

虚 Compton 散射中微扰 QCD 的可应用性分析*

苏剑 马伯强¹⁾

(北京大学物理学院 北京 100871)

摘要 文章阐明微扰色动力学在 π 介子虚 Compton 散射过程中的应用性问题. 在此过程中, 量子色动力学耦合常数除了端点奇点之外还有中心区域的奇点. 于是引进一套简单的技术来判断这些奇点的贡献, 并认为这些贡献在一定能标上不妨碍微扰色动力学的应用. 提出“工作点”判断法来论证微扰色动力学何时对某个遍举过程是适用的. 不同的 π 介子分布振幅的适用性被详细的考察. 得到 10 GeV^2 时微扰量子色动力学开始工作; 如果放宽限制, 工作点将只有 4 GeV^2 .

关键词 虚 Compton 散射 pQCD 分布振幅 工作点

人们从上世纪 70 年代末开始把微扰量子色动力学 (perturbative Quantum Chromodynamics, pQCD) 应用到遍举过程^[1-3], 现在已经得到了广泛的发展. 虽然, pQCD 在足够大的能区适用已经成为共识, 但是, 是否在目前实验达到的能区可靠仍然需要回答. 一个典型的例子是 π 介子的形状因子. 事实上, 除非微扰贡献压倒非微扰贡献得到确定, 我们无法知道 pQCD 是否适用. 在中间能区对 π 介子电磁形状因子的计算中, Isgur-Smith^[4] 认为非常大的贡献来自端点区域; Huang-Shen^[5] 考虑了 π 介子波函数中的横向动量, 使用端点压低分布振幅 (Distribution Amplitude, DA), 端点区的非微扰贡献就可以被压低; Li-Sterman^[6] 通过对软的辐射修正的重新求和, 用 Sudakov 效应减少端点贡献. 还有作者^[7] 认为实验和理论的差距是因为次领头阶 (Next-to-leading-order, NLO) 有很大的修正.

另外一个遍举过程, Compton 散射, 也是学习强子结构很好的实验室, 已经从实光子散射推广到虚光子散射, 散射核也从质子^[8,9] 发展到了 π 介子. 一些独立的理论组用非常不同的方法研究了 π 介子的虚 Compton 散射 (VCS), 比如手征微扰理论^[10], QCD 求和规则^[11], 还有 pQCD^[11-15]. 人们当然会遇到与 π 介子形状因子相似的问题, 也就是说, pQCD 的合法性问题. 早期的文献注意力集中在通过解析积分消

除运动学奇点, 对端点效应不够重视. 于是我们引进一套技术来判断这些奇点的贡献, 并认为这些贡献在一定能标上不妨碍 pQCD 的应用. 首次细致研究 pQCD 在 π 介子 VCS 问题上的应用性, 提出的“工作点”判断法, 来论证微扰色动力学何时对某个遍举过程是适用的. 不同的 π 介子分布振幅的适用性被详细的考察.

图 1 是质心系中的 VCS 过程, p'' 和 q'' 分别是入射 π 介子和虚光子的四动量, p' 和 q' 分别是对应的出射 π 介子和实光子的四动量, θ 是质心系中初末态光子间的夹角. 定义如下不变量, 它们不随坐标系的选择而改变:

$$\begin{aligned} Q^2 &= -q^2, \quad S = (q + p)^2 = (q' + p')^2, \\ t &= (p' - p)^2, \quad u = (p' - q)^2, \end{aligned} \quad (1)$$

q^2 是虚光子的四动量平方, S 是虚光子、 π 介子体系的质心总能量平方, t 是初末态 π 介子或初末态光子之间的转移动量平方. 遍举过程的散射振幅由因子化定理^[1,2] 可以用如下的公式来计算

$$M(Q^2) = \int_0^1 [dx] \int_0^1 [dy] \phi^*(y_i, \tilde{Q}_y) H(x_i, y_i, \tilde{Q}^2) \cdot \phi(x_i, \tilde{Q}_x) [1 + O(m^2/Q^2)], \quad (2)$$

在 VCS 情况下: $[dx] \equiv dx d\bar{x} \delta(1-x-\bar{x})$, $\bar{x} \equiv 1-x$, $\tilde{Q}_x \equiv \min(xQ, \bar{x}Q)$. x, y 是光锥动量变量, 表征部分子携带多少整个强子的纵向动量. Q 是因子化能标,

2003-05-22 收稿, 2003-08-24 收修改稿

* 国家自然科学基金 (10025523, 90103007) 资助

1) E-mail: mabq@pku.edu.cn

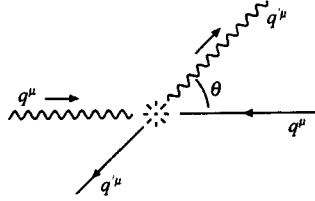


图 1 质心系中的虚 Compton 散射 $\pi\gamma^* \rightarrow \pi\gamma$

在此能标上强过程和软过程可以安全和明确的分离. 分布振幅 $\phi(x, Q)$ 原则上关于 Q 有演化方程, 但一般选择适当的初始值 Q_0 处的分布振幅, 消除 Q 的依赖, 因此可以没有高阶 Gegenbauer 项. 为保证 VCS 的因子化定理成立, 我们期望 $S, -t$ 和 $-u$ 比较大. 主要考察如下的由 QCD 求和规则得到的模型 Asymptotic(as)^[1] 分布振幅和 Chernyak-Zhitnitsky (cz) 分布振幅^[16]:

$$\phi_{as} = \sqrt{3}f_\pi x(1-x), \quad (3)$$

$$\phi_{cz} = 5\sqrt{3}f_\pi x(1-x)(1-2x)^2, \quad (4)$$

以及它们各自对应的端点压低模型 Brodsky-Huang-Lepage(bhl) 分布振幅^[3,17] 和 Huang-Shen (hs) 分布振幅^[5]:

$$\phi_{bhl} = 1.4706\sqrt{3}f_\pi x(1-x)\exp\left[\frac{-0.07043}{x(1-x)}\right], \quad (5)$$

$$\phi_{hs} = 8.8763\sqrt{3}f_\pi x(1-x)(1-2x)^2 \exp\left[\frac{-0.07062}{x(1-x)}\right], \quad (6)$$

这里 $f_\pi = 93\text{MeV}$. 使用的是领头阶因子化方案而不是手包因子化方案.

强过程部分 H 是依赖于出入射光子的极化的. 通过 Lorentz 不变, 规范不变和交叉对称性, 它们之间有如下关系^[14]:

$$H_{LL} = H_{RR}, H_{RL} = H_{LR}, \quad (7)$$

$$H_{+L} = H_{+R}, H_{-R} = -v^{-1}H_{+R}, H_L = -v^{-1}H_{+L},$$

所以只有 3 个独立的 H_{LR}, H_{RR}, H_{+R} 需要计算. 在这里, L, R 和 + 分别表示光子的左手、右手和 + 向极化. 表 1 中的 $H^{[14]}$ 已经吸收了分布振幅里的 $x\bar{x}y\bar{y}$,

而且未包含 $\frac{1}{S}\alpha_s$ 因子. 为简单起见, 同时也是追随已有的 pQCD 文献^[11-14], 忽略 π 介子的质量, 并在质心系(图 1)考察. 入射光子和 π 介子的四动量分别是

$$q^\mu = (\omega, 0, 0, p), p^\mu = (p, 0, 0, -p),$$

对应的出射粒子是

$$q'^\mu = \frac{\omega + p}{2}(1, \sin\theta, 0, \cos\theta),$$

$$p'^\mu = \frac{\omega + p}{2}(1, -\sin\theta, 0, -\cos\theta).$$

表 1 pQCD 计算的硬散射振幅

diagram	H'_{LR}	H'_{RR}	H'_{+R}
a	$\frac{20xy}{9\bar{v}(x-a)}$	$\frac{20xyc^2}{9\bar{v}s^2(x-a)}$	$\frac{40cxy}{9s}$
b	$\frac{20x}{9\bar{v}}$	$\frac{20xc^2}{9\bar{v}s^2}$	$\frac{20cx}{9\bar{v}s}$
c	0	$\frac{-20xc^2}{9\bar{v}s^2(x-a)}$	$\frac{-20cx}{9s}$
d	$\frac{16x\bar{x}\bar{y}s^2}{9c^2}\left(\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}\right)$	$\frac{16x\bar{y}(1-\bar{v}\bar{x}s^2)}{9\bar{v}c^2}\left(\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}\right)$	$\frac{-16csx\bar{y}(1-2\bar{v}\bar{x}s^2)}{9\bar{v}c(1-y s^2)(x-b)}$
e	$\frac{-16x\bar{x}s^2}{9c^2}\left(\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x-b}\right)$	0	$\frac{16csx\bar{y}}{9(1-y s^2)(x-b)}$
f	0	$\frac{20y}{9\bar{v}s^2}$	$\frac{20y(1-2\bar{v}\bar{x})}{9\bar{v}cs}$
g	$\frac{-20axy}{9[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$	$\frac{-20xyc^2}{9\bar{v}s^2[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$	$\frac{-20caxy}{9s[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$
h	$\frac{-20y[y+\bar{v}x(1-2ys^2)]}{9\bar{v}[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$	$\frac{-20y[1-s^2(y+\bar{v}x)+2\bar{v}xys^4]}{9\bar{v}s^2[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$	$\frac{-20cy^2(1-2\bar{v}\bar{x}s^2)}{9\bar{v}s[y(1-\bar{v}s^2)-v]}$
i	$\frac{-16x\bar{x}c^2s^2y^2}{9(1-y s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$	$\frac{-16x\bar{x}yc^2}{9[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$	$\frac{-16csx\bar{y}^2c^3}{9(1-y s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$
j	$\frac{-16xy\bar{y}s^2[\bar{y}-\bar{v}\bar{x}(1-2ys^2)]}{9\bar{v}(1-y s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$	$\frac{-16xy\bar{y}s^2[y-v+\bar{v}\bar{x}(1-2ys^2)]}{9\bar{v}(1-y s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$	$\frac{-16csx\bar{y}[v-y+2\bar{v}\bar{x}ys^2]}{9\bar{v}(1-y s^2)[y(1-\bar{v}s^2)-v](x-b)}$

定义:

$$\begin{aligned} S &\equiv (q^\mu + p^\mu)^2 = (\omega + p)^2, \\ c &\equiv \cos \frac{\theta}{2}, \quad s \equiv \sin \frac{\theta}{2}, \\ v &\equiv q^2/S, \quad \bar{v} \equiv 1 - v, \\ a &\equiv -\frac{v}{\bar{v}}, \quad b \equiv \frac{y - v - y\bar{v}s^2}{\bar{v}(1 - ys^2)}, \\ t &\equiv (p'^\mu - p^\mu)^2 = -S\bar{v}s^2, \end{aligned} \quad (8)$$

v 代表光子虚度, 必须在 -1 和 0 之间. θ 是出入射光子之间的夹角, 可以由实验量得到

$$s^2 = \sin^2 \frac{\theta}{2} = -\frac{t}{S\bar{v}} = -\frac{t}{S - q^2}. \quad (9)$$

在计算中, 选取 $v = -0.8$ 来保证 q^2 较大. 当 S 和 v 都固定时, $-t$ 随着散射角的增加而单调增加. 文献 [14] 中, 对图 2a, b, c, f, g 和 h, π 介子里的 2 个价夸克之间交换的胶子的 4 动量平方是

$$\tilde{Q}^2 = -\bar{v}\bar{x}\bar{y}S, \quad (10)$$

在这里, \tilde{Q}^2 的小区域正好被分布振幅的小区域即端点所压低. 而对图 d, e, i 和 j 来说, 情况就不那么幸运了:

$$\tilde{Q}^2 = \bar{v}(1 - ys^2)(x - b)S. \quad (11)$$

因为 $0 < a < b < 1$, 所以不管如何选取运动学区域都不可能保证 \tilde{Q}^2 足够大到 pQCD 可能适用的范围. 这是额外的中心区域的奇点, 使得计算比起形状因子来要复杂的多. 在那里, \tilde{Q}^2 只有端点奇点:

$$\tilde{Q}^2 = \bar{x}\bar{y}Q^2 \quad (12)$$

此处的 Q^2 是 π 介子吸收的光子的四动量平方.

对于质心系中的 2 到 2 的过程, 散射过程的振幅表达为

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{CM}} = \frac{1}{2E_A 2E_B |v_A - v_B| (2\pi)^2 4E_{\text{CM}}} \frac{|p_1|}{|M(p_A, p_B \rightarrow p_1, p_2)|^2} \quad (13)$$

直接得到

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d \cos \theta} &= \frac{1}{32\pi S(1 - v^2)} \Sigma |M|^2 = \\ &= \frac{3}{4} \frac{(2\pi)^3 \alpha_s^2 (\sqrt{3}f_\pi)^2}{S^3(1 - v^2)} \Sigma |M'|^2, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\Sigma |M'|^2 = |M'_{\text{LR}} + M'_{\text{RR}} + (1 - 1/v)M'_{+\text{R}}|^2$ 且已经包含了 α_s . 计算表明, M'_{RR} 的贡献压倒了 M'_{LR} 和 $M'_{+\text{R}}$ 的. 为了使 pQCD 适用, 胶子必须足够硬, 即 \tilde{Q}^2 必须足够大, 这样我们的计算才不会误吸收软过程的贡献. 因此, 不固定 α_s 的值:

$$\alpha_s(\tilde{Q}^2) = \frac{4\pi}{b_0 \log \tilde{Q}^2 / \Lambda^2}, \quad (15)$$

这里 $b_0 = 11 - 2n_f/3$, n_f 是能量小于 \tilde{Q} 的夸克数, $\Lambda \simeq 200 \text{ MeV}$. 如果 \tilde{Q}^2 大于某个给定的 $g \text{ GeV}^2$, 让 α_s 跑动; 否则, 令 $\alpha_s = 0$, 期待仅仅纯的 pQCD 的贡献被考虑. α_s 以及因子化能标 Q 都不能先验的从 pQCD 理论所决定. 所以 g 选择看起来是有点任意性的. 然而, 物理不应该依赖我们选取的截断, 也就是说, g 的些微改变不应该改变计算结果太多. 在图 2 中发现, 对 ϕ_{as} 来说, 不同的 g 对 $10^\circ - 80^\circ$ 不带来影响, 而在 $80^\circ - 170^\circ$ 区域有些微的变化. 对 ϕ_{bhl} 来说, 不同 g 的 2 条曲线还要接近, 因为 ϕ_{bhl} 就是 ϕ_{as} 的对应的端点压低的模型. ϕ_{cz} 在端点附近有 2 个峰, 所以在这个模型下计算结果对 g 的选择非常敏感 (图 3). 可以预见的是, ϕ_{hs} 会比 ϕ_{cz} 情况好, 如图 2 所示. 当质心能量平方 S 增加时, 胶子更趋向于硬, 所以参数 g 会趋向于不重要. 但是即使 S 达到 50 GeV^2 时, ϕ_{cz} 仍然对 g 敏感, 丧失了预言的能力, 所以在以后的讨论中, 不再考虑这个模型. 用不同的分布振幅和不同的 $g = 0.16$ ($\alpha_{\text{max}} = 1.0$), $g = 0.49$ ($\alpha_{\text{max}} = 0.56$) 以及不同的 $S = 4, 10, 20, 50 \text{ GeV}^2$ 计算了反应截面 (图 2, 4, 5 和 6). 幸运的是, 当能区越来越大, 散射截面不再依赖于 g . 这使我们提出了“工作点”(Work Point)的概念.

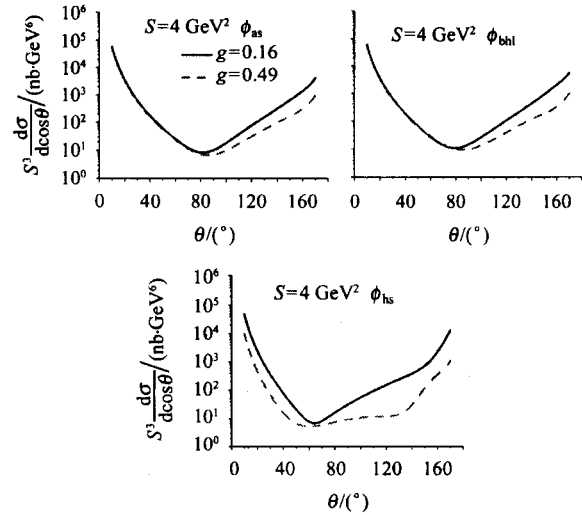


图 2 微分截面 $S = 4 \text{ GeV}^2$

当用给定的分布振幅计算的结果不再受 g 影响的时候, 认为这时的能标是这个分布振幅的“工作点”. 不同的分布振幅有不同的工作点, 而端点压低分布振幅有较低的工作点. 只有在工作点以上, 小 \tilde{Q}^2 区域的贡献才能被安全的忽略, pQCD 的应用条件才被满足, 用给定分布振幅计算的给定过程才

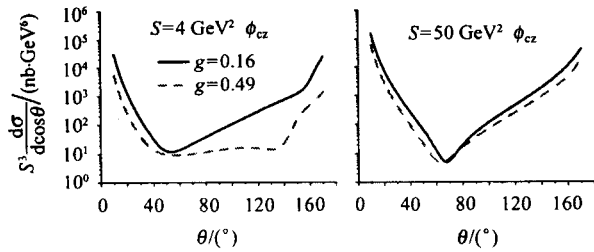


图 3 微分截面 ϕ_{cz}

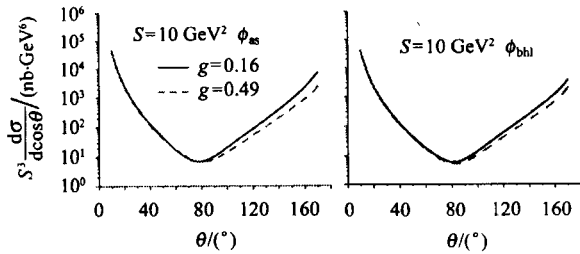


图 4 微分截面 $S = 10 \text{ GeV}^2$

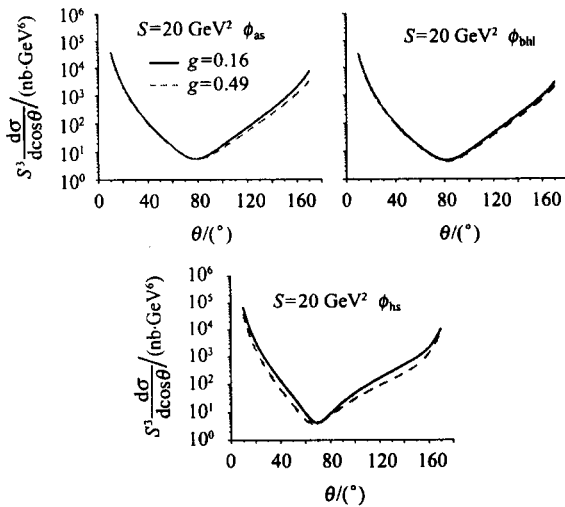


图 5 微分截面 $S = 20 \text{ GeV}^2$.

是有可能可靠的. 在工作中,很清楚的可以看到这些工作点是: ϕ_{as} : $\sim 20 \text{ GeV}^2$; ϕ_{bhl} : $\sim 10 \text{ GeV}^2$; ϕ_{hs} : $\sim 20 \text{ GeV}^2$. 如果考虑横向动量的影响, Sudakov 效应^[11]可能会降低工作点. 如果稍微放松限制,只要要求不同 g 的散射振幅的差别小于某个百分点,小角度附近的 ϕ_{as} 和 ϕ_{bhl} 的工作点将降低到 4 GeV^2 (图

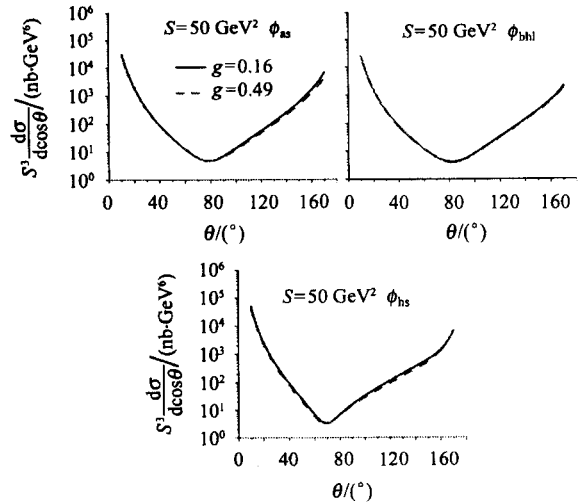


图 6 微分截面 $S = 50 \text{ GeV}^2$

2). 这与 Coriano-Li 的观点^[11]是一致的.

在图 7 中,计算了 $S^3 \frac{d\sigma}{d \cos \theta}$ 随 S 从 4—50 GeV 的变化. 非常明显,就像简单 pQCD 已经预言^[18]的那样, $\frac{d\sigma}{d \cos \theta}$ 在固定的角度近似遵守 S^{-3} 律. 跑动 α_s 的截断压低了散射截面约一个量级,但是它足够友好的保留了标度率. 非常不一般的是,用不同分布振幅得到的散射截面在小角度区域尤其从 10° — 80° 几乎一致(图 8),而我们并没有任何理由要求那样. 另一方面,截面在大角度区域是如此的不同以至未来的实验完全可以判定哪一个分布振幅才应该被用于 $\pi^- e \rightarrow \pi^- e \gamma$ 向前散射截面. 值得指出的是,用 ϕ_{hs} 得到的截面的最小值随 S 增大由 60° 跑到 70° , 而用 ϕ_{as} 和 ϕ_{bhl} 得到相同的极小值在 80° . 把 20° — 80° 求和得到总截面是有意义的(见表 2). 必须指出,这不是精确的数值估计,而是自恰的检验,因为没有考虑更高阶的贡献和辐射修正. SELEX^[19] 得到总的 $\pi^- e \rightarrow \pi^- e \gamma$ 向前散射截面为 38.8 nb , 这和用手征微扰理论预言的结果很接近. 在实验中, $S \leq M_\rho^2$, 这远低于刚才找到的任何分布振幅的工作点. 因此,在目前的实验能区非微扰效应远大于 pQCD 贡献.

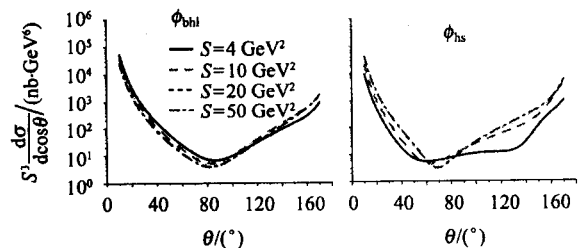
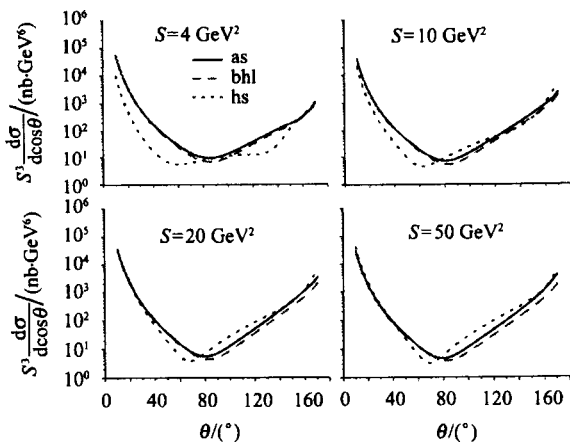
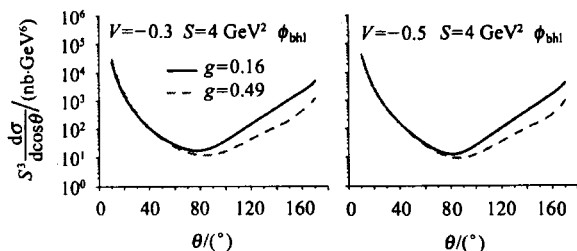


图 7 微分截面 - 标度率 ($g = 0.49$)

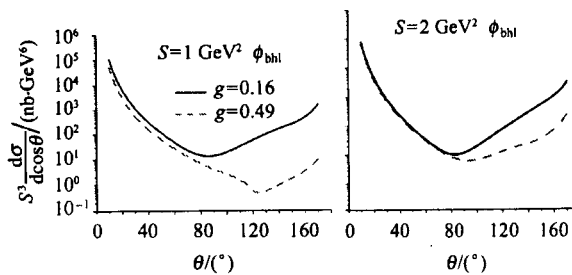
图 8 微分截面 - 不同的分布振幅 ($g = 0.49$)表 2 总截面 $[20^\circ - 80^\circ]$

S/GeV^2	4	10	20	50
$\sigma/\text{nb} : \phi_{\text{bhl}}$	377	16.9	1.75	9.22×10^{-2}
$\sigma/\text{nb} : \phi_{\text{hs}}$	-	6.5	1.52	1.12×10^{-1}

图 9 考察了 $S = 4 \text{ GeV}^2$ 时, 不同 v 的 ϕ_{bhl} 的结果. 对光子虚度 v 的依赖不是很明显, 也就是说, 光子四动量平方 $q^2 = Sv$ 对 VCS 来说不是一个标志能

图 9 微分截面 - 不同的 v

标. 从图 10 可见, 在非常弱的限制下, 在区域 $20^\circ - 80^\circ$ 对 ϕ_{bhl} 的工作点可以在 $1 - 2 \text{ GeV}^2$ 之间.

图 10 微分截面 - 小 S

用分布振幅计算强子系统的物理学性质由来已久, 取得了极大的进展. 但是在具体的计算中, 应该选取哪个分布振幅还存在着很大的盲目性. 在形状因子情形, 用不同的分布振幅得到的结果会相差 2—3 倍. 而且端点行为也被证明贡献了非常大的比例, 从而影响了 pQCD 的适用性. 在 π 介子 VCS 散射过程中, pQCD 计算中的端点贡献在某些能标以下是非常大的. 所以我们期望, 在给出结果之前, 就可以对所用的模型的可靠性有个清楚的认识. 因此需要引入某些判据. 工作点是我们的尝试, 它明确揭示了软过程的端点行为和硬过程的软胶子对整个计算的影响. 不同的分布振幅有不同的工作点. 在工作点以上, 如果不同的分布振幅得到相同结果, 则计算是可靠的; 如果得到不同的结果, 则哪个分布振幅应该被使用依赖于实验结果. 怎么定义工作点尚未定论. 未来的工作可以给出更精确的判据, 从而使 pQCD 的计算在适用的能区更可靠. 希望我们的努力能够对 pQCD 的适用性问题有所裨益.

参考文献 (References)

- Lepage G P, Brodsky S J. Phys. Lett., 1979, **B87**:359; Phys. Rev. Lett., 1979, **43**:545; Farrar G R, Jackson D R. Phys. Rev. Lett., 1979, **43**:246; Efremov A V, Radyushkin A V. Phys. Lett., 1980, **B94**:245; Duncan A, Mueller A H. Phys. Lett., 1980, **B90**:159
- Lepage G P, Brodsky S J. Phys. Rev., 1980, **D22**:2157
- Brodsky S J, HUANG T, Lepage G P. Particles and Fields-2. in: Capri A Z and Kamal A N. Proceedings of the Banff Summer Institute, Banff, Alberta, 1981; Plenum, New York, 1983, p.143.
- Isgur N, Smith Llewellyn. Phys. Rev. Lett., 1984, **52**:1080; Nucl. Phys., 1989, **B317**:526
- HUANG T, SHEN Q X. Z. Phys., 1991, **C50**:139
- LI H, Serman G. Nucl. Phys., 1992, **B381**:129
- Yeh T W. Phys. Rev., 2002, **D65**:074016
- Brooks T, Dixon L. Phys. Rev., 2000, **D62**:114021
- Farrar G R, ZHANG H. Phys. Rev., 1990, **D41**:3348
- Unkmeir C et al. Phys. Rev., 2002, **C65**:015206
- Coriano C, LI H. Nucl. Phys., 1995, **B434**:535
- Tamazouzt M. Phys. Lett., 1988, **B211**:477
- Maina E, Torasso R. Phys. Lett., 1994, **B320**:337
- ZENG D, MA Bo-Qiang. Phys. Lett., 2002, **B542**:55
- ZENG D, SU Jian, MA Bo-Qiang. HEP & NP, 2003, **27**(2):99 (in Chinese)
(曾定方, 苏剑, 马伯强. 高能物理与核物理, 2003, **27**(2):99)
- Chernyak V L, Zhinitsky A R. Nucl. Phys., 1982, **B201**:492
- HUANG T, MA Bo-Qiang, SHEN Q X. Phys. Rev., 1994, **D49**:1490
- Brodsky S J, Farrar G R. Phys. Rev. Lett., 1973, **31**:1153
- SELEX Collaboration, Ocherashvili A et al. Phys. Rev., 2002, **C66**:034613

Applicability of Perturbative QCD to Virtual Compton Scattering*

SU Jian MA Bo-Qiang¹⁾

(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract We use perturbative QCD to calculate the cross sections of pion virtual Compton scattering. QCD running coupling constant and different pion distribution amplitudes are explored in detail. The “work point” is defined to determine when pQCD is applicable to exclusive processes. We show that pQCD begins to work at 10 GeV^2 . If we relax our constraint to a weak sense, the work point may be as low as 4 GeV^2 .

Key words virtual Compton scattering, pQCD, distribution amplitude, work point