

原子核的核密度经验公式与核子结构函数的核效应*

高永华^{1,2;1)} 段春贵² 侯召宇¹ 何祯民²

1(石家庄师范专科学校物理研究所 石家庄 050801)

2(河北师范大学物理学院 石家庄 050016)

摘要 文中给出了原子核的核密度经验公式,建立了核密度与原子核的平均结合能之间的联系,由公式可以得出 $A \geq 12$ 的所有核的核密度值. 利用公式给出的 C, Al, Ca, Fe, Sn 和 Pb 核的核密度值及核子结构函数核效应的核密度模型,计算了核效应函数 $R^{A1/A2}(x, Q^2)$, 所得结果与 μ 子实验合作组测得的实验结果符合甚好.

关键词 核密度模型 核效应 结合能 轻子-核 DIS 过程

1 引言

自欧洲 μ 子合作组用 μ 子在氢、氘和铁核上做深度非弹性散射实验(DIS)时发现 EMC 效应^[1]以来,出现了许多解释它的理论模型^[2-6],其中 Frankfurt 和 Strikman 提出的核密度模型^[7]是用来解释 EMC 效应的模型之一. 该模型可以很好地解释中等 x 区域轻子-核深度非弹性散射过程中结构函数的核效应^[8].

但是对于还没有实验数据或只有个别过程实验数据的大多数核,它们的核密度并不知道. 然而,又迫切需要知道这些核的核密度,以检验由 Frankfurt 和 Strikman 提出的核密度模型. 本文通过拟合文献[8]给出的 9 种核的核密度,得到了核密度经验公式,特别是建立了核密度与原子核平均结合能之间的联系. 由该公式可以得出 $A \geq 12$ 的所有核的核密度值. 利用这些核密度值并通过核密度模型可以计算核效应函数 $R^{A1/A2}(x, Q^2)$, 所得结果与 μ 子实验合作组测得的实验结果符合甚好.

2 核密度经验公式

Frankfurt 和 Strikman 提出的核密度模型认为

$$[F_2^A/F_2^N - 1]/[F_2^D/F_2^N - 1] = \rho(A)/\rho(D), \quad (1)$$

其中 $F_2^N = (F_2^p + F_2^n)/2$ 为自由核子的结构函数, F_2^A 和 F_2^D 是核质量数 A 的核和氘核的平均结构函数, $\rho(A)$ 和 $\rho(D)$ 是核质量数 A 的核和氘核的核密度. 通过原子核电磁半径平方平均值 $\langle r^2 \rangle$ 的实验数据求出原子核等效均匀半径 $R(R^2 = (5/3) * \langle r^2 \rangle)$, 可以得出 $\rho(A)$ ($\rho(A) = 3A/4\pi R^3$) 的值. 该模型认为核子结构函数的核效应是由原子核的核密度不同造成的, 因此可以把(1)写为

$$[F_2^A/F_2^N - 1] = \beta(x)\rho(A), \quad (2)$$

上式中 $\beta(x)$ 对于每种核都是相同的, $\rho(A)$ 用来描述核 A 的核效应. 文献[8]给出的 9 种核的核密度 $\rho(A)$ (每 fm^3 的核子数)如表 1 所示.

表 1 9 种核的核密度

A	H ²	He ³	Be ⁹	C ¹²	Al ²⁷	Ca ⁴⁰	Fe ⁵⁶	Ag ¹⁰⁸	Au ¹⁹⁷
$\rho(A)$	0.024	0.089	0.062	0.089	0.106	0.105	0.117	0.126	0.147

但是,对于大多数核,由于缺少实验数据它们的核密度并不知道. 为了对其核效应进行理论研究,又迫切需要知道这些核的核密度. 为此,采用唯象的方法,从下述两个方面出发寻找原子核的核密度经验公式.

第一,表 1 给出的 9 种核的核密度值,是寻找和

2003-06-09 收稿, 2003-09-05 收修稿

* 国家自然科学基金(10175074)和河北省自然科学基金(103143)资助

1) E-mail: gaoyonghua2008@eyou.com

检验参数公式的出发点和重要参考. 由表 1 给出的核密度, 是通过原子核电磁半径平方平均值 $\langle r^2 \rangle$ 的实验数据求出原子核等效均匀半径 R , 进而得出 $\rho(A)$ 的值. 但是, 由于实验数据存在着一定的误差, 通过原子核电磁半径平方平均值 $\langle r^2 \rangle$ 的实验数据求出原子核等效均匀半径 R 和核密度 $\rho(A)$, 有一定的不确定范围, 因此, 这些核密度又有小量的可调性. 基于这样两个特点, 使得我们能够拟合已有核的核密度, 做出核密度随 A 变化的光滑连续曲线.

第二, 通过建立核密度与原子核平均结合能之间的联系, 寻找核密度经验公式. 核密度模型认为核密度随 A 的变化描述的是原子核内的核子与自由核子的差异, 是核效应的一种描述; 在核物理学中, 原子核的结合能也是描述原子核内的核子与自由核子的差异, 也是核效应的一种描述. 它们是从不同侧面描述着自由核子组成原子核时产生的核效应. 据此推测, 它们之间应当有某种联系.

在核物理学中, C. F. Weizsacker 根据原子核的液滴模型给出了一个结合能半经验公式^[9]

$$B(Z, A) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_{\text{sym}}(N - Z)^2 A^{-1} + \delta a_p A^{-1/2}, \quad (3)$$

其中

$$a_v = 15.67 \text{MeV}, a_s = 17.23 \text{MeV}, a_c = 0.72 \text{MeV}, a_{\text{sym}} = 23.29 \text{MeV}, a_p = 12 \text{MeV},$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{对偶偶核} \\ 0 & \text{对奇 } A \text{ 核.} \\ -1 & \text{对奇奇核} \end{cases} \quad (4)$$

由(3)式可得原子核平均结合能的强相互作用部分 E 与核的质量数 A 之间的关系为

$$E = a_v - a_s A^{-1/3} - a_{\text{sym}}(N - Z)^2 A^{-2} + \delta a_p A^{-3/2}. \quad (5)$$

经过以上两方面的思考、推断和反复探索, 得到了核密度随核质量数 A 变化的经验公式为

$$\rho(A) = 0.01 E^{1/2} + 0.02 \ln(A). \quad (6)$$

由公式(6)给出的核密度随核质量数 A 的变化曲线如图 1 所示.

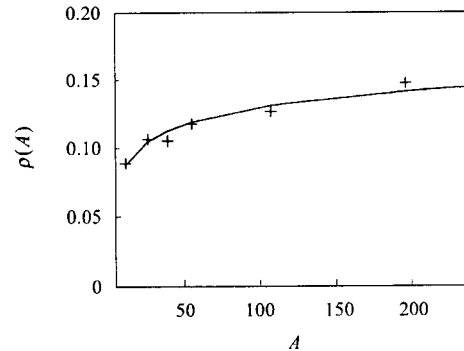


图 1 核密度随核质量数 A 的变化曲线

图 1 中的符号 ‘+’ 是表 1 给出的 $A \geq 12$ 的 6 种核的核密度值, 理论曲线是经验公式(6)给出的 $A \geq 12$ 的核的核密度值. 可见, 经验公式给出的核密度值与表 1 给出的相应值符合较好.

为了与实验数据进行比较, 通常用核效应函数, 即用质量数为 $A1$ 的核的平均结构函数 F_2^{A1} 与质量数为 $A2$ 的核的平均结构函数 F_2^{A2} 之比

$$R^{A1/A2}(x, Q^2) = F_2^{A1}(x, Q^2) / F_2^{A2}(x, Q^2) = [1 + \beta(x)\rho(A1)] / [1 + \beta(x)\rho(A2)], \quad (7)$$

来研究核子结构函数的核效应. 核密度模型认为 $\beta(x)$ 对每种核都是相同的, 文献[8]已给出了在 $0.125 < x < 0.88$ 范围内的 $\beta(x)$ 值, 但是, 对于 $x < 0.125$ 的 $\beta(x)$ 值没有给出. 为了得到包括小 x 区在内的 $\beta(x)$ 的值, 将实验得出的某种核 A 的 $R^{A1/A2}(x, Q^2)$ 值和(6)式给出的相应的核密度值代入(7)式, 可以得出这种核的 $\beta(x)$, 对于其他核也做同样处理, 使最后的 $\beta(x)$ 与各种核的 $\beta(x)$ 尽量一致. 在下面的计算中, $\beta(x)$ 的值如表 2 所示.

表 2 $\beta(x)$ 的值

x	0.001	0.02	0.0293	0.0512	0.0805	0.1244	0.1765	0.2451	0.3439	0.439	0.5	0.6
$\beta(x)$	-2.9	-1.2	-0.50	-0.14	0.2	0.4	0.3	0.1	-0.188	-0.453	-0.553	-0.8

3 核密度经验公式的有效性检验

利用经验公式(6), 很容易求出核质量数 $A \geq 12$ 的所有核的核密度值, 例如对 $C^{12}, Al^{27}, Ca^{40}, Fe^{56}, Ag^{108}, Sn^{116}, Au^{197}, Pb^{208}$ 和 U^{238} 求得的核密度值如表 3 所示.

表 3 9 种核的核密度值

A	C^{12}	Al^{27}	Ca^{40}	Fe^{56}	Ag^{108}	Sn^{116}	Au^{197}	Pb^{208}	U^{238}
$\rho(A)$	0.079	0.097	0.107	0.114	0.128	0.130	0.141	0.143	0.144

由经验公式(6)得到的核密度值正确与否, 可通过计算核过程的核效应与实验数据对照做检验. 对于质量数 $A < 197$ 的核, 比照表 1 和表 3, 可以看出,

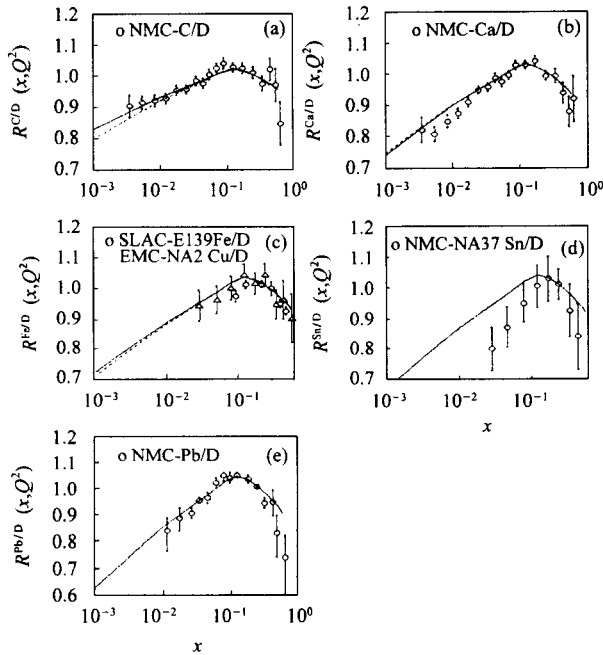


图 2 $R^{A/D}(x, Q^2)$ 的理论值与实验值的比较

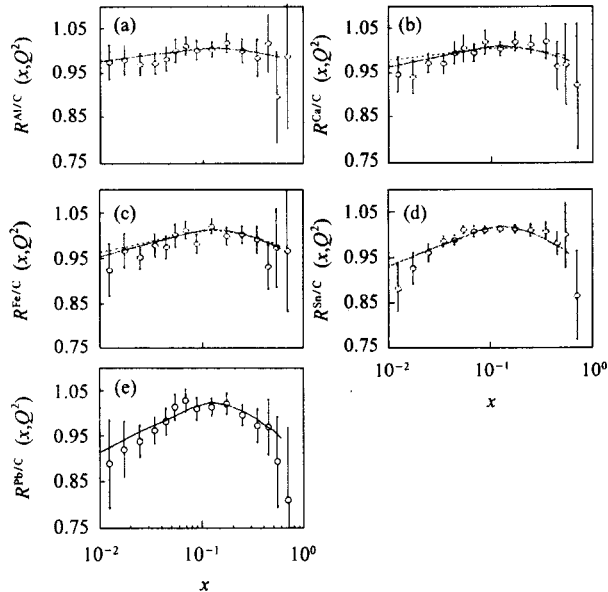


图 3 $R^{A/C}(x, Q^2)$ 的理论值与实验值的比较
经验公式(6)是有效的;但是,对于 $A > 197$ 重核区,由于没有已知核的核密度值可供参考,经验公式(6)

的有效性就有些令人担心. 为了对经验公式(6)进行检验,我们根据(7)式分别用表 1 和表 3 给出的核的核密度值对轻子-核(C, Al, Ca, Fe, Sn 和 Pb)深度弹性散射中的核效应进行了计算,并与新 μ 子实验合作组测量的 $R^{A1/A2}(x, Q^2)$ 的实验结果^[10]进行了比较. 其中的核子结构函数 F_2^A 由(2)式给出, $\beta(x)$ 的值由表 2 给出,结果如图 2 和图 3 所示. 图 2 给出了 $R^{C/D}$, $R^{Ca/D}$, $R^{Fe/D}$, $R^{Sn/D}$ 和 $R^{Pb/D}$ 的实验数据^[10]和理论曲线,虚线所对应的核(C, Ca, Fe)的核密度值由表 1 给出;实线对应的核(C, Ca, Fe, Sn 和 Pb)的核密度值由表 3 给出;D 核的核密度均取表 1 的值. 图 3 给出了 $R^{Al/C}$, $R^{Ca/C}$, $R^{Fe/C}$, $R^{Sn/C}$ 和 $R^{Pb/C}$ 的实验数据^[10]和理论曲线,虚线与实线的意义与图 2 相同. 由于表 1 没有 Sn 和 Pb 核的核密度值,因此图 2 和图 3 中的(d)和(e)只能给出一种理论曲线(实线).

由图 2 和图 3 可见,利用表 3 所得到的计算结果与实验数据符合程度优于用表 1 所得到的结果,从而证明了对 $\beta(x)$ 向小 x 区的推广以及所寻找到的核密度经验公式的有效性. 当然,该公式还有待更多实验数据的检验和修正.

4 结论

本文给出了原子核的核密度经验公式,其中建立了核密度与原子核平均结合能之间的联系. 利用该公式可以给出 $A \geq 12$ 的所有核的核密度值,进而采用这些值并利用推广了的核密度模型计算了核效应函数 $R^{A1/A2}(x, Q^2)$,并与实验结果进行了比较.

经验公式(6)式的适用范围需要说明. 其一,对于 $A < 12$ 的轻核,原子核的液滴模型只给出结合能的平均结果,没有能显示出起伏,即没有给出各核的结合能的确切值;其二,轻核的核效应并不明显,人们的注意力主要集中于研究 $A \geq 12$ 的核的核效应. 考虑到上述两方面的原因后,本文没有涉及 $A < 12$ 核的核密度问题.

参考文献 (References)

- EMC Collab, Aubert J J et al. Phys. Lett., 1983, **B123**:275
- Close F E, Roberts R G, Ross G C. Phys. Lett., 1983, **B129**:346
- Jaffe R L et al. Phys. Lett., 1984, **B134**:449
- Close F E et al. Phys. Rev., 1985, **D31**:1004
- LI Guang-Lie et al. Nucl. Phys., 1990, **A509**:757
- HE Zhen-Min et al. Eur. Phys. J., 1998, **C34**:301
- Frankfurt L L, Strikman M I. Phys. Rep., 1988, **160**:235
- Gomez J et al. Phys. Rev., 1994, **D49**:4308
- YANG Fu-Jia et al. Nuclear Physics, Shanghai: Fudan University Publisher, 1993. 16-23 (in Chinese)
(杨福家等. 原子核物理学, 上海: 复旦大学出版社, 1993. 16-23)
- NMC Collab, Arneodo M et al. Nucl. Phys., 1996, **B481**:3

Nuclear Density Empirical Formula of the Nucleus and the Nuclear Effect of the Nucleon Structure Function *

GAO Yong-Hua^{1,2;1)} DUAN Chun-Gui² HOU Zhao-Yu¹ HE Zhen-Min²

¹(Institute of Physics, Shijiazhuang Teachers' College, Shijiazhuang 050801, China)

²(School of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China)

Abstract In this paper, we presented a nuclear density empirical formula of the nucleus, where we have established the connection between the nuclear density and the mean binding energy in nucleus. By using the formula, we can get the nuclear density for various nuclei with $A \geq 12$. By means of the nuclear density model, we calculate the nuclear effect function $R^{A1/A2}(x, Q^2)$. The calculated results are in good agreement with NMC experimental data.

Key words nuclear density model, nuclear effect, binding energy, DIS process

Received 9 June 2003, Revised 5 September 2003

* Supported by National Natural Science Foundation of China(10175074) and Natural Science Foundation of Hebei Province(103143)

1) E-mail: gaoyonghua2008@eyou.com