

# 中性 Top 介子与轻子味破坏衰变过程<sup>\*</sup>

岳崇兴<sup>1)</sup> 于东麒

(辽宁师范大学物理与电子技术学院 大连 116029)

**摘要** 在顶色辅助的人工色(TC2)模型框架下,研究了中性top介子 $\pi_t^0$ 对轻子味破坏(LFV)过程 $l_i \rightarrow l_j \gamma$ ,  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$ 和 $t \rightarrow c l_i l_j$ 的贡献. 考虑到当前 $\mu \rightarrow e \gamma$ 过程的实验上限对TC2模型中自由参数的一些限制,进一步计算了top介子对过程 $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$ 和 $t \rightarrow c l_i l_j$ 分支比的量子修正. 数值结果表明,在大部分参数空间内分支比的值可提高几个量级. top介子对某些过程的修正效应也许可被将来的实验观测到.

**关键词** 中性top介子( $\pi_t^0$ ) 轻子味破坏(LFV) 分支比

## 1 引言

电弱对称性破缺(EWSB)机制和费米子质量的来源是当前粒子物理学的重要问题之一. 标准模型(SM)为费米子和弱规范玻色子提供了质量,但是它却不能解释费米子质量产生的动力学原因,而且标量部分还存在平庸性和不自然性等问题. 因此,SM只是低能有效理论,在标度(TeV)应该存在超出SM的新物理.

顶夸克的质量( $m_t \approx 178.0 \pm 4.36 \text{ GeV}$ )很大,它是目前人们发现的最重的粒子. 人们自然可以想到顶夸克质量与其他的夸克和轻子的质量来源不同,也许它的来源和EWSB机制有某种联系. 根据这种思想,人们提出了一些超出SM的新物理模型,其中顶色辅助的人工色(TC2)模型,味普适TC2模型, top see-saw模型,和顶色see-saw模型是4个典型的例子<sup>[1]</sup>.

众所周知,由于轻子存在类似于CKM混合矩阵的么正矩阵,3个中微子没有质量,轻子数 $L_e$ ,  $L_\mu$ 和 $L_\tau$ 自动各自守恒,在SM中不存在轻子味破坏(LFV)过程. 然而,太阳中微子实验和大气中微子实验数据<sup>[2]</sup>证实了中微子之间存在振荡和味混合现象,这就意味着轻子数不再单独守恒. 此实验数据是在高能标下存在超出SM新物理的第一个直接证据,所以SM需要一些修正,应该允许LFV过程(如 $l_i \rightarrow l_j \gamma$ ,  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$

和 $t \rightarrow c l_i l_j$ )存在. 研究这些LFV过程在高能实验中的信号可为探测新物理提供指导,所以人们在超出SM的一些特殊模型框架下对这类过程做了精确的理论计算,给出了一些有意义的物理结果. 本文主要研究TC2模型<sup>[3]</sup>预言的中性top介子 $\pi_t^0$ 对LFV过程 $l_i \rightarrow l_j \gamma$ ,  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$ ,  $t \rightarrow c l_i l_j$ 的贡献,并讨论了在将来的高能对撞机实验中探测此修正效应的可能性.

对于TC2模型,EWSB机制主要由TC相互作用或其他的强相互作用产生,顶色相互作用仅对EWSB机制有一小部分贡献,但提供顶夸克质量的主要部分. 因此,在低能态谱中存在top介子 $\pi_t^{\pm,0}$ 是此模型的必然特征. 所以,研究top介子在当前和将来高能、低能实验的可能信号是非常有意义的,它能够帮助人们在对撞机实验中寻找top介子,验证强相互作用动力学理论.

由于顶色相互作用仅与第3代费米子耦合,所以TC2模型没有GIM机制,它可产生味改变(FC)耦合顶角,因此top介子可产生新的FC耦合. 中性top介子 $\pi_t^0$ 与一般费米子耦合形式可写为<sup>[1, 3-5]</sup>

$$\frac{m_t}{\sqrt{2}F_t} \frac{\sqrt{\nu_w^2 - F_t^2}}{\nu_w} [K_{UR}^{tt} K_{UL}^{t*} \bar{t} \gamma^5 t \pi_t^0 + K_{UR}^{tc} K_{UL}^{t*} \bar{t} l c_R \pi_t^0] + \frac{m_l}{\sqrt{2}\nu_w} \bar{l} \gamma^5 l \pi_t^0 + \frac{m_\tau}{\sqrt{2}\nu_w} K_{\tau i} \bar{\tau} \gamma^5 l_i \pi_t^0. \quad (1)$$

其中 $\nu_w = \nu/\sqrt{2} = 174 \text{ GeV}$ ,  $l_i (i = 1, 2)$ 代表第1(第2)

2005 - 02 - 21 收稿

\* 国家自然科学基金(90203005)和辽宁省自然科学基金(20032101)资助

1) E-mail: cxyue@lnnu.edu.cn

代轻子  $e(\mu)$ ,  $K_{\tau i}$  是味混合因子参数,  $F_t \approx 50\text{GeV}$  是 top 介子衰变常数值.  $K_{\text{UL}}$  和  $K_{\text{UR}}$  是上夸克质量对角化矩阵  $M_U$  的旋转矩阵,  $K_{\text{UL}}^+ M_U K_{\text{UR}} = M_U^{\text{dia}}$ . 为了产生 CKM 矩阵的形式, 可将它们取值为<sup>[4]</sup>

$$K_{\text{UL}}^{\text{tt}} \approx 1, \quad K_{\text{UR}}^{\text{tt}} = 1 - \varepsilon, \quad K_{\text{UR}}^{\text{tc}} \leq \sqrt{2\varepsilon - \varepsilon^2}. \quad (2)$$

在后面的计算中我们将取  $K_{\text{UR}}^{\text{tc}} = \sqrt{2\varepsilon - \varepsilon^2}$ ,  $\varepsilon$  是一个自由参数, 取值为  $0.01 - 0.1$ <sup>[1, 3]</sup>.

本文结构如下: 第 2 部分计算  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  和  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  的贡献. 用 LFV 过程  $\mu \rightarrow e \gamma$  的实验上限给出它对味混合因子的限制, 在此基础上进一步计算了分支比  $Br(l_i \rightarrow l_j \gamma)$  和  $Br(l_i \rightarrow l_j l_k l_l)$  的值; 第 3 部分讨论  $\pi_t^0$  对分支比  $Br(t \rightarrow cl_j l_j)$  的贡献; 第 4 部分给出结论.

## 2 LFV 过程 $l_i \rightarrow l_j \gamma$ , $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$

### 2.1 LFV 过程 $l_i \rightarrow l_j \gamma$

中微子振荡实验<sup>[2]</sup>表明单独的轻子数  $L_{e,\mu,\tau}$  破坏, LFV 过程(如  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  和  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$ )存在. 这些过程的分支比在具有右手中微子的 SM 中非常小. 文献[6]给出  $Br(\mu \rightarrow e \gamma) < 10^{-47}$ , 如此小的分支比是不能被将来的实验观测到的. 当前  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  过程分支比的实验值上限为<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} Br(\tau \rightarrow \mu \gamma) &< 1.1 \times 10^{-6}, \\ Br(\tau \rightarrow e \gamma) &< 2.7 \times 10^{-6}, \\ Br(\mu \rightarrow e \gamma) &< 1.1 \times 10^{-11}. \end{aligned} \quad (3)$$

从方程(1)可看出  $\pi_t^0$  交换对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  产生单圈级贡献, 其费曼图如图 1 所示. 图 1 中费米子内线可以是  $\tau$ ,  $\mu$  或  $e$ . 但是, 内线传播子形式为  $\frac{m_f^2}{s - m_f^2}$  ( $\sqrt{s}$  是质心能量,  $m_f$  是轻子质量),  $s \gg m_f^2$ , 而相对于轻子  $\tau$  来说轻子  $\mu$  和  $e$  的质量很小, 所以仅取  $\tau$  作为费米子内线.

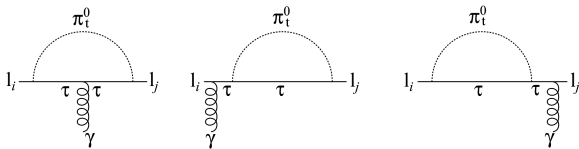


图 1 中性 top 介子  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  贡献的费曼图

用方程(1)和其他费曼规则 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  的

衰变宽度可写为<sup>[5]</sup>

$$\Gamma(\tau \rightarrow m \gamma) = \frac{m_\tau^5 k_{\tau m}^2 \alpha_e}{2048 \nu^4 \pi^4} \left[ F_1^2 - \frac{1}{2} m_\tau^2 (F_2^2 + F_2 F_3) - m_\tau F_1 F_2 \right], \quad (4)$$

其中  $m = \mu$  或  $e$ ,  $F_i$  表示为

$$F_1 = B_0 + m_{\pi_t}^2 C_0 - 2C_{24} + m_\tau^2 (C_{11} - C_{12}) - B_0^* - B_1', \quad (5)$$

$$F_2 = 2m_\tau (-C_{21} - C_{22} + 2C_{23}), \quad (6)$$

$$F_3 = 2m_\tau (C_{22} - C_{23}). \quad (7)$$

$$\Gamma(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{m_\mu^4 m_\mu k_{\tau \mu}^2 k_{\tau e}^2 \alpha_e}{2048 \nu^4 \pi^4} \left[ F_1'^2 - m_\mu F_1' F_2' - \frac{1}{2} m_\mu^2 (F_2'^2 + F_2' F_3') \right] \quad (8)$$

其中

$$F_1' = m_\mu^2 (C_{11} - C_{12}) + m_\tau (m_\mu - m_\tau) C_0 - 2C_{24} + B_0 + m_{\pi_t}^2 C_0 - \frac{m_\tau}{m_\mu} B_0^* + \frac{m_\tau - m_\mu}{m_\mu} B_0' - B_1', \quad (9)$$

$$F_2' = 2[(m_\tau - m_\mu)(C_{11} - C_{12}) - m_\mu (C_{21} + C_{22} - C_{23})], \quad (10)$$

$$F_3' = 2[m_\tau C_{12} + m_\mu (C_{22} - C_{23})]. \quad (11)$$

两点 and 三点标量积分函数  $B_n$ ,  $C_0$ ,  $C_{ij}$  的表达式为

$$C_{ij} = C_{ij}(-p_1, p_\gamma, m_{\pi_t}, m_\tau, m_\tau), \quad C_0 = C_0(-p_1, p_\gamma, m_{\pi_t}, m_\tau, m_\tau), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} B_0 &= B_0(p_\gamma, m_\tau, m_\tau), \\ B_0^* &= B_0(-p_m, m_{\pi_t}, m_\tau), \\ B_1' &= B_1'(-p_1, m_{\pi_t}, m_\tau), \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $m_{\pi_t}$  是 top 介子的质量,  $P_m$  ( $m = \mu$  或  $e$ ) 是末态轻子的动量,  $P_1$  是初态轻子的质量.  $l = \tau$  或  $\mu$ , 分别对应着  $\tau$  轻子衰变  $\tau \rightarrow e \gamma$  和  $\mu$  轻子衰变  $\mu \rightarrow e \gamma$ . 上面的方程中假设末态轻子质量为 0.

若假设混合因子  $k_{\tau \mu}$  等于  $k_{\tau e}$ , 那么对于  $m_\mu \approx 0$ ,  $m_e \approx 0$  就有  $\Gamma(\tau \rightarrow \mu \gamma) \approx \Gamma(\tau \rightarrow e \gamma)$ . 过程  $l_i \rightarrow l_j \gamma$  的分支比  $Br(l_i \rightarrow l_j \gamma)$  可写为

$$Br(\tau \rightarrow \mu \gamma) \approx Br(\tau \rightarrow e \gamma) = Br^{\text{exp}}(\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau) \frac{\Gamma(\tau \rightarrow e \gamma)}{\Gamma(\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau)}, \quad (14)$$

$$Br(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{\Gamma(\mu \rightarrow e \gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\mu)}, \quad (15)$$

其中

$$\Gamma(\tau \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\tau) = \frac{m_\tau^5 G_F^2}{192 \pi^3}, \quad \Gamma(\mu \rightarrow e \nu_e \bar{\nu}_\mu) = \frac{m_\mu^5 G_F^2}{192 \pi^3}. \quad (16)$$

在计算中取费米耦合常数  $G_F = 1.16637 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$ , 分支比  $Br(\tau \rightarrow e\nu_e\bar{\nu}_\tau)$  精确实验测量值  $Br^{\text{exp}}(\tau \rightarrow e\nu_e\bar{\nu}_\tau) = (17.83 \pm 0.06)\%$ <sup>[7]</sup>.

数值计算中取 SM 的参数  $\alpha_e(m_Z) = \frac{1}{128.8}$ ,  $m_\tau = 1.777 \text{GeV}$ ,  $m_\mu = 0.105 \text{GeV}$ <sup>[7]</sup>. 除了这些参数以外, 分支比依赖于 TC2 模型的 3 个自由参数:  $\varepsilon$ ,  $m_{\pi_t}$ ,  $k_{\tau l}$ . 对 top 介子质量  $m_{\pi_t}$  的限制可通过研究其对某些观测量的贡献给出<sup>[1]</sup>, 目前人们一般取  $m_{\pi_t}$  为几百 GeV.

图 2 给出了分支比  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  随混合因子  $k$  的变化曲线. 为了比较  $\pi_t^0$  交换产生的  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  数值与当前实验的限制, 我们用水平实线表示  $Br(\mu \rightarrow e\gamma) = 1.1 \times 10^{-11}$ . 从图 2 可以看出分支比  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  的值随着  $m_{\pi_t}$  的增加降低, 随  $k$  的增加而升高. 在整个参数空间, 分支比  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  的数值范围在  $2.5 \times 10^{-12} - 1.4 \times 10^{-7}$ . 通过类似的计算, 还可得到在 TC2 模型大部分参数空间内, LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j\gamma$  的分支比  $Br(\tau \rightarrow \mu\gamma) \approx Br(\tau \rightarrow e\gamma) < 2 \times 10^{-10}$ , 此结果至少比当前  $\tau \rightarrow l\gamma$  实验上限低 4 个量级, 所以我们没有画相应的变化曲线.

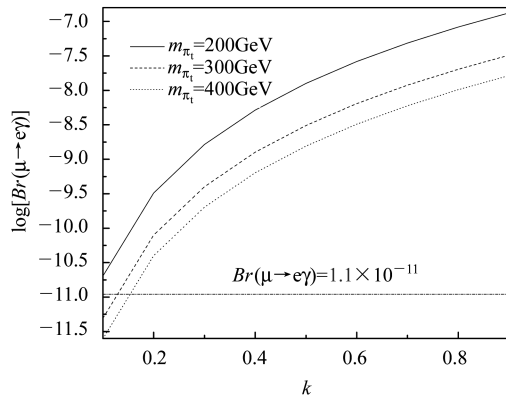


图 2 分支比  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  随混合因子  $k$  的变化曲线

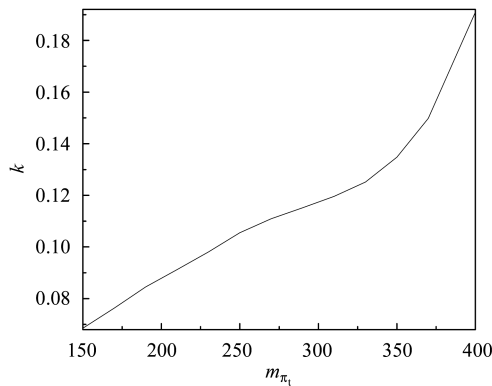


图 3 混合因子  $k$  的允许值随  $m_{\pi_t}$  的变化曲线

考虑到当前实验对 LFV 过程  $\mu \rightarrow e\gamma$  的限制, 假设  $150 \text{GeV} \leq m_{\pi_t} \leq 400 \text{GeV}$ , 得出对混合因子  $k$  的限制(如图 3 所示). 从图 3 可以看出  $k$  的数值随  $m_{\pi_t}$  增

加而增加. 如果要求  $m_{\pi_t}$  小于  $400 \text{GeV}$ , 那么必须有  $k \leq 0.21$ <sup>[5]</sup>. 因此, 当前 LFV 过程  $\mu \rightarrow e\gamma$  的实验上限对 TC2 模型的自由参数  $k$  有很强的限制.

### 2.2 LFV 过程 $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$

在 TC2 模型中, 中性 top 介子  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  贡献的费曼图如图 4 所示. 在图 4(b), (c), (d) 中, 取  $k = l$ .

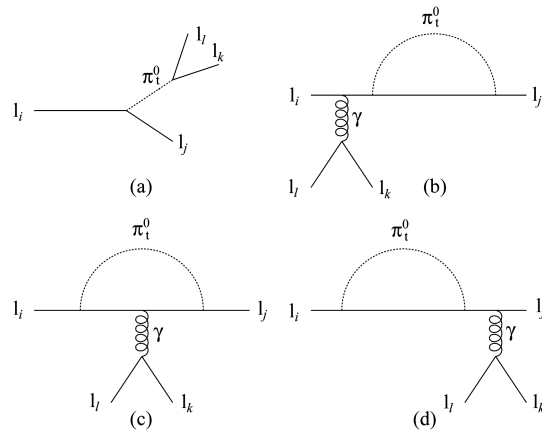


图 4  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  贡献的费曼图

首先考虑中性 top 介子  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  的树级贡献(如图 4(a)). 对于过程  $\mu \rightarrow 3e$ ,  $\pi_t^0$  可通过 FC 标量耦合  $\pi_t^0 \bar{\mu} e$  对此过程产生贡献, 但是顶色相互作用只与第 3 代费米子有关, 与第 1 代和第 2 代费米子的味混合非常小  $k_{\mu e} \approx 0$ <sup>[4]</sup>. 因此,  $\pi_t^0$  交换对分支比  $Br(\mu \rightarrow 3e)$  的树级贡献为 0. 中性 top 介子  $\pi_t^0$  只通过 FC 耦合  $\pi_t^0 \tau e$ ,  $\pi_t^0 \tau \mu$  对 LFV 过程  $\tau \rightarrow 2\mu e$  和  $\tau \rightarrow 2e\mu$  产生贡献. 仅考虑  $\pi_t^0$  对单圈级贡献时  $\tau \rightarrow l_i l_j l_k$  过程的衰变宽度可写为

$$\Gamma(\tau \rightarrow 3e) = \frac{m_\tau^7 m_e^2}{1042\pi^3 m_\pi^4 \nu^4} k^2, \quad (17)$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow 3\mu) = \frac{m_\tau^7 m_\mu^2}{1042\pi^3 \nu^4 m_\pi^4} k^2, \quad (18)$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow 2\mu e) = \frac{m_\tau^7 m_\mu^2}{3072\pi^3 m_\pi^4 \nu^4} k^2, \quad (19)$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow 2e\mu) = \frac{m_\tau^7 m_e^2}{3072\pi^3 m_\pi^4 \nu^4} k^2, \quad (20)$$

其中  $m_l (l = \mu, e, \tau)$  表示轻子的质量.

再考虑  $\pi_t^0$  (如图 4(b), (c), (d)) 对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  的单圈级贡献(如图 4(b), (c), (d)). 与图 1 类似, 企鹅图内线仅为  $\tau$  费米子线. 为方便起见用分支比  $Br(l_i \rightarrow l_j \gamma)$  来表示  $Br(l_i \rightarrow l_j l_k l_l)$ .  $Br(l_i \rightarrow l_j l_k l_l)$  可

写为

$$Br^{1\text{-loop}}(\tau \rightarrow 3\mu) = Br^{1\text{-loop}}(\tau \rightarrow 3e) =$$

$$Br^{1\text{-loop}}(\tau \rightarrow 2e\mu) = Br^{1\text{-loop}}(\tau \rightarrow 2e\mu) \approx \frac{\alpha_e}{3\pi} \left( \ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} - \frac{11}{4} \right) Br(\tau \rightarrow e\gamma), \quad (21)$$

$$Br^{1\text{-loop}}(\mu \rightarrow 3e) \approx \frac{\alpha_e}{3\pi} \left( \ln \frac{m_\tau^2}{m_\mu^2} - \frac{11}{4} \right) Br(\mu \rightarrow e\gamma). \quad (22)$$

假设  $m_\mu \approx 0$ ,  $m_e \approx 0$  就得到  $Br(\tau \rightarrow e\gamma) \approx Br(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ .  $Br(\tau \rightarrow e\gamma)$  和  $Br(\mu \rightarrow e\gamma)$  相应的表达式由方程(14)和(15)给出.

比较  $\pi_t^0$  交换的树图和单圈图对  $l_i \rightarrow l_j l_k l_l$  的贡献, 我们发现对于分支比  $Br(\tau \rightarrow 2e\mu)$ ,  $Br(\tau \rightarrow 3e)$ , 和  $Br(\mu \rightarrow 3e)$ , 单圈图贡献至少要比树图贡献大 4 个量级. 这是因为味对角耦合  $\pi_t^0 ee$  与  $\frac{m_e}{\nu}$  成正比,  $m_e$  的值很小, 它对这些分支比有很强的压低. 但是, 对于过程  $\tau \rightarrow 3\mu$  和  $\tau \rightarrow 2e\mu$ , 这两种贡献是同量级的. 因此, 在计算  $\tau \rightarrow 3e$ ,  $\tau \rightarrow 2e\mu$  和  $\mu \rightarrow 3e$  时忽略了树级贡献.

考虑到当前  $\mu \rightarrow e\gamma$  过程的实验上限 ( $Br(\mu \rightarrow e\gamma) \leq 1.1 \times 10^{-11}$ ) 对自由参数  $m_{\pi_t}$  和  $k$  的限制, 很容易得到分支比  $Br(\mu \rightarrow 3e)$  的值. 结果表明其数值大约等于  $2.87 \times 10^{-14}$ , 这有可能在下一代实验中探测到.

将树级贡献和单圈级贡献相加, 显然可得到  $Br(\tau \rightarrow 3e) \approx Br(\tau \rightarrow 2e\mu)$ ,  $Br(\tau \rightarrow 3\mu) \approx Br(\tau \rightarrow 2e\mu)$ . 所以图 5 中只画了两条曲线, 即  $Br_1 = Br(\tau \rightarrow 3e)$  和  $Br_2 = Br(\tau \rightarrow 3\mu)$ . 从图 5 可以看出分支比随  $m_{\pi_t}$  的增加而降低. 当  $m_{\pi_t} < 400\text{GeV}$  时,  $Br(\tau \rightarrow 3e) \approx Br(\tau \rightarrow 2e\mu) \geq 1.1 \times 10^{-15}$ ,  $Br(\tau \rightarrow 3\mu) \approx Br(\tau \rightarrow 2e\mu) \geq 3.1 \times 10^{-15}$ . 即使取  $m_{\pi_t} = 200\text{GeV}$ , 分支比  $Br(\tau \rightarrow 3\mu)$  的值仅能达到  $1.54 \times 10^{-14}$ , 这远低于  $\tau \rightarrow l_i l_j l_k$  实验给出的范围 ( $10^{-6}$  或  $10^{-7}$ )<sup>[7, 8]</sup>.

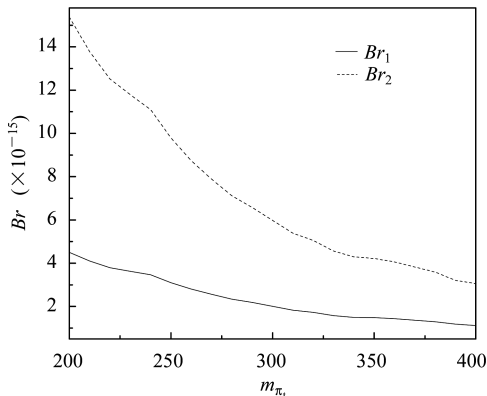


图 5 分支比  $Br(l_i \rightarrow l_j l_k l_l)$  随  $m_{\pi_t}$  的变化曲线  $Br_1 = Br(\tau \rightarrow 3e)$ ,  $Br_2 = Br(\tau \rightarrow 3\mu)$ .

### 3 中性 top 介子和 $t \rightarrow cl_i l_j$

将图 4 中  $l_i, l_j, l_k, l_l$  分别替换为  $t, c, l_i, l_j$  可以得到中性 top 介子  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $t \rightarrow cl_i l_j$  修正的费曼图. 首先考虑  $\pi_t^0$  对顶夸克稀有衰变  $t \rightarrow cll$  ( $l = \tau, \mu, e$ ) 的贡献. 用方程(1), (2)和相关的其他费曼规则,  $t \rightarrow cll$  的重正化振幅可写为<sup>[9]</sup>

$$M_1 = M_{\text{tree}} + M_{1\text{loop}}, \quad (23)$$

$$M_{\text{tree}} = A_1 \bar{u}_c \gamma_5 u_t \frac{i}{q^2 - m_{\pi_t}^2 + i m_{\pi_t} \Gamma_{\text{total}}} \bar{u}_l \gamma_5 v_l, \quad (24)$$

$$M_{1\text{loop}} = \bar{u}_l (-ie\gamma_\nu) v_l \frac{-ig^{\mu\nu}}{p_\gamma^2 + i\varepsilon} \bar{u}_c A_{t\text{c}\gamma, \mu} u_t, \quad (25)$$

$$A_{t\text{c}\gamma, \mu} = A_2 [\gamma_\mu F_1 + p_{t, \mu} F_2 + p_{c, \mu} F_3] \quad (26)$$

其中

$$A_1 = i \frac{m_t}{\sqrt{2}F_t} \frac{\sqrt{\nu_w^2 - F_t^2}}{\nu_w} K_{\text{UR}}^{\text{tc}} K_{\text{UL}}^{\text{tt}*} \frac{m_l}{\nu},$$

$$A_2 = \frac{i}{16\pi^2} \frac{em_t^2}{3F_t^2} \frac{\nu_w^2 - F_t^2}{\nu_w^2} K_{\text{UR}}^{\text{tc}} K_{\text{UR}}^{\text{tt}} (K_{\text{UL}}^{\text{tt}*})^2$$

$$F_1 = [(m_c - m_t)(-m_t C_{11} + m_t C_{12} + m_c C_{12}) - 2C_{24} + m_\pi^2 C_0 + B_0 - B_0^* - B_1'],$$

$$F_2 = 2m_c(C_{22} - C_{23}) + 2m_t(2C_{23} - C_{21} - C_{22}),$$

$$F_3 = -2(m_c - m_t)(C_{12} + C_{22}) - 2m_t C_{23}.$$

其中  $q$  是  $\pi_t^0$  的四维动量,  $\Gamma_{\text{total}}$  是  $\pi_t^0$  的总衰变宽度, 其表达式在文献 [10] 中已经给出.

$\pi_t^0$  交换只对 LFV 过程  $t \rightarrow c\tau l$  ( $l = \mu$  或  $e$ ) 产生树级贡献. 重正化振幅为

$$M_2 = A_3 \bar{u}_c \gamma_5 u_t \frac{i}{q^2 - m_{\pi_t}^2 + i m_{\pi_t} \Gamma_{\text{total}}} \bar{u}_l \gamma_5 v_l, \quad (27)$$

$$A_3 = i \frac{m_t}{\sqrt{2}F_t} \frac{\sqrt{\nu_w^2 - F_t^2}}{\nu_w} K_{\text{UR}}^{\text{tc}} K_{\text{UL}}^{\text{tt}*} \frac{m_\tau}{\nu} K_{\tau l}. \quad (28)$$

衰变宽度  $\Gamma(t \rightarrow cl_i l_j)$  可由下面相空间积分一般表达式得到,

$$\Gamma(t \rightarrow cl_i l_j) = \frac{1}{2m_t} \int (2\pi)^4 \delta^4(p_t - p_c - p_{l_i} - p_{l_j}) \cdot$$

$$\overline{\sum} |M|^2 \frac{d^3 p_c}{(2\pi)^3 2E_c} \frac{d^3 p_{l_i}}{(2\pi)^3 2E_{l_i}} \frac{d^3 p_{l_j}}{(2\pi)^3 2E_{l_j}}, \quad (29)$$

$E_c, E_{l_i}$  和  $E_{l_j}$  分别对应末态粒子  $c, l_i$  和  $l_j$  的能量.

在数值计算中, 我们假设顶夸克总衰变宽度  $\Gamma_t \approx \Gamma(t \rightarrow wb)$ , 且取  $\Gamma(t \rightarrow wb) = 1.56\text{GeV}$ ,  $m_t = 175\text{GeV}$ ,  $m_c = 1.2\text{GeV}$ <sup>[7]</sup>.

如图6所示分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  随  $m_{\pi_t}$  增加而减小, 随  $\varepsilon$  增加而增加. 在 TC2 模型的整个参数空间中, 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  的值要大于  $Br(t \rightarrow c\mu\mu)$ . 例如, 对于  $m_{\pi_t} = 200\text{GeV}$  和  $\varepsilon = 0.05$ , 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  和  $Br(t \rightarrow c\mu\mu)$  的值分别是  $8.2 \times 10^{-8}$  和  $5.6 \times 10^{-9}$ . 中性 top 介子  $\pi_t^0$  对分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$ ,  $Br(t \rightarrow c\mu\mu)$  和  $Br(t \rightarrow cee)$  的单圈级贡献几乎是相等的, 数值小于  $5 \times 10^{-9}$ .  $\pi_t^0$  对分支比  $Br(t \rightarrow cll)$  的树级贡献正比于  $\frac{m_e^2}{\nu}$ . 因此, 对于过程  $t \rightarrow c\tau\tau$ , 树级贡献至少比单圈级贡献大两个数量级, 而对于过程  $t \rightarrow c\mu\mu$ , 树级贡献和单圈级贡献在同一量级.

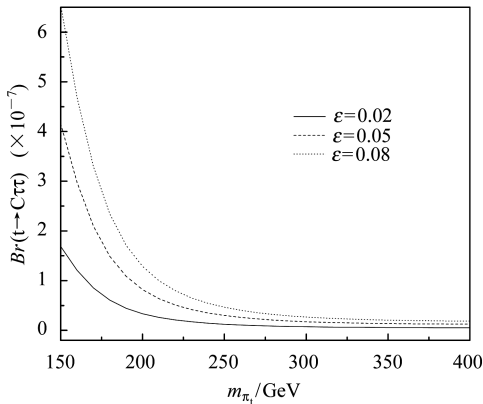


图 6 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  随  $m_{\pi_t}$  的变化曲线(包括树级和单圈级的贡献)

对于过程  $t \rightarrow cee$ , 树级贡献的因子  $\frac{m_e^2}{\nu^2}$  对分支比  $Br(t \rightarrow cee)$  有很强的压低,  $Br(t \rightarrow cee)$  主要由单圈图产生, 数值小于  $5 \times 10^{-9}$ . 因此, 如果要在高能实验中通过顶夸克稀有衰变  $t \rightarrow cll$  探测  $\pi_t^0$  的可能信号, 首先应该考虑过程  $t \rightarrow c\tau\tau$ . 比如, 如果取  $m_{\pi_t} = 150\text{GeV}$ ,  $\varepsilon = 0.08$ , 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  的值可达到  $7.1 \times 10^{-7}$ .

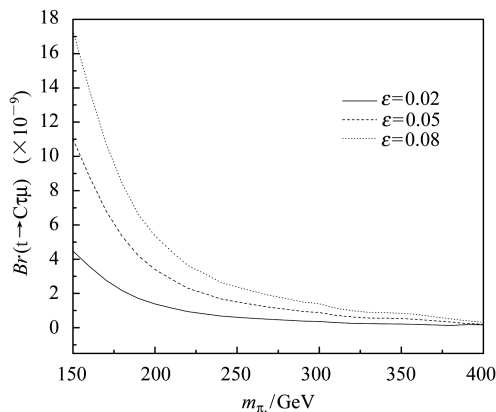


图 7 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\mu) \approx Br(t \rightarrow c\tau e)$  随  $m_{\pi_t}$  的变化曲线

从上面的讨论, 可以看出  $\pi_t^0$  仅对顶夸克稀有衰变  $t \rightarrow c\tau l (l = \mu \text{ 或 } e)$  产生树级贡献. 考虑到 LFV 过程

$\mu \rightarrow e\gamma$  的实验上限对味混合因子  $k$  的限制, 我们计算了分支比  $Br(t \rightarrow c\tau l)$  的值, 结果如图7所示. 从图7可以看出, 当  $0.02 \leq \varepsilon \leq 0.08$  和  $150\text{GeV} \leq m_{\pi_t} \leq 400\text{GeV}$  时, 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\mu) \approx Br(t \rightarrow c\tau e)$  的数值范围为  $1.8 \times 10^{-10} - 1.7 \times 10^{-8}$ .

## 4 结论

Topcolor 理论的普遍特征是预言了 top 介子的存在. top 介子与第 3 代费米子有很强的耦合, 可产生新的 FC 标量耦合, 因此可对 FC 过程产生有效的贡献. top 介子对 FC 过程贡献的大小由其质量和相关味混合因子的数值决定.

本文研究了 TC2 模型预言的 top 介子  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j\gamma$ ,  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$  和  $t \rightarrow c l_i l_j$  的贡献. 我们发现在 TC2 模型整个参数空间内分支比  $Br(\tau \rightarrow e\gamma)$  的值近似等于  $Br(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ , 数值小于  $2 \times 10^{-10}$ . 此结果至少比当前  $\tau \rightarrow l\gamma$  的实验上限低 4 个量级, 因此不能在将来的实验中探测到. 当前  $\mu \rightarrow e\gamma$  实验上限对 TC2 模型自由参数  $m_{\pi_t}$  和  $k$  有很强的限制. 基于这些限制, 进一步计算了  $\pi_t^0$  对 LFV 过程  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$  的贡献. 对于 LFV 过程  $\mu \rightarrow 3e$ ,  $\tau \rightarrow 3e$  和  $\tau \rightarrow 2e\mu$ , 来自企鹅图的贡献至少比树图的贡献大 4 个量级, 所以在计算中我们忽略了树图贡献, 得出分支比  $Br(\mu \rightarrow 3e)$  的值大约等于  $2.87 \times 10^{-14}$ . 在下一代高能实验中有可能观测到中性 top 介子对此过程的修正效应. 分支比  $Br(\tau \rightarrow 3e) \approx Br(\tau \rightarrow 2e\mu)$  和  $Br(\tau \rightarrow 3\mu) \approx Br(\tau \rightarrow 2\mu e)$  的值小于  $1.54 \times 10^{-14}$ , 远低于实验给出的这些过程的实验上限 ( $10^{-6}$  或  $10^{-7}$ ), 因此将来的实验不可能通过这些过程探测  $\pi_t^0$  的可能迹象.

对于 LFV 过程  $t \rightarrow c l_i l_j$ , 计算结果表明: 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\mu) \approx Br(t \rightarrow c\tau e)$ , 其数值在  $1.8 \times 10^{-10} - 1.7 \times 10^{-8}$  范围内; 对于  $Br(t \rightarrow cll)$ , 在 TC2 模型的整个参数空间内,  $Br(t \rightarrow cee)$ ,  $Br(t \rightarrow c\mu\mu)$  的值小于  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  的值. 选取合理的参数值, 分支比  $Br(t \rightarrow c\tau\tau)$  的值可达到  $7.1 \times 10^{-7}$ . 因此, 若要通过 LFV 过程  $t \rightarrow c l_i l_j$  探测中性 top 介子  $\pi_t^0$  的可能物理迹象应首先考虑过程  $t \rightarrow c\tau\tau$ . 在 LHC 实验中通过 FC 过程探测 top 介子的可能性已在参考文献 [4, 11] 中有详细的讨论, 文章说明在 LHC 中也许可以观测到 top 介子. 而我们的工作为在 LHC 实验中探测中性标量粒子的可能迹象提供了另外一种方法.

## 参考文献(References)

- 1 Hill C T, Simmons E H. Phys. Rept., 2003, **381**: 235, [Erratum Phys. Rept., 2004, **390**: 553]
- 2 Fukuda S et al(Super-Kamiokande Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2001, **86**: 5651; 5656; Ahmad Q R et al(SNO Collaboration). Phys. Rev. Lett., 2001, **87**: 071301; 2002, **89**: 011301; 2002, **89**: 011302; Davis R(Homestake Collaboration). Rev. Mod. Phys., 2003, **75**: 985; Fukuda Y et al(Super-Kamiokande Collaboration). Phys. Rev. Lett., 1998, **81**: 1562; 1999, **82**: 2644; 2000, **85**: 3999
- 3 Hill C T. Phys. Lett., 1995, **B345**: 483; Lane K, Eichten E. Phys. Lett., 1995, **B352**: 383; Lane K. Phys. Lett., 1998, **B433**: 96; Cvetic G. Rev. Mod. Phys., 1999, **71**: 513
- 4 Burdman G. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**: 2888; HE H J, YUAN C P. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**: 28; HE H J, Kanemura S, YUAN C P. Phys. Rev. Lett., 2002, **89**: 101803
- 5 YUE Chong-Xing, LIU Lan-Jun, YU Dong-Qi. Phys. Rev., 2003, **D68**: 035002; YUE Chong-Xing, YU Dong-Qi, LIU Lan-Jun. Phys. Rev., 2004, **D69**: 095003
- 6 Bilenky S M, Petcov S T, Pontecorvo B. Phys. Lett., 1997, **B67**: 309; Petcov S T. Sov. J. Nucl. Phys., 1997, **25**: 340; CHENG T P, LI L F. Phys. Rev. Lett., 1980, **45**: 1908
- 7 Groom D E et al(Particle Data Group). Eur. Phys. J., 2000, **C15**: 1; Hagiwara K et al. Phys. Rev., 2002, **D66**: 010001 and references therein
- 8 Hokuue T. Talk in PDF 2002, 24—28 May 2002, Williamsbury, Virginia, USA; Yusa Y. Talk in PDF2002, 24—28 May 2002, Williamsbury, Virginia, USA
- 9 YUE Chong-Xing, WANG Lei, YU Dong-Qi. Phys. Rev., 2004, **D70**: 054011
- 10 YUE Chong-Xing et al. Phys. Rev., 2001, **D63**: 115002; LIU Lan-Jun, YUE Chong-Xing. HEP & NP, 2004, **28**(5): 475—478 (in Chinese) (刘兰君, 岳崇兴. 高能物理与核物理, 2004, **28**(5): 475—478)
- 11 CAO J J, XIONG Z H, YANG J M. Phys. Rev., 2003, **D67**: 071701

## Neutral Top-Pion and the Lepton Flavor Violation Processes\*

YUE Chong-Xing<sup>1)</sup> YU Dong-Qi

(Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

**Abstract** In the context of topcolor-assisted technicolor (TC2) model, we study the contributions of the neutral top-pion  $\pi_t^0$  to the lepton flavor violation (LFV) processes  $l_i \rightarrow l_j \gamma$ ,  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$  and  $t \rightarrow c l_i l_j$  respectively. We find that the present experimental upper bound for  $\mu \rightarrow e \gamma$  gives severe constraints on the free parameters of the TC2 model. Under these constraints, we consider the processes  $l_i \rightarrow l_j l_k l_i$  and  $t \rightarrow c l_i l_j$  generated by  $\pi_t^0$  exchange at the tree-level and the one loop level. Our numerical results show that the neutral top-pion  $\pi_t^0$  can enhance the branching ratios of these processes by several orders of magnitude. Some of those processes might be used to detect the possible signals of  $\pi_t^0$  in the future high energy experiment.

**Key words** neutral top-pion ( $\pi_t^0$ ), lepton flavor violation, branching ratio

---

Received 21 February 2005

\*Supported by National Natural Science Foundation of China(90203005) and Natural Science Foundation of the Liaoning Scientific Committee(20032101)

1) E-mail: cxyue@lnnu.edu.cn