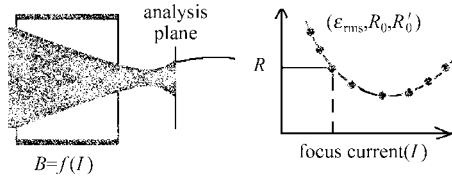


图 1 修正三梯度法示意图

以下为方便描述, 把束流半径随螺线管电流的变化曲线称为渡越曲线.

实际测量中, 为了减小误差, 必须多测几组数据, 采用曲线拟合的方式对实验结果进行处理. 根据实测经验, 至少需要 5 到 6 组数据, 才能较准确地计算发射度.

实验中渡越曲线需要出现极小值点, 并且测量点要尽量均匀地分布在渡越曲线极小值点的两侧, 同时测量点的间隔也要足够大. 图 2 中, 除了第一种方案以外, 其他的 5 种实验方案均会引起较大的计算误差.

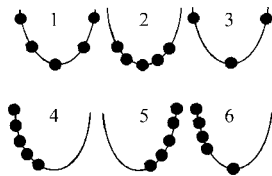


图 2 测量点在渡越曲线上的位置分布

### 3 模拟计算程序简介

采用 C++ 语言编制了模拟计算程序. 程序主要有 3 个功能: 计算轴向磁场、包络跟踪、计算渡越曲线. 其核心部分是包络跟踪子程序.

轴向磁场计算子程序可以根据螺线管线圈的具体布局计算整个束线上的轴向磁场.

包络跟踪子程序调用了轴向磁场计算子程序, 其算法是利用高阶方程的降阶, 把(1)式由二阶方程转化为一阶方程组. 给定初值后, 采用经典的四阶龙格-库塔公式进行递推, 就可以得到整个计算区

间的束包络. 具体的处理过程如下.

令  $y_1 = R_{rms}, y_2 = R_0'$ , (1)式化为

$$\begin{cases} y_1' = y_2 \\ y_2' = -k^2 y_1 + \frac{K}{2y_1} + \frac{\epsilon_{rms}^2}{\beta^2 \gamma^2 y_1^3} \end{cases}, \quad (5)$$

(5)式用向量的形式可以写成:

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(z, \mathbf{y}), \quad (6)$$

这里  $\mathbf{y} = (y_1, y_2), \mathbf{f} = (f_1, f_2), f_1$  和  $f_2$  的表达式从(5)式可以得到.

四阶龙格-库塔法的递推公式如下<sup>[7]</sup>:

$$\begin{cases} \mathbf{y}_{i+1} = \mathbf{y}_i + \frac{h}{6} (\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4) \\ \mathbf{K}_1 = \mathbf{f}(z_i, \mathbf{y}_i) \\ \mathbf{K}_2 = \mathbf{f}(z_i + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_i + \frac{h}{2} \mathbf{K}_1) \\ \mathbf{K}_3 = \mathbf{f}(z_i + \frac{h}{2}, \mathbf{y}_i + \frac{h}{2} \mathbf{K}_2) \\ \mathbf{K}_4 = \mathbf{f}(z_i + h, \mathbf{y}_i + h \mathbf{K}_3) \end{cases}. \quad (7)$$

渡越曲线计算子程序调用了包络跟踪子程序. 给定初始条件  $R_0, R_0'$  和  $\epsilon_{rms}$ , 在不同的螺线管聚焦电流情况下分别进行包络跟踪, 计算出渡越曲线.

### 4 修正三梯度方法测量装置

所测量的束流是脉宽约 100ns 的脉冲束, 故实验采用的装置实际上是一个时间分辨的束剖面测量系统, 其布局如图 3 所示.

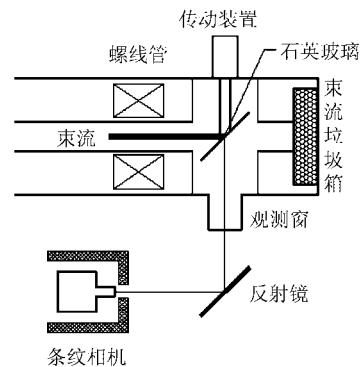


图 3 修正三梯度法实验布局

采用 0.5mm 厚的石英玻璃作为辐射转换靶, 为了在垂直于束线的方向观测, 石英玻璃的背面做了打毛处理. 电子束在石英玻璃内部穿过时, 产生切伦科夫辐射. 切伦科夫辐射被打毛面散射后, 就在石英玻璃的背面形成束流的剖面图像.

采用条纹相机接收信号,获得时间分辨的束剖面图像.条纹相机型号为 ВИКА-02.该相机适用于可见光和近红外波段快过程的记录.记录长度可在 50ns 到 2 $\mu$ s 间调整.相机通过变像管将被拍摄对象成像在像增强器屏幕上,采用胶卷接触方式获取图像.

实验中,束剖面尺寸的标定采用的是拍摄静止像的方式,即在辐射转换靶处放置一固定宽度的物体,通过该物体成像的尺寸来确定物象转换比例.

实验中需要多次改变螺线管电流.

### 5 时间分辨束剖面测量结果

实验分别在 3.5MeV, 2.6kA, ~100ns 和 18MeV, 2.6kA, ~100ns 的两种强流脉冲电子束上进行.

#### 5.1 3.5MeV 电子束测量结果

实验中测量了 7 组不同励磁电流下的束剖面.图 4 以 150A 为例,给出了时间分辨束剖面的测量结果.图中水平方向表示时间,垂直方向为束流的剖面分布.

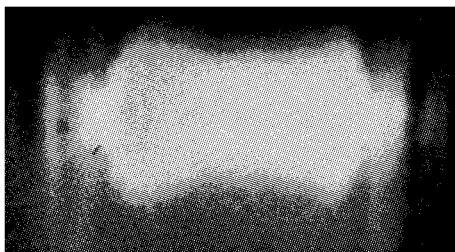


图 4 螺线管电流 150A 时实验图像

从图 4 可见,束脉冲前后两端束半径有较明显的变化.计算中,选取了 4 个时刻读取半径(见表 1).脉冲头尾部由于振荡比较剧烈,同时其能量和流强不容易确定,未进行处理.

表 1 半径测量结果 (单位:mm)

$I$ \ $t$	20ns	30ns	40ns	60ns
100A	20.01	19.08	18.18	20.70
150A	17.67	15.35	14.85	19.02
200A	12.86	14.73	15.36	10.04
225A	10.98	15.64	16.84	10.45
250A	13.41	17.58	18.23	13.30
275A	15.65	18.52	20.24	16.59
300A	19.29	20.99	22.35	19.17

#### 5.2 18MeV 电子束测量结果

实验中测量了 7 组不同励磁电流下的束剖面.图 5 以 300A 为例,给出了时间分辨束剖面的测量结果.

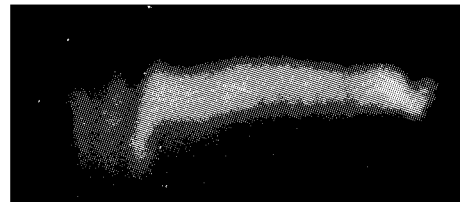


图 5 螺线管电流 300A 时实验图像

实际计算中,选取了 3 个时刻读取半径(见表 2),头部振荡部分也未加处理.

表 2 半径测量结果 (单位:mm)

$I$ \ $t$	0ns	40ns	80ns
0A	11.12	10.28	8.30
100A	10.32	9.30	6.94
200A	9.22	8.20	6.24
300A	8.78	7.76	5.32
400A	9.50	8.38	6.02
430A	10.20	9.98	6.98
500A	11.04	10.90	7.74

### 6 实验数据处理

利用计算的渡越曲线对实测半径结果进行非线性曲线拟合,计算出束流发射度.

下面是 18MeV 电子束在  $t = 40ns$  时刻情形的处理过程.

模拟计算的起始位置选择在改变电流的螺线管(以下简称 SC)前方某处.该位置距离 SC 应足够远,以避免 SC 的磁场对初始条件产生影响;同时为了减小模拟计算的累积误差,该位置也不能距离 SC 太远.实际计算中螺线管中心距离起始位置 1.26m,起始位置处 SC 的磁场约 20.2mT,可以忽略.

给定初值  $R_0, R_0'$  和  $\epsilon_{rms}$ ,计算渡越曲线.并通过调整初值,使计算曲线逐步接近测量数据点,当二者吻合到一定程度后,以这时的  $R_0, R_0'$  和  $\epsilon_{rms}$  为曲线

拟合的迭代初值. 然后采用非线性曲线拟合的方式, 迭代求解  $R_0, R_0'$  和  $\epsilon_{rms}$ .

图 6 是曲线拟合的结果. 在该渡越曲线的计算中, 初值  $R_0 = 12.0\text{mm}, R_0' = 8.2\text{mrad}, \epsilon_{rms} = 1030\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ .

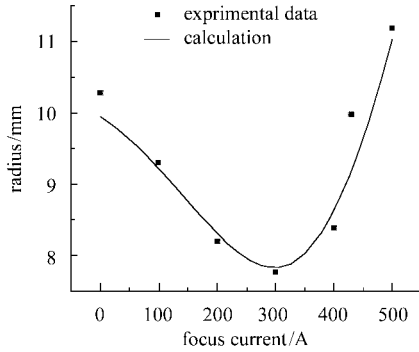


图 6 发射度测量结果

根据(4)式, 束流归一化边发射度的测量值为  $2060\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ .

按照上述过程处理, 可以得到两种电子束在不同时刻的发射度. 表 3 和表 4 分别给出了 3.5MeV 电子束和 18MeV 电子束发射度的测量值.

表 3 3.5MeV 电子束发射度测量值

时刻 $t/\text{ns}$	发射度/ $(\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad})$
20	1200
30	1040
40	1140
60	1120

表 4 18MeV 电子束发射度测量值

时刻 $t/\text{ns}$	发射度/ $(\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad})$
0	2200
40	2060
80	2080

### 7 结果讨论与误差分析

修正三梯度法文献[3—5]中, 一般均采用 K-V 束包络方程进行计算:

$$R'' = -k^2 R + \frac{K}{R} + \frac{\epsilon_e^2}{\beta^2 \gamma^2 R^3}. \quad (8)$$

(8)式是在假定束流成 K-V 分布的条件下推导出来的. 由于束流一般均为高斯分布, 因此严格地

说, (8)式不成立. 本文采用了均方根包络方程, 它对任意分布的束流均适用, 克服了这个问题.

实验中发现, 束流的能量越高, 束流的“刚性”就越大, 所需螺线管电流调节范围也越大. 从实验数据可以看到, 3.5MeV 电子束的电流调节范围是 200A, 而 18MeV 电子束的电流调节范围达到 500A.

图 7 是在图 6 的初始条件下, 不同螺线管电流时束流的包络跟踪曲线.

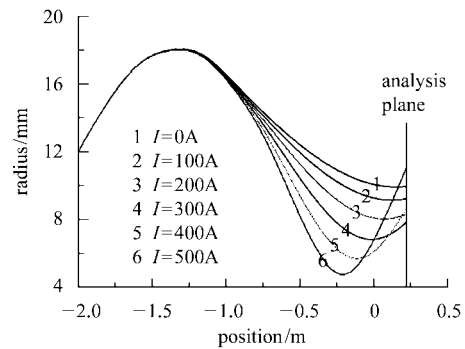


图 7 束包络跟踪曲线

可以看出, 测量位置在束流的束腰附近. 当螺线管电流较小时, 随着电流的加大, 磁场的会聚作用也增加, 测量位置的束半径因而逐渐减小. 当电流增加到一定程度以后, 束流被过度地箍缩, 在空间电荷力和发射度的作用下, 束流经过束腰后产生强烈的反弹. 这样, 随着电流的加大, 测量位置的束半径反而逐渐增加.

发射度的测量误差主要有以下来源: 束半径的误差、束能量和流强的误差、计算中发射度的有效搜索步长等.

用模拟计算方法对上述误差来源进行分析, 发现束半径的误差和能量的误差对结果影响较大, 其他的因素可以忽略. 计算中发现如下的关系:

$$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \approx 3 \frac{\Delta R}{R}, \quad (9)$$

$$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \approx 5 \frac{\Delta E}{E}, \quad (10)$$

其中(9)式与文献[3]中的结论不一致, 该文献中发射度的相对误差 5 倍于半径的相对误差. 这个差别可能是具体的实验布局不一致引起的.

从(9)式可知, 提高束半径的测量精度对减小小发射度的测量误差特别重要. 从(10)式可知, 能量的测量精度也很重要, 而且各次实验中能量应尽可能地保持稳定.

结合实际的实验条件对上述误差来源进一步分

析,得到 3.5MeV 与 18MeV 电子束发射度的相对误差均约为 20%,前者误差的主要部分由能量误差引起,而后者误差的主要部分由束半径误差引起。

为了对比,在 18MeV 电子束上还进行了用光学渡越辐射与切伦科夫辐射相结合测量发射度的实验<sup>1)</sup>。由于没有合适的相机,用此方法只能获得时间积分的发射度,测量结果为  $2935\pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ 。这个结果显然要比修正三梯度方法的测量结果大一些。

考虑到两种方法各自的测量误差,同时由于修正三梯度方法测得的是时间分辨的结果,而用光学渡越辐射与切伦科夫辐射相结合的测量结果是时间积分的,束流脉冲两端发射度较差对结果有一定影响,可以认为,两种方法的测量结果是互相吻合的。

## 8 结论

本文采用考虑空间电荷效应的三梯度法——修正三梯度法,测量了 3.5MeV, 2.6kA,  $\sim 100\text{ns}$  和 18MeV, 2.6kA,  $\sim 100\text{ns}$  两种强流脉冲电子束的时间分辨发射度。计算中采用了与分布无关的均方根束包络方程,克服了 K-V 包络方程的缺点。实验结果表明,修正三梯度方法是强流脉冲电子束发射度测量的一种有效的手段。

感谢中物院流体物理研究所 20MeV 实验组的大力协助。

## 参考文献 (References)

- 1 HUI Z X, YANG Z H. Free Electron Laser. National Defence Industry Press, 1995. 12. (in Chinese)  
(惠钟锡,杨震华. 自由电子激光. 国防工业出版社,1995. 12)
- 2 WANG S H, YE Q, CAO J S et al. HEP & NP, 2002, **26**: 1184—1188(in Chinese)  
(王书鸿,叶强,曹建社等. 高能物理与核物理,2002,**26**:1184—1188)
- 3 Bardy J, Bonnafond C et al. Status of AIRIX Alignment and High Current Electron Beam Diagnostics. Proceeding of EPAC96
- 4 Richard B R, Ekdahl C et al. Beam Emittance Diagnostic for the DARHT Second Axis Injector. Proceeding of Pulsed Power Conference, 2001
- 5 Marghitu S, Oproiu C et al. Pulsed Electron Source Characterization with the Modified Three Gradient Method. Proceeding of International Conference on Accelerator and Large Experimental Physics Control Systems, 2001
- 6 DAI Z Y. Research of the Increase Mechanism and Decrease Means for Beam Emittance of the Linear Induction Accelerator. Doctor Dissertation. Beijing: China Academy of Science, 2004 (in Chinese)  
(代志勇. 直线感应加速器束流发射度增长与抑制研究. 中国科学院研究生院博士学位论文,2004)
- 7 GUAN Z, CHEN J L. Numerical Computational Methods. Tsinghua University Press, 1990. 8 (in Chinese)  
(关治,陈景良. 数值计算方法. 清华大学出版社,1990.8)

1) 杨国君,内部报告,2004

## Time-Resolved Emittance Measurement of Intense Pulse Beams Using the Modified Three Gradient Method

YANG Guo-Jun<sup>1,2;1)</sup> ZHANG Zhuo<sup>2</sup> CHEN Si-Fu<sup>2</sup> LIU Cheng-Jun<sup>2</sup> LIN Yu-Zheng<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

<sup>2</sup>(Institute of Fluid Physics, CAEP, Mianyang 621900, China)

**Abstract** The three gradient method is a conventional means for beam emittance measurement. In intense electron beam accelerators, since the space charge effect is remarkable, the conventional three gradient method is not applicable. A MTGM (Modified Three Gradient Method) is an improvement of the conventional three gradient method, the space charge effect being included in this method. In this paper, the basic theory of MTGM is stated, the principle of applying the MTGM method to beam diagnostics is described. Experiments are carried out on two electron beams of 3.5MeV, 2.6kA, ~100ns and 18MeV, 2.6kA ~100ns respectively. Results of these experiments are presented together with the error analysis. The results show that the MTGM method is an effective way of emittance measurement for intense pulse electron beam.

**Key words** modified three gradient method, emittance, time-resolved measurement