

# 重核熔合与裂变位垒的动力学回流现象\*

刘玲<sup>1</sup> 吕坤<sup>1</sup> 包景东<sup>1,2;1)</sup>

1(北京师范大学物理系 北京 100875)

2(北京师范大学低能核物理研究所 北京 100875)

**摘要** 用实验粒子多次通过位垒的方法计算重核熔合与裂变过程中的熔合几率和裂变速率,结果发现位垒附近存在着一种强烈的回流现象.研究还表明当鞍点后势变得平滑,则回流变大.这种效应降低了以往所用的实验粒子首次通过位垒方法得到的熔合几率和裂变速率,从而给出这两种量的正确描述.

**关键词** 鞍点回流 熔合几率 裂变速率 多次通过鞍点

## 1 引言

对于近似对称弹靶组合的熔合反应系统,当两核的质子数乘积满足  $Z_1 \cdot Z_2 > 1600$  时,其接触点位于熔合条件鞍点之外,弹靶熔合后形成激发态的重复合核,通过蒸发中子或进入裂变道退激而形成重核或超重核.目前的扩散模型给出重核蒸发残余截面 ( $\sigma_{\text{res}} \approx P_{\text{touch}} \cdot P_{\text{form}} \cdot P_{\text{sur}}$ , 正比于接触几率、形成几率及残留几率的乘积) 比实验值大 1 个甚至几个量级<sup>[1]</sup>; 对于裂变道,一旦一条 Langevin 轨道到达鞍点,则认为裂变事件已经发生,便停止对 Langevin 轨道的模拟,这一想法最早由 Abe 提出<sup>[2]</sup>,后来一直被人们所采用<sup>[3-9]</sup>,并被称之为首次通过鞍点模型.该模型忽略了鞍点后的动力学效应,没有考虑鞍点后扩散过程对鞍点稳定流的影响.从鞍点下降到断点的动力学过程,在断点前中子发射和碎片断点动能和质量分布的研究中起着关键的作用.从以往的工作中人们已经发现,在 Langevin 模拟中分别定义在鞍点处和断点处的裂变稳态速率,两者并不一致,鞍点处的稳态速率要比断点处的大<sup>[3-7]</sup>.因此在数值模拟中,有作者<sup>[10,11]</sup>认为, Kramers 公式不能用于断点与鞍点接近的复合核,而应选择断点作为裂变的判断依据.事实上,一个粒子越过鞍点后可能

会直接落到断点,但对平滑或有结构的势场,粒子越过鞍点后,在热涨落的作用下 Langevin 轨道具有一定的返回几率,可能会再越回鞍点,在鞍点处形成反复多次的运动,经历一段时间后再落到断点,我们称其为实验粒子反复多次通过鞍点方法<sup>[12]</sup>.本文应用这种改进的方法到熔合及裂变等位垒通过问题中,在位垒的动力学过程中我们定义平均首次通过鞍点的几率速流与平均最后通过鞍点的几率速流的差为回流,它的存在抑制熔合几率及裂变速率.本文进一步考虑了裂变势的非谐项和选择出口的不同位置对鞍点处回流效应的影响.

## 2 位垒通过和逃逸过程

重核熔合与裂变的动力学过程可以用 Langevin 方程来描述,以两熔合核或裂变碎片的质心距为一个形变自由度,则运动方程为:

$$M \ddot{q} = - \frac{\partial V}{\partial q} - \beta M \dot{q} + \sqrt{M\beta T} W(t), \quad (1)$$

随机力  $W(t)$  满足

$$\langle W(t) \rangle = 0,$$

$$\langle W(t) W(t') \rangle = 2\delta(t - t'), \quad (2)$$

$M$  是粒子的质量,  $V(q)$  是势场,  $T$  是以 MeV 为单位

2003-12-05 收稿

\* 国家自然科学基金(10075007, 10235020), 教育部跨世纪优秀人才项目资助

1) E-mail: jdbao@bnu.edu.cn

的温度,  $\beta$  为约化阻尼. 用随机龙格 - 库塔方法数值求解朗之万方程, 我们便可以计算出任一时刻粒子的坐标  $q(t)$  和速度  $v(t)$ . 当实验粒子第一次通过鞍点后, 继续跟踪粒子的轨道直到粒子最后一次通过鞍点并落到断点, 记录实验粒子最后一次通过鞍点的时间及裂变事件数随时间的变化.

对于每一初始能量  $K$ ,  $t$  时刻通过鞍点的几率定义为  $P_{\text{pass}}(t) = \frac{N_{\text{pass}}(t)}{N_{\text{total}}}$ , 其中,  $N_{\text{pass}}(t)$  为  $t$  时刻已经通过位垒的 Langevin 轨道数,  $N_{\text{total}}$  为所有的 Langevin 轨道数<sup>[13,14]</sup>. 另外, 裂变速率定义为  $r(t) = -\frac{1}{N(t)} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t}$ , 其中  $N(t)$  是  $t$  时刻未发生裂变的粒子数, 即势阱中没有越过鞍点的粒子数,  $\Delta N(t)$  是  $\Delta t$  时间间隔内发生裂变的粒子数, 需要强调的是, 这里的  $\Delta N(t)$  是指记录的最后一次通过鞍点的粒子数.

### 3 结果与讨论

#### 3.1 通过几率和裂变速率

考虑一个正谐振子和一个倒置谐振子光滑连接的复合核形变位势, 势的形式如下:

$$V(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} c_0 q^2, & \text{当 } q < 0.122 \text{ 时;} \\ -\frac{1}{2} c_b (q - q_b)^2 + V_b, & \text{当 } q > 0.122 \text{ 时,} \end{cases} \quad (3)$$

其中  $c_0 = c_b = 271(\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-2})$ , 势垒高度  $V_b = 4\text{MeV}$ , 基态位置  $q_0 = 0$ , 鞍点位置  $q_b = 0.24\text{fm}$ ; 其他参数  $M = 376.3(\hbar^2 \cdot \text{MeV}^{-1} \cdot \text{fm}^{-2})$ , 时间步长  $\tau = 4/T^2(\hbar/\text{MeV})$ , 约化粘滞系数  $\beta = \gamma/M = 464.4/T^2(\text{MeV}/\hbar)$ <sup>[9]</sup>.

首次通过鞍点模型计算得到的鞍点稳态裂变速率明显高于定义在断点处的结果, 这种差别是由于鞍点回流造成的. 利用改进的多次通过鞍点模型计算出的定义在鞍点的稳态裂变速率与定义在断点的结果是一致的<sup>[12]</sup>, 并适用于鞍点到断点距离较近的核. 人们在以往的工作中曾发现过回流现象<sup>[10,13,14]</sup>, 但早期包括回流效应的计算存在着不足. 例如, 人们利用 Langevin 方程并考虑了回流效应来研究重离子碰撞. 他们允许 Langevin 轨道穿过势垒后到达距离势垒很远的地方(类似于裂变过程中的断点), 通过这样的方法把所有的回流都加以考

虑. 然而, 当应用这种方法计算中心碰撞的透射系数(即融合几率)时, 其结果明显地低于实验数据, 并且在高能时透射系数应达到 1, 而这种计算结果远不能够达到 1. 在后期的工作中<sup>[14]</sup>, 人们通过引入参数来弥补上述方法的不足, 引进的参数在非常接近鞍点后的位置使 Langevin 轨道终止. 实际上这种修正并没有真正解决包括回流效应的势垒顶点通过率问题.

现考虑在位垒附近具有初始速度的粒子越过位垒顶点进入亚稳态势阱. 时间相关的残留几率表示为<sup>[8]</sup>  $P_{\text{sur}}(t) = P_{\text{pass}}(t), (t \leq \tau); P_{\text{sur}}(t) = P_{\text{pass}}(t = \tau) \exp(-r_K t), (t \gg \tau)$ , 其中  $\tau$  为通过率开始到达稳态值的时刻,  $r_K$  是稳态裂变速率. 图 1 给出了通过 Langevin 数值模拟得到的残留几率, 势阱形式为  $V(q) = -\frac{1}{2} q^2 + \frac{1}{6} q^3$ , 残留几率的数值计算定义为  $P_{\text{sur}}(t) = N(q > 0, t)/N_0$ , 其中  $N(q > 0, t)$  表示  $t$  时刻势垒顶点右侧即亚稳态势阱中的粒子数,  $N_0$  为模拟的总粒子数. 如果定义残留几率等于 0.5 时粒子的初始速度为临界速度, 则图 1(a), (b) 分别表示初始速度小于和大于临界速度的结果. 我们看到如

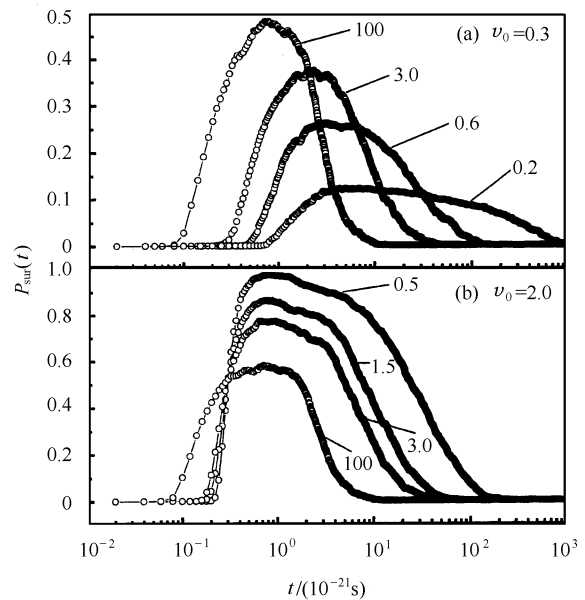


图 1 时间相关的存活几率  
模拟的初始位置为  $q_0 = -0.5$ .

果初始速度小于临界速度, 系统的定向性较弱, 热涨落起主要作用, 随着温度的升高, 残余几率逐渐增加到 0.5, 且系统衰变的也越快; 当初始速度大于临界速度时, 情况正相反, 这时系统的定向性起主要

作用, 温度越低越有利于粒子的定向运动, 残留几率越大.

图 2 显示了通过几率随时间的演化, 实线表示反复多次通过鞍点的 Langevin 模拟结果, 虚线表示首次通过鞍点模型的结果. 我们看到前者的通过几率低于后者的结果. 一些作者<sup>[15-17]</sup>建立了一维鞍点扩散包括量子反常扩散效应的通过几率的解析解, 其表达式为

$$P(t; q_0, v_0) = \int_0^{+\infty} W(q, t; q_0, v_0) dq = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\langle q(t) \rangle}{\sqrt{2}\sigma_q(t)}\right), \quad (4)$$

其中,

$$\langle q(t) \rangle = q_0 e^{-\beta' t/2} \left[ \cosh\left(\frac{1}{2}\beta' t\right) + \frac{\beta}{\beta'} \sinh\left(\frac{1}{2}\beta' t\right) \right] + 2 \frac{v_0}{\beta'} e^{-\beta' t/2} \sinh\left(\frac{1}{2}\beta' t\right); \quad (5)$$

$$\sigma_q^2(t) = \langle q^2 \rangle - \langle q \rangle^2 = -\frac{T}{m\omega^2} \left\{ 1 - e^{-\beta t} \left[ 2 \frac{\beta^2}{\beta'^2} \sinh^2\left(\frac{1}{2}\beta' t\right) + \frac{\beta}{\beta'} \sinh(\beta' t) + 1 \right] \right\} \quad (6)$$

分别为平均位置和均方差. 在方程(4-6)中,  $q_0, v_0$  分别为初始位置和初始速度,  $\beta' = (\beta^2 + 4C_b/M)^{1/2}$ . 我们计算了通过几率解析解的结果<sup>[15]</sup>, 在图 2 中用空圆圈来表示. 从图 2 可以看到, 随着初

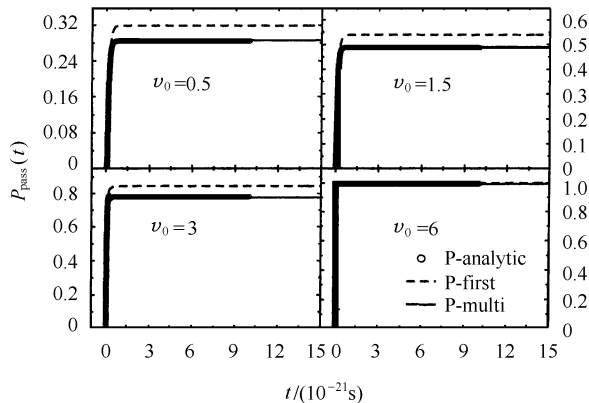


图 2 不同初始速度下通过几率随时间的演化(温度  $T = 4\text{MeV}$ )

始速度的增加, 通过几率可以逐渐从零变化到 1. 首次通过鞍点方法得到的稳态通过几率值要高于反复

多次通过鞍点方法计算的结果, 而且解析解的结果与我们提出的多次通过鞍点方法计算的稳态值符合得相当好.

图 3 给出了通过几率随初始动能的变化. 可以看到, 在低动能及高动能处, 各种方法得到的通过几率相差不大, 这是由于如果粒子的初始速度很小, 则在鞍点附近是强的涨落或扩散作用使粒子越过势垒, 而如果粒子的初始动能很大, 则强的定向运动帮助其通过势垒. 在中间动能处, 涨落扩散作用与核运动的定向性协同作用使首次通过位垒方法给出的结果明显偏离其他两种方法的结果, 而改进的多次通过位垒方法与解析方法符合得很好. 如果这种特点体现在熔合蒸发反应中, 则降低残留几率, 从而进一步减小蒸发残余核的截面. 故多次通过鞍点方法为利用 Langevin 模拟研究更普遍的位垒扩散通过问题提供了可行途径.

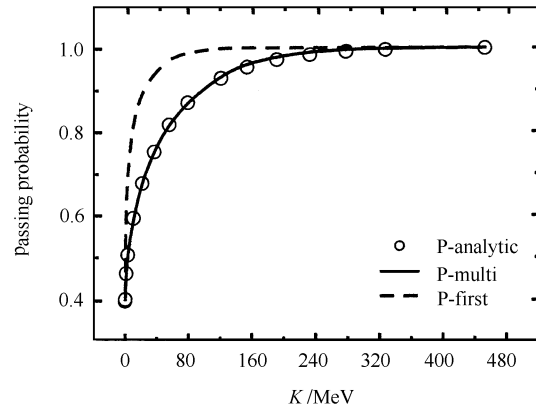


图 3 通过几率随初始动能的变化

### 3.2 鞍点后动力学过程对回流的影响

为了研究鞍点处的回流效应以及鞍点后动力学过程对建立鞍点稳定流的影响, 我们对简谐势垒  $V$  做了两种不同的非谐修正  $V_1$  和  $V_2$ , 它们与简谐势垒  $V$  的基态和鞍点完全一致, 位垒高度以及鞍点以前的形式也都完全一致, 而鞍点之后势的陡缓不同, 其中非谐势  $V_1$  比简谐势  $V$  较陡, 而非谐势  $V_2$  比简谐势  $V$  较缓, 如图 4 中的  $V_1$  和  $V_2$ . 两种非谐势的形式分别如下:  $q < 0.24$  时势的形式与简谐势  $V$  相同,  $q > 0.24$  时选

$$V_{1(2)}(q) = a(q - 0.24)^2 + b(q - 0.24)^3 + c(q - 0.24)^4 + 4, \quad (7)$$

对于非谐势  $V_1$ ,  $a = -135.5, b = -5000, c = 0$ , 对

于非谐势  $V_2$ ,  $a = -135.5, b = 600, c = -2000$ .

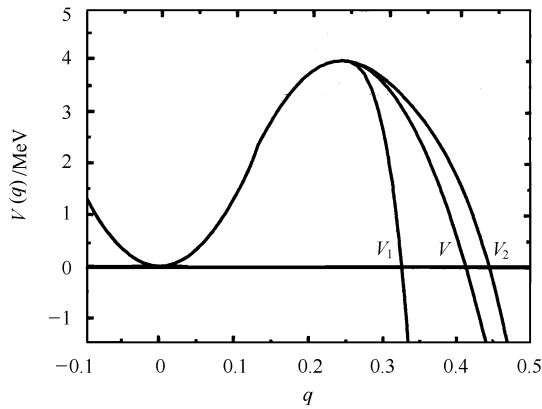


图 4 简谐势  $V$  与非谐势  $V_1$  和  $V_2$

图 5 中左、右两个分图分别是模拟的温度为 4MeV 核在非谐势  $V_1$  和非谐势  $V_2$  (其他的参数完全一致) 中的裂变速率随时间演化的结果. 模拟的粒子数为 150000 个. 每个分图上、中、下 3 条曲折线分别代表利用首次通过鞍点方法, 反复多次通过鞍点方法及定义在断点的方法计算的裂变速率. 直线是首次通过鞍点方法及多次通过鞍点方法计算出的稳态速率的差值, 即我们所定义的回流. 如图所示, 如果过鞍点后裂变势垒变得很陡如  $V_1$ , 那么鞍点回流较小, 3 种方法给出的稳态裂变速率结果比较接近. 而过鞍点后如果势垒变得较缓, 那么得到的回流较大. 因为基态到鞍点势垒的形式是一致的, 因此在这一位置通过粒子的几率是相等的, 但是过鞍点之后势垒  $V_1$  变得极为陡峭, 在这样的势垒作用下, 通过鞍点的核下降到断点的几率增大很多, 而返回鞍点的几率已经很小了, 回流效应不明显, 核首次通过鞍点之后就裂变掉了. 所以这种修正的过鞍点后陡峭的非谐势垒使首次通过鞍点方法给出的稳定裂变速率与多次通过方法给出的结果比较接近, 而如果过鞍点后势垒变得较缓如  $V_2$ , 则相反, 这种势垒对核的作用明显减弱, 因此通过鞍点的粒子直接下降到断点的几率减小, 而势涨落的作用明显起来, 使核返回鞍点的几率增大即返回流增加, 因此核的裂变速率较小.

图 6 中给出了鞍点及不同出口处的裂变速率和回流. 其中虚线分别表示利用首次和多次通过鞍点模型计算的鞍点处的裂变速率; 3 条实折线分别表示出口在不同位置时 ( $q_{sci} = 0.4, 0.6, 1.0$ ) 断点处的裂变速率; 粗直线是各种出口位置时的鞍点处回流. 从图 6 可见, 出口位置的变化并不改变多次通过鞍

点模型计算的鞍点和断点的稳态速率, 给出的鞍点回流都是相同的, 因而鞍点的回流并不受出口位置的影响.

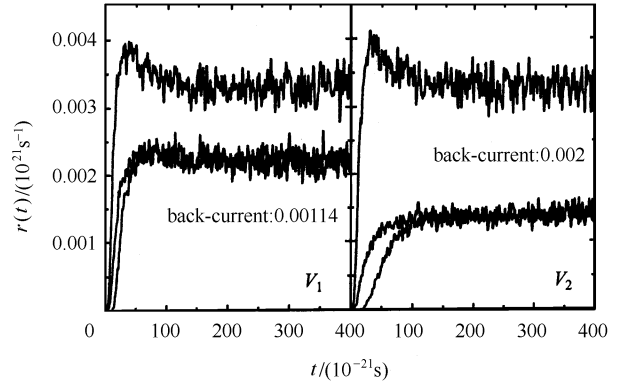


图 5 温度  $T = 4\text{MeV}$  时鞍点后势垒的非谐修正对鞍点回流的影响

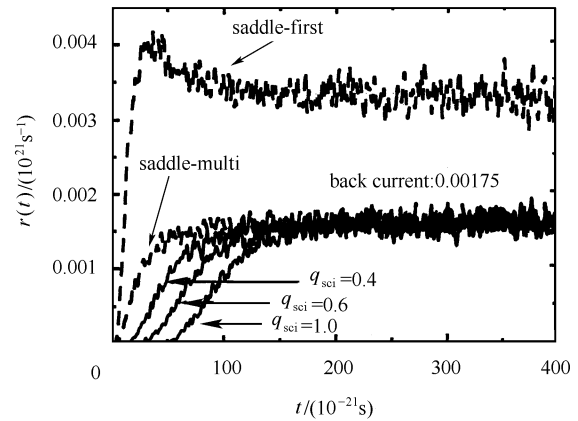


图 6 鞍点及不同出口处的裂变速率和回流  
图中的结果是在  $T = 4\text{MeV}$ 、简谐势  $V$  的情况下计算的.

## 4 小结

考虑到鞍点回流效应, 我们推广应用实验粒子多次通过鞍点方法到熔合过程中的位垒通过问题及裂变速率的计算, 得到的通过几率与解析结果相当好地符合. 由于热涨落的作用, 实验粒子多次通过鞍点法可以更好地描述原子核的熔合及裂变过程, 鞍点后的动力学过程对熔合及裂变的影响是不应该被忽视的. 用这种方法可以具体讨论鞍点处的回流效应. 回流在熔合过程的通过几率和裂变速率的动力学模拟中起着重要的作用, 它减小熔合过程的通过

几率并抑制裂变速率. 我们对热核裂变位势作了两种类型的非谐修正, 发现在鞍点后越“陡”的势中回

流效应越弱, 核容易发生裂变; 而系统出口位置的选择基本不影响回流的大小.

## 参考文献 (References)

- 1 Shen C W, Kosenko G, Abe Y. *Phys. Rev.*, 2002, **C66**:061602R
- 2 Abe Y, Gregoire C, Delagrangé H. *J. Phys. (Paris)*, 1986, **C4—47**:329
- 3 Boilley D, Surand E, Abe Y et al. *Nucl. Phys.*, 1993, **A556**:67
- 4 Fröbrich P, Tillack G R. *Nucl. Phys.*, 1992, **A540**:251
- 5 Wada T, Carjan N, Abe Y. *Nucl. Phys.*, 1992, **A538**:283c
- 6 BAO J D, ZHUO Y Z, WU X Z. *Z. Phys.*, 1994, **A347**:217
- 7 JIA Ying, LIU Ling, BAO Jing-Dong. *HEP & NP*, 2003, **27**(7):610 (in Chinese)  
(贾莹, 刘玲, 包景东. 高能物理与核物理, 2003, **27**(7):610)
- 8 Fröbrich P, Gontchar I I. *Phys. Rep.*, 1998, **292**:131
- 9 Abe Y, Ayik S, Reinhard P-G et al. *Phys. Rep.*, 1996, **275**:49
- 10 Chaudhuri G, Pal S. *Phys. Rev.*, 2001, **C63**:064603
- 11 Gontchar I I, Fröbrich P. *Nucl. Phys.*, 1992, **A551**:495
- 12 LIU L, BAO J D. *Commun. Theor. Phys.*, 2004, **41**:273
- 13 Fröbrich P, Marten J. *Z. Phys.*, 1991, **A339**:171
- 14 Marten J, Fröbrich P. *Nucl. Phys.*, 1992, **A545**:854
- 15 Abe Y, Boilley D, Giraud B G et al. *Phys. Rev.*, 2000, **E61**:1125
- 16 BAO J D, ZHUO Y Z. *Phys. Rev.*, 2003, **C67**:064606
- 17 BAO J D, Boilley D. *Nucl. Phys.*, 2002, **A707**:47

## Dynamic Back-Streaming Effects around Fusion and Fission Barriers of Heavy Nuclei\*

LIU Ling<sup>1</sup> LÜ Kun<sup>1</sup> BAO Jing-Dong<sup>1,2;1)</sup>

<sup>1</sup>(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

<sup>2</sup>(Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract** The passing probability of nuclear fusion and the fission rate at the saddle point is calculated by an improved scheme with test particle multi-passing-over the saddle point, where a strong back-streaming effect around the saddle is found and considered. It is also found that the back-streaming becomes stronger if the post-saddle barrier gets smoother. Fusion probability and fission rate, which are simulated usually via test particle first passing-over the saddle model, are decreased by the back-streaming effect.

**Key words** back-streaming effect, fusion probability, fission rate, multi-passing over saddle point

Received 5 December 2003

\* Supported by National Natural Science Foundation of China(10075007, 10235020) and Project of Trans-Century Training Program Foundation for the Talents, Ministry of Education of China

1)E-mail: jdbao@bnu.edu.cn