

近垒熔合机制的动力学研究^{*}

冯兆庆^{1,4;1)} 靳根明^{1,2} 张丰收^{2,3} 付芬^{1,4} 黄熙^{1,4}

1 (中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

3 (北京师范大学低能核物理研究所 北京 100875)

4 (中国科学院研究生院 北京 100049)

摘要 通过考虑动力学中的壳效应, 对同位旋相关的量子分子动力学模型做了进一步改进, 并利用改进的量子分子动力学模型对近垒熔合机制做了动力学研究。对轻系统的熔合反应, 改进的模型能够给出与实验结果一致的熔合激发函数, 同时, 对重系统的俘获截面也能给出与实验测量值基本一致的计算结果, 尤其是对近垒或垒下区域也能作出很好的描述。作为对模型的进一步检验, 对核-核相互作用势做了静态研究, 并与亲近势的结果做了比较。

关键词 壳效应 改进的同位旋相关的量子分子动力学模型 核-核作用势 熔合(俘获)截面

1 引言

超重元素的合成一直是核物理学研究的前沿课题之一, 尤其是近年来 113 和 115 号元素的合成^[1], 再次在实验和理论上掀起了超重元素合成研究的高潮。与超重元素合成直接相关的反应机制的研究引起了人们的倍加关注。迄今为止, 已发展了几种理论模型来描述超重核的合成机制^[2-5]。这些模型共同特点是在超重核合成的不同阶段采用不同的方法来处理, 同时对超重核形成过程中的动态形变、能量角动量耗散以及颈部的形成等动力学过程考虑得较少。因此进一步发展一种微观动力学模型来描述超重核的形成过程是非常必要的。

本文通过考虑壳效应对同位旋相关的量子分子动力学(IQMD)模型做了进一步改进, 在此之前王宁等人已将该模型做了成功的改进并用于近垒熔合反应机制的研究^[6, 7]。我们利用改进的模型计算了轻体系^{40,48}Ca+^{40,48}Ca 熔合激发函数以及重体系¹⁶O+²⁰⁸Pb/²³⁸U 和⁴⁸Ca+²⁰⁸Pb/²³⁸U 的俘获激发函数, 给出了与实验测量值基本一致的计算结果。作为对模型的进一步检验, 我们对核-核相互作用势做了静态计算, 并与采用亲近势(Proximity Potential)时

的结果做了比较, 基本能给出一致的计算结果。

2 改进的量子分子动力学模型

在改进的 IQMD 模型中, 每个核子用分布宽度为 L 的高斯波包来描述,

$$\psi_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi L)^{3/4}} e^{-[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)]^2/4L} e^{i\mathbf{p}_i(t) \cdot \mathbf{r}/\hbar}, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{r}_i(t)$, $\mathbf{p}_i(t)$ 分别是第 i 个核子在坐标和动量空间中波包的中心。通过 Wigner 变换就可以得到 N 体相空间中单体密度分布函数

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \sum_i f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (2)$$

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \frac{1}{(\pi\hbar)^3} \exp\left[-\frac{[\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t)]^2}{2L} - \frac{[\mathbf{p} - \mathbf{p}_i(t)]^2 \cdot 2L}{\hbar^2}\right]. \quad (3)$$

进一步可以得到核子在坐标和动量空间中的密度分布

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p} = \sum_i \rho_i(\mathbf{r}, t), \quad (4)$$

$$g(\mathbf{p}, t) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{r} = \sum_i g_i(\mathbf{p}, t), \quad (5)$$

其中

2005-02-25 收稿

* 国家自然科学基金(10475100)资助

1) E-mail: fengzhq@impcas.ac.cn

$$\rho_i(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi L)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i(t))^2}{2L}\right], \quad (6)$$

$$g_i(\mathbf{p}, t) = \frac{1}{(\pi\hbar^2/2L)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i(t))^2 \cdot 2L}{\hbar^2}\right]. \quad (7)$$

在改进的IQMD模型中, 核子在自洽产生的平均场中运动, 由正则方程给出

$$\frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_i}, \quad \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}. \quad (8)$$

体系的哈密顿量 H 包括动能和有效相互作用势能:

$$H = T + U, \quad (9)$$

$$T = \sum_i \frac{p_i^2}{2m}. \quad (10)$$

有效相互作用势能包括库仑相互作用势能和局域相互作用势能:

$$U = U_{\text{Coul}} + U_{\text{loc}}. \quad (11)$$

库仑相互作用势能表示为

$$U_{\text{Coul}} = \frac{e^2}{4} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{1}{r_{ij}} (1 + t_{iz})(1 + t_{jz}) \operatorname{erf}(r_{ij}/\sqrt{4L}), \quad (12)$$

其中 t_{iz} 是第 i 个核子同位旋自由度的第3分量, 对质子和中子分别取1和-1. $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ 是核子间的相对距离. 局域相互作用势能包括体积能项(两体和三体项)、对称能和表面能项:

$$U_{\text{loc}} = U_{\text{vol}} + U_{\text{sym}} + U_{\text{surf}}. \quad (13)$$

上面各项分别表示为

$$U_{\text{vol}} = \frac{\alpha}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{\rho_{ij}}{\rho_0} + \frac{\beta}{\gamma+1} \sum_i \left(\sum_{j \neq i} \frac{\rho_{ij}}{\rho_0} \right)^\gamma, \quad (14)$$

$$U_{\text{sym}} = \frac{C_{\text{sym}}}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} t_{iz} t_{jz} \frac{\rho_{ij}}{\rho_0} \times \left(1 - k_{\text{sym}} \left[\frac{3}{2L} - \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{2L} \right)^2 \right] \right), \quad (15)$$

$$U_{\text{surf}} = \frac{g_{\text{surf}}}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} \left[\frac{3}{2L} - \left(\frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{2L} \right)^2 \right] \frac{\rho_{ij}}{\rho_0}, \quad (16)$$

其中

$$\rho_{ij} = \frac{1}{(4\pi L)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2}{4L}\right]. \quad (17)$$

为了改善核子的费米子属性, 我们引进了相空间占有数约束的方法^[8]. 相空间占有数表示成

$$\bar{f}_i = \sum_j \delta_{s_i, s_j} \delta_{\tau_i, \tau_j} \int_{h^3} f_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{r} d\mathbf{p}, \quad (18)$$

满足条件 $\bar{f}_i \leq 1$. s_i, τ_i 是自旋和同位旋投影量子数. 在动力学演化过程中, 当相空间占有数大于1时, 通过

两体散射加泡里阻塞来降低相空间占有数. 这种方法能有效改善低动量核子的分布.

为了抑制弹靶在接近过程中由于库仑激发而发射非物理的核子, 我们对表面能项采用了连接函数的方法^[9], 这样体系的表面能项可以表述为

$$U_{\text{syst}}^{\text{surf}} = (U_{\text{proj}}^{\text{surf}} + U_{\text{targ}}^{\text{surf}}) S + U_{\text{comp}}^{\text{surf}} (1 - S). \quad (19)$$

其中 S 称为连接函数(switch function), 可表示成

$$S = C_0 + C_1 \frac{R - R_{\text{low}}}{R_{\text{up}} - R_{\text{low}}} + C_2 \left(\frac{R - R_{\text{low}}}{R_{\text{up}} - R_{\text{low}}} \right)^2 + C_3 \left(\frac{R - R_{\text{low}}}{R_{\text{up}} - R_{\text{low}}} \right)^3 + C_4 \left(\frac{R - R_{\text{low}}}{R_{\text{up}} - R_{\text{low}}} \right)^4 + C_5 \left(\frac{R - R_{\text{low}}}{R_{\text{up}} - R_{\text{low}}} \right)^5, \quad (20)$$

式中 R 为弹靶质心距离, R_{up} 和 R_{low} 是弹靶在初始时刻和形成复合核时的质心距离. 常数 C_0, C_1, C_2, C_3, C_4 和 C_5 的选取要保证体系表面能及其一级导数的连续, 在计算中分别取为0, 0, 0, 10, -15和6.

我们知道, 壳效应是微观结构(壳模型)与宏观结构(宏观模型)差异的体现. 利用Strutinsky方法^[10], 壳修正能量可由费米能以下壳模型计算的能级之和与光滑能级之和的差来表述:

$$E_{\text{shell}} = E - \bar{E} = 2 \sum_{i=1}^{[N/2]} e_i - 2 \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} e \bar{g}(e) de, \quad (21)$$

式中2是能级简并因子, 光滑能级密度通常取为Gaussian形的分布函数, 可表示成

$$\bar{g}(e) = \frac{1}{\gamma \sqrt{\pi}} \sum_i \exp\left[-\frac{(e - e_i)^2}{\gamma^2}\right] f\left(\frac{e - e_i}{\gamma}\right), \quad (22)$$

式中 γ 为 Gaussian 分布宽度, 一般取为 $1.2\hbar\omega$. 在计算中, 修正函数 $f((e - e_i)/\gamma)$ 取为3阶Laguerre多项式, e_i 是由形变双中心壳模型(DTCM)^[11]计算给出的第 i 条能级. 由核子数目 N 可以得到(21)式中的费米能

$$N = 2 \int_{-\infty}^{\bar{\lambda}} \bar{g}(e) de. \quad (23)$$

基于(21), (22)和(23)式的方法, 图1给出了反应体系 ${}^{48}\text{Ca} + {}^{238}\text{U} \rightarrow {}^{286}\text{Ba}$ 的质子和中子壳能级、光滑能级以及壳修正能量与约化质心距离的关系. 图中, R_i 和 R_t 分别为在形成复合体系和接触点时弹靶质心距离, 壳能级是通过DTCM计算给出的.

壳模型能够解释幻数核的成功之处在于势场中考虑了自旋-轨道项, 由 Skyrme 能量密度或 Tondeur 能量密度给出自旋-轨道势与 $\nabla\rho$ 成正比^[12], 在坐标空间

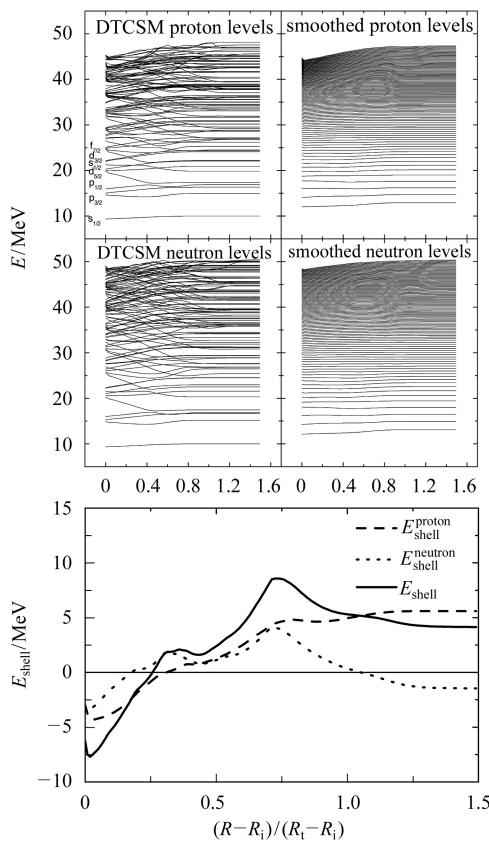


图1 反应体系 $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ 的壳能级、光滑能级和壳修正能量与弹靶约化质心距离的关系

积分可以得到自旋-轨道部分的能量，并与密度 ρ 有关，而 ρ 具有Woods-Saxon形式。在改进的IQMD模型中，体系的壳修正能量可以写成

$$U_{\text{shell}}^{\text{IQMD}} = - \int \frac{E_{\text{shell}} \exp[(r - R^{p(t)})/a]}{a \left\{ 1 + \exp[(r - R^{p(t)})/a] \right\}^2} d\mathbf{r}. \quad (24)$$

利用正则方程可得到径向力

$$\mathbf{F}_{\text{shell}}^{\text{IQMD}} = \frac{E_{\text{shell}}}{a} \frac{\exp[(r - R^{p(t)})/a]}{\left\{ 1 + \exp[(r - R^{p(t)})/a] \right\}^2} \mathbf{r}_0, \quad (25)$$

其中 \mathbf{r}_0 为单位径向矢量，把(21)式代入(25)式可以得到由壳效应施加在每个核子上的力

$$\mathbf{F}_{\text{shell}}^i = \frac{e_i - \bar{e}_i}{a} \frac{\exp[(r_i - R^{p(t)})/a]}{\left\{ 1 + \exp[(r_i - R^{p(t)})/a] \right\}^2} \mathbf{r}_0. \quad (26)$$

e_i 和 \bar{e}_i 分别是壳能级和光滑能级能量， r_i ， $R^{p(t)}$ 和 a 分别是第*i*个核子的内部坐标，弹核(靶核)半径和弥散宽度，其中核半径和弥散宽度分别取为 $1.2A^{1/3}\text{fm}$ 和 0.55fm 。

在动力学演化过程中，我们对壳效应的考虑是：在一定质心距离 R 下，把所有能级(包括壳能级和光滑能级)按角动量分类，如 $1s_{1/2}, 2s_{1/2} \dots, 1p_{3/2}, 1p_{1/2} \dots$ ，

同时在改进的同位旋相关的量子分子动力学(Im-IQMD)模型中，把每个核子按角动量和能量排序，角动量的求法是 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ ，其中 \mathbf{r} 和 \mathbf{p} 在形成复合核之前是核子在自身质心系中的坐标和动量，在形成复合核后是体系质心系中的坐标和动量。然后按角动量填充能级，在同一角动量下，核子填充能级的次序是按能量由低到高进行的。做好了核子填充能级之后，由壳修正施加在每个核子上的力由式(26)给出。

与常规的IQMD模型相比，主要改进有：(1)从Skyrme相互作用自洽得到表面能项替代Yukawa项，引入表面对称能项，对表面能项采用了连接函数的方法；(2)采用相空间占有数约束的方法改善核子的费米子属性；(3)引入随体系大小依赖的波包宽度；(4)考虑了反应过程中的壳效应。模型中使用的参数如表1所示。

表1 改进的IQMD模型中采用的参数

$\alpha/$ MeV	$\beta/$ MeV	γ	$C_{\text{sym}}/$ MeV	$k_{\text{sym}}/$ fm^2	$g_{\text{surf}}/$ ($\text{MeV} \cdot \text{fm}^2$)	$\rho_0/$ fm^{-3}
-356.0	303.0	7/6	32.0	0.08	18.0	0.165

3 结果与讨论

3.1 静态核-核相互作用势

在改进的IQMD中，核-核相互作用势定义为^[6]

$$V(R) = E_{\text{pt}}(R) - E_p - E_t, \quad (27)$$

式中 $E_{\text{pt}}(R)$ 是相互作用体系总能量， E_p 和 E_t 分别是弹核和靶核的能量。为了把能量各部分统一用密度来表示，体系的动能采用了Thomas-Fermi近似^[12]，

$$\overline{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \left(\frac{3\pi^2 \rho_i}{2} \right)^{2/3}, \quad (28)$$

其中

$$\rho_i = \frac{1}{(4\pi L)^{3/2}} \sum_j \exp \left[-\frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)^2}{4L} \right]. \quad (29)$$

计算静态核-核相互作用势时，假定在弹靶碰撞过程中密度分布与初始密度分布相同，即非绝热过程。图2给出了利用ImIQMD计算的静态核-核相互作用势，并与亲近势(Prox.)^[13]做了比较，由图可以看出静态核-核相互作用势基本能给出与亲近势一致的库仑位垒。随着弹靶质心距离的进一步接近，两个计算结果会有差异，这是因为亲近势仅适合于弹靶分离的情况。改进的IQMD对图中4个体系计算的静态核-核相互作用势基本趋势是相互作用势随着质心距离的减小先增大后减小，再增大。这是因为两核相距较远时(表面

距离约大于5fm)主要是库仑相互作用,在表面距离约是2—4fm时核力开始起作用,由于吸引的核力和排斥的库仑力相互竞争表现出图中所示的库仑位垒和俘获势阱。而俘获势阱的宽度和深度对俘获几率和复合核的稳定性有很大的影响。随着质心距离的进一步减小,两核开始出现重叠,在重叠区域由于核的挤压表现出核-核排斥相互作用,从而大大提高了体系的能量,呈现出了相互作用势迅速上升的趋势。

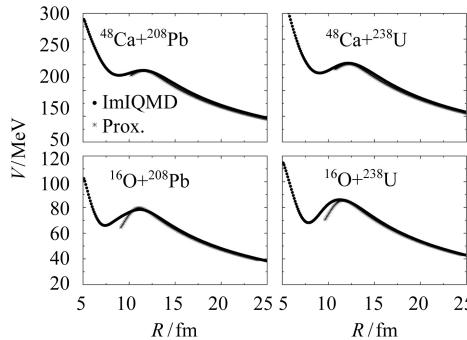


图2 静态核-核相互作用势与亲近势的比较

3.2 熔合(俘获)激发函数

在改进的IQMD模型中,熔合截面定义为

$$\sigma_{\text{fus}}(E) = 2\pi \int_0^{b_{\max}} b p_{\text{fus}}(E, b) \cdot db = 2\pi \sum b p_{\text{fus}}(E, b) \Delta b, \quad (30)$$

式中 $P_{\text{fus}}(E, b)$ 表示在质心系入射能量 E 和碰撞参量 b 时的熔合几率。对于重体系,也可用该式计算俘获截面,即仅考虑核-核碰撞演化的前期阶段,复合核形成截面的计算由于较大的计算量和模型本身的局限还难以进行。改进的IQMD模型在研究低能熔合反应时要求初始核保持长时间的稳定性,目前计算初始核做到了在 $1000\text{fm}/c$ 内可以有很好的基态性质。对超重核合成机制的研究,要求初始核有更长时间的稳定性。

图3为改进的IQMD模型对轻体系 ${}^{40}\text{Ca}+{}^{40}\text{Ca}$, ${}^{40}\text{Ca}+{}^{48}\text{Ca}$ 和 ${}^{48}\text{Ca}+{}^{48}\text{Ca}$ 熔合激发函数的计算结果,并与IQMD模型的计算结果和王宁等人的结果^[6]做了比较。图中给出了两组实验数据,实心圆点是M.Trotta等人的测量结果^[14],实心方块是H.A.Aljuwair等人的测量结果^[15]。图(d)是对3个系统熔合激发函数的比较,可以看出丰中子体系有较大的熔合截面,这是因为丰中子系统会有较低的动力学位垒^[16]。但是对 ${}^{48}\text{Ca}+{}^{48}\text{Ca}$ 体系相对于 ${}^{40}\text{Ca}+{}^{48}\text{Ca}$ 在垒下区域熔合截面并没有增强,这可能跟核结构有关,如 ${}^{48}\text{Ca}$ 的壳效应会比 ${}^{40}\text{Ca}$ 更强。从图中还可以看出,由于引进了壳效应和连接函数方法后,该模型能够很好地给出轻体系的熔合截面,特别是在垒下区域。

计算中对垒上区域,各碰撞参数下选取模拟事件数为200,对近垒或垒下区域选取的模拟事件数为400,这样提高了近垒或垒下区域的统计性。

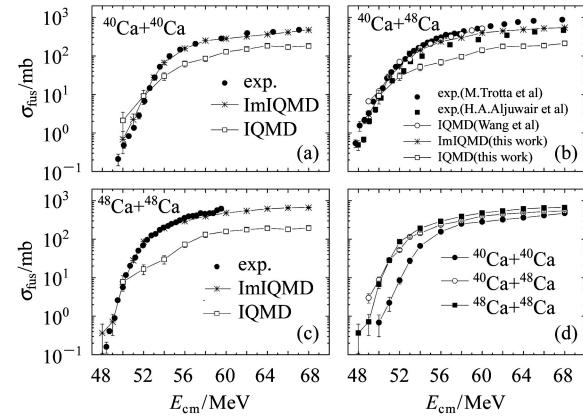


图3 改进的IQMD模型计算的轻核熔合激发函数与实验值和IQMD模型计算结果的比较

基于改进的IQMD模型对重体系俘获截面也做了计算。图4给出了反应体系 ${}^{48}\text{Ca}+{}^{208}\text{Pb}/{}^{238}\text{U}$ 俘获激发函数,图5为体系 ${}^{16}\text{O}+{}^{208}\text{Pb}/{}^{238}\text{U}$ 的俘获激发函数,实验数据取自文献[17—20]。重核反应机制的研究由于计算量的限制,每个碰撞参数下选取的模拟事件数为100,对计算俘获截面足以保证统计的可靠性,但对计算重核裂变(准裂变)谱分布或产生截面,以致复合核形成截面则需要更大的模拟事件数和初始核保持更长时间的稳定性,进一步的工作还在进行。从图中可以看出,对重体系该模型也能给出与实验值一致的计算结果。

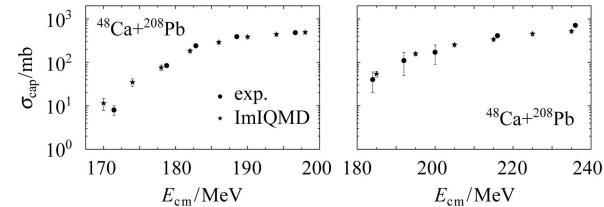


图4 反应体系 ${}^{48}\text{Ca}+{}^{208}\text{Pb}$ 和 ${}^{48}\text{Ca}+{}^{238}\text{U}$ 俘获截面与实验值的比较

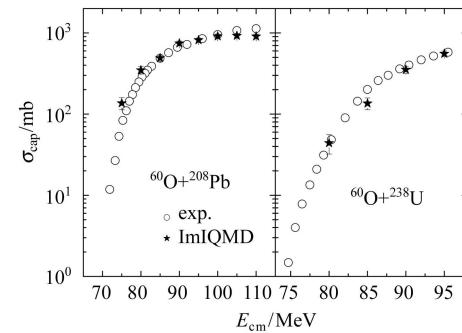


图5 反应体系 ${}^{16}\text{O}+{}^{208}\text{Pb}$ 和 ${}^{16}\text{O}+{}^{238}\text{U}$ 俘获截面与实验值的比较

4 总结

通过考虑壳效应, 对同位旋相关的量子分子动力学模型做了进一步改进, 对近垒熔合机制做了动力学研究。改进的模型能够对轻系统熔合反应作出很好的描述, 能够计算给出与实验结果基本一致的熔合截面, 对重系统熔合反应的过程中俘获截面也能作出很好的

描述。利用改进的IQMD模型对核-核相互作用势做了静态计算, 并能够给出与亲近势一致的结果。改进的IQMD模型对超重核合成机制的进一步研究正在进行。

感谢中国原子能科学研究院李祝霞研究员和吴锡真研究员有益的讨论。

参考文献(References)

- 1 Oganessian Yu Ts, Utyonkoy V K, Lobanov Yu V et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: R021601
- 2 Adamian G G, Antonenko N V, Sheid W et al. Nucl. Phys., 1998, **A633**: 409
- 3 Aritomo Y, Wada T, Ohta M et al. Phys. Rev., 1999, **C59**: 796
- 4 Zagrebaev V I, Aritomo Y, Itkis M G et al. Phys. Rev., 2001, **C65**: 014607
- 5 Blocki J P, Feldmeier H, Swiatecki W J. Nucl. Phys., 1986, **A459**: 145
- 6 WANG N, LI Z X, WU X Z et al. Phys. Rev., 2004, **C69**: 034608
- 7 WANG N, LI Z X, WU X Z. Phys. Rev., 2002, **C65**: 064608
- 8 Papa M, Maruyama T, Bonasera A. Phys. Rev., 2001, **C64**: 024612
- 9 FENG Z Q, ZHANG F S, LI W F et al. HEP & NP, 2005,
- 29(1): 41(in Chinese)
(冯兆庆, 张丰收, 李文飞等. 高能物理与核物理, 2005, **29**(1): 41)
- 10 Strutinsky V M. Nucl. Phys., 1967, **A95**: 420
- 11 Gherghescu R A. Phys. Rev., 2003, **C67**: 014309
- 12 Brack M, Guet C, Hakansson H B. Phys. Rep., 1985, **123**: 276
- 13 Myers W D, Swiatecki W J. Phys. Rev., 2000, **C62**: 044610
- 14 Trotta M, Stefanini A M, Corradi L et al. Phys. Rev., 2001, **C65**: R011601
- 15 Aljuwair H A, Ledoux R J, Beckerman M et al. Phys. Rev., 1984, **C30**: 1223
- 16 FENG Z Q, ZHANG F S, JIN G M et al. Nucl. Phys., 2005, **A750**: 232
- 17 Prokhorova E V et al. nucl-exp/0309021
- 18 SHEN W Q et al. Phys. Rev., 1987, **C36**: 115
- 19 Dasgupta M et al. Nucl. Phys., 2004, **A734**: 148
- 20 Nishio K et al. Phys. Rev. Lett., 2004, **93**: 162701

Study on Dynamics of the Fusion Mechanism near Coulomb Barrier*

FENG Zhao-Qing^{1,4;1)} JIN Gen-Ming^{1,2} ZHANG Feng-Shou^{2,3} FU Fen^{1,4} HUANG Xi^{1,4}

1 (Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

3 (Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

4 (Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract The isospin dependent quantum molecular dynamics model has been further developed by considering shell effect and the fusion mechanism near Coulomb barrier is studied by using the improved model. For light reaction system, the fusion excitation function can be described very well by using the improved model, which is consistent with the experimental data. At the same time, the experimental capture cross section for heavy reaction system can be reproduced basically. Especially for the region near or below barrier, it can also be described reasonably by using the improved model. As a further test for the model, the nucleus-nucleus interaction potential is also calculated, and compared with the proximity potential as well.

Key words shell effect, improved isospin dependent quantum molecular dynamics model, nucleus-nucleus interaction potential, fusion (capture) cross section

Received 25 February 2005

*Supported by National Natural Science Foundation of China (10475100)

1) E-mail: fengzhq@impcas.ac.cn