

QCD 因子化方案中 twist-3 波函数和红外发散问题*

杜东生¹⁾

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

摘要 在QCD因子化框架下讨论了B介子到两个轻赝标介子衰变中手征增强的修正问题. 证明了只有在twist-3波函数对称的情况下, 顶角修正的红外发散才能相消. 因而只有在这种情况下, 手征增强的修正才能自洽地被包含进来. 作者还对旁观者硬散射中出现的发散进行了讨论.

关键词 B介子衰变 QCD因子化 红外发散 twist-3波函数

B介子弱衰变的研究在检验标准模型方面起着重要的作用. 从实验方面看, 由于两个B介子工厂运行取数, 我们将有越来越多的新结果出现. 但从理论方面看, 迄今为止我们仍没有可靠的办法计算B介子衰变的强子矩阵元, 因而不能准确计算某些B介子衰变过程的分枝比和CP不对称性, 严重地影响了理论和实验的比较以及对标准模型的精确检验.

文献中有几种不同的方法计算强子矩阵元. 一种是由Bauer, Stech和Wirbel(BSW)^[1]提出的朴素的因子化方案. 在这种方案下, 衰变振幅

$$A(B \rightarrow h_1 h_2) = \sum_i v_i C_i(\mu) \langle h_1 h_2 | Q_i(\mu) | B \rangle, \quad (1)$$

$$\langle h_1 h_2 | Q_i(\mu) | B \rangle \simeq \langle h_2 | J_2 | 0 \rangle \langle h_1 | J_1 | B \rangle, \quad (2)$$

其中 v_i 为CKM矩阵因子, $C_i(\mu)$ 为Wilson系数, 它们依赖于重整化方案和重整化标度 μ , Q_i 为四夸克算符, 可表示为夸克流 J_1, J_2 的乘积. 显然(2)式右端算出的矩阵元没有对重整化方案和重整化标度的依赖性, 而这种依赖性恰是消除 $C_i(\mu)$ 相应的依赖性所必需的. 此外, 在BSW朴素因子化方案中, 为了包括一部分非因子化的贡献, 引入了一个有效色数目 N_c^{eff} . 这使得理论计算多引入了一个新参数. 为了使矩阵元 $\langle Q_i \rangle$ 恢复对重整化方案和标度的依赖性, 一种可能的方案是计算辐射修正. 单圈近似下 $\langle Q_i \rangle$ 可写作^[2]

* 国家自然科学基金资助

1) E-mail: duds@mail.ihep.ac.cn

$$\langle Q \rangle = \left[\hat{1} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \hat{m}_s + \frac{\alpha_{em}}{4\pi} \hat{m}_c \right] \cdot \langle Q \rangle_{tree} , \quad (3)$$

其中

$$\langle Q_i \rangle = \langle h_2 | J_2 | 0 \rangle \langle h_1 | J_1 | B \rangle , \quad (4)$$

这里重整化方案和标度的依赖性都包含在 \hat{m}_s 和 \hat{m}_c 当中. 但是在夸克水平上, 如果外线夸克在质壳上, 则通常 \hat{m}_s, \hat{m}_c 包含红外发散^[3]. 为了避免红外发散必须取外线夸克离开质壳 ($-p^2$). 但这又引起单圈修正的规范依赖性. 因而这个方案也是有缺憾的.

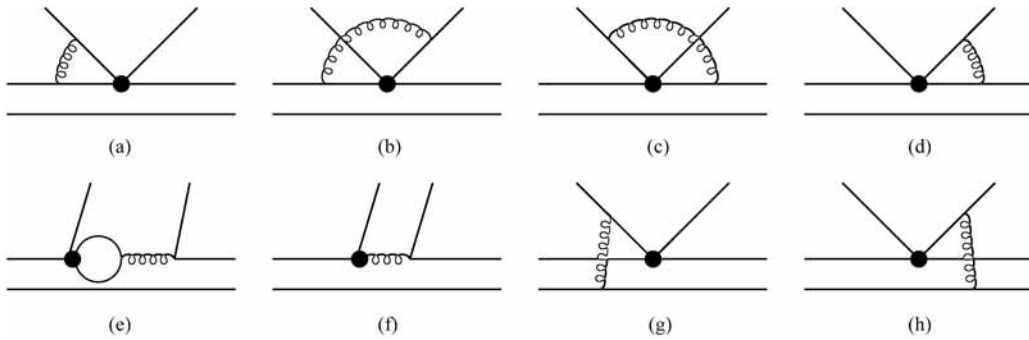


图 1 硬散射核 $T^{1,II}$ 的 $O(\alpha_s)$ 修正

两年前, Beneke, Buchalla, Neubert 和 Sachrajda^[4] 从第一原理出发, 提出了计算 $B \rightarrow \pi\pi$ 衰变的新的因子化方案(即所谓的 QCD 因子化). 在重夸克极限下, 他们证明了 $B \rightarrow \pi\pi$ 的矩阵元可以写为

$$\langle \pi(p') \pi(q) | Q_i | B(p) \rangle = F^{B \rightarrow \pi}(q^2) \int_0^1 dx T_i^I(x) \Phi_\pi(x) + \int_0^1 d\xi dx dy T_i^{II}(\xi, x, y) \Phi_B(\xi) \Phi_\pi(x) \Phi_\pi(y). \quad (5)$$

其中 $\Phi_B(\xi), \Phi_\pi(x)$ 分别为 B 和 π 介子的 leading twist 波函数, T_i 是微扰论可算的硬散射核. 在零级近似下, 上式正好给出 BSW 朴素因子化的结果. 辐射修正则可恢复矩阵元的重整化方案和标度的依赖性. 因此, QCD 因子化方案(BBNS 方案)比文献中的其它方案更好一些. 当然仍存在不少待解决的问题:

(1) 夸克横动量修正问题; (2) $1/m_b$ 修正问题; (3) 旁观者硬散射问题; (4) 如何包括 high twist 波函数问题.

最重要的是如何自洽地引入手征增强的幂次修正问题. 这涉及 twist-3 波函数. 在 BBNS 的原始文章^[4], $B \rightarrow \pi\pi$ 的矩阵元可写为

$$\langle \pi\pi | H_{eff} | B \rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} \lambda_p \sum_{i=1, -10} \alpha_i^p \langle \pi\pi | Q_i | B \rangle_F , \quad (6)$$

其中 λ_p 是 CKM 因子, $\langle \pi\pi | Q_i | B \rangle_F$ 是朴素因子化下的矩阵元. 在文献中, a_{1-5} 算到了次领头阶, 但唯独 a_6^p 却只算到领头阶. 原因是 a_6^p 次领头阶包含有 twist-3 波函数引起的端点发散, 因而只好取到领头阶. 这样一来, 因子化实质上只在领头阶成立. 为了能自洽地

包含手征增强的幂次修正, 我们必须证明当包含twist-3 波函数的贡献时硬散射核是红外有限的. 这是本文的主要目的.

我们的基本任务是证明顶角修正是红外有限的, 即证明顶角修正图 1(a)—(d)的红外发散相加后相消. 我们只讨论B衰变到两个轻赝标介子 P_1, P_2 的情况. 衰变振幅为

$$A(B \rightarrow P_1 P_2) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} \lambda_p \sum_{i=1,-10} a_i^p \langle P_1 P_2 | Q_i | B \rangle_F, \quad (7)$$

我们需要计算系数 a_i^p 并证明它们是红外有限的. 先考虑顶角修正图 1(a)—(d), 对 $(V-A) \otimes (V-A)$ 和 $(S+P) \otimes (S-P)$ 的流乘积算符, twist-3 波函数不做贡献, 这一点可从其Lorentz结构上看出. 因此, 除 a_6^p, a_8^p 外, 其它 a_i^p 的表达式跟leading twist波函数情况下是一样的. 对 $(V+A) \otimes (V-A)$, 如果用维数正规化方法分离红外发散, 则顶角图 1(a)—(d)的红外发散不能消除. 其原因可能是twist-3 波函数(含 γ_5)只是定义在 3+1 维空间, 在n维空间是没有定义的. 因此, 在 3+1 维空间给胶子一个小质量来分离红外发散, 就避免了以上的问题.

对twist-3 波函数的 $\Phi_p(x)$, 可在动量空间计算. 但对于 Φ_σ 项只能在坐标空间来计算. 经冗长的计算, 我们给出含 Φ_σ 和算符 Q_5 的顶角修正项:

$$\begin{aligned} \text{Fig.1. (a)} & \sim \frac{\alpha_s G_F}{4\pi N} \int_0^1 dv \frac{\Phi_\sigma(v)}{v} \\ & \left\{ \frac{\log^2 \mu}{2} + 2 \log(-v) \log \mu - 4 \log v \log \mu + \log \mu + \text{finite terms} \right\}, \\ \text{Fig.1. (b)} & \sim \frac{\alpha_s G_F}{4\pi N} \int_0^1 dv \frac{\Phi_\sigma(v)}{\bar{v}} \\ & \left\{ \frac{\log^2 \mu}{2} + 2 \log(-\bar{v}) \log \mu - 4 \log \bar{v} \log \mu + \log \mu + \text{finite terms} \right\}, \\ \text{Fig.1. (c)} & \sim \frac{\alpha_s G_F}{4\pi N} \int_0^1 dv \frac{\Phi_\sigma(v)}{v} \\ & \left\{ \frac{\log^2 \mu}{2} - 2 \log(-v) \log \mu + 3 \log \mu + \log \mu + \text{finite terms} \right\}, \\ \text{Fig.1 (d)} & \sim \frac{\alpha_s G_F}{4\pi N} \int_0^1 dv \frac{\Phi_\sigma(v)}{v} \\ & \left\{ \frac{\log^2 \mu}{2} - 2 \log(-\bar{v}) \log \mu + 3 \log \mu + \log \mu + \text{finite terms} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

从(8)式可以看出, 当把 4 个顶角图 1(a)—(d)的辐射修正相加时, 只有当 $\Phi_\sigma(x)$ 对称时即 $\Phi_\sigma(v) = \Phi_\sigma(\bar{v})$ 时, 红外发散才全部相消. 这就是说, 如果 Φ_σ 不对称, 则QCD因子化将被破坏.

对 $\Phi_p(x)$, 不管它对称还是不对称, 顶角修正的红外发散都可以相消. 对Penguin图 1(e) - (f), 不存在红外发散. 对旁观者硬散射图 1(g)—(h), 对称的 $\Phi_p(x)$ 不产生红外发散,

但对称的 $\Phi(x)$ 却产生了类似 $\int_0^1 d\bar{v}/d\bar{v}$ 形式的对数发散. 在文献[5,6]中, 作者用一个唯象参数化方法 $\int_0^1 d\bar{v}/d\bar{v} = \ln(m_b/\Lambda_{\text{QCD}}) + re^{i\theta}$ 来处理这一发散. 其中 $-\pi \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq r \leq 3$ (比较可行的值) 或 $0 \leq r \leq 6$ (比较保守的值).

旁观者硬散射的积分发散表明主要贡献来自波函数的端点附近, 换句话说就是以软胶子交换为主要贡献. 在这种情况下, 夸克的横动量 k_T 将是不可忽略的. 在考虑横动量后, 上述积分将会收敛.

手征增强的贡献在湮没拓扑一类的图中也可能存在^[7]. 到时将出现 $(\int dx/x)^2$ 类的发散积分. 同样, 如果考虑夸克横动量不能忽略, 则发散不存在.

对于标度依赖性, 在领头对数近似下 Wilson 系数满足

$$\mu \frac{d}{d\mu} C(\mu) = \frac{\alpha_s}{4\pi} \hat{\gamma}^{(0)r} C(\mu), \quad (9)$$

很容易证明, 略去高阶修正时,

$$\mu \frac{d}{d\mu} a_i^p = 0, \quad (i=1, 2, \dots, 5, 7, 9, 10). \quad (10)$$

对 a_6^p, a_8^p , 因它们总是与算符 $(S+P) \otimes (S-P)$ 矩阵元相乘, 当变为 $(V-A) \otimes (V-A)$ 时, 将出现手征提升因子 $r_z = 2m_p^2 / (\bar{m}_b(\mu)(\bar{m}_1(\mu) + (\bar{m}_2(\mu)))$. 因此, 我们应当一起考虑 $a_{6,8}^p r_z$ 的标度不变性. 幸运的是, 我们容易证明, 当 $A_\sigma = \int_0^1 dx \Phi_\sigma(x) / (6(1-x)) = 1/2$ 时,

$$\mu \frac{d}{d\mu} (a_{6,8}^p r_z) = 0. \quad (11)$$

这样就证明了在略去高次修正时, 衰变振幅是重整化标度无关的. 还可以证明, 当包含手征增强修正时规范不变性仍然保持. 对于重整化方案无关性的证明非常复杂, 将留待以后讨论. 在 NDR 重整化方案下 a_i^p 的完整表达式可以在我们的文章[8]中找到.

总的来讲, 为能在 QCD 因子化方案中自然地包括手征增强的幂次修正, 末态轻赝标介子的 leading twist 和 twist-3 波函数必须同时考虑. 顶角修正红外发散只有当 twist-3 波函数是对称情况下才能相消. 但对旁观者硬散射, 即使 twist-3 波函数是对称的, 也存在端点行为引起的对数发散. 重整化标度的不变性和规范不变性仍然能保持, 但对重整化方案的无关性证明非常复杂, 需要另外证明. 当然我们相信重整化方案无关性是成立的.

作者感谢杨德山、朱国怀的合作, 还感谢与杨茂志的有益讨论.

参考文献(References)

- 1 Bauer M, Stech B. Phys. Lett., 1985, **B152**: 380; Z. Phys., 1987, **34**: 103
- 2 Fleischer R. Phys. Lett., 1994, **B321**: 259; Phys. Lett., 1994, **B332**: 419; Z. Phys., 1994, **C62**: 81; Ali A, Kramer G, LÚ C D. Phys. Rev., 1999, **D59**: 014005; Phys. Rev., 1998, **D58**: 094009; CHEN Y H et al. Phys. Rev., 1999, **D60**: 094014
- 3 For a review, see Buchalla G, Buras A J, Lautenbacher M E. Rev. Mod. Phys., 1996, **68**: 1125; Buras A J. Probing the Standard Model of Particle Interactions, hep-ph/9806471
- 4 Beneke M, Buchalla G, Neubert M et al. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**: 1914
- 5 Beneke M, Buchalla G, Neubert M et al. hep-ph/0007256
- 6 Beneke M. J. Phys., 2001, **G27**: 1069
- 7 Beneke M, Buchalla G, Neubert M et al. Nucl. Phys., 2001, **B606**: 245
- 8 DU D S, YANG D S, ZHU G H. Phys. Rev., 2001, **D64**: 014036; Phys. Lett., 2001, **B509**: 263

Infrared Divergence and Twist-3 Wave Functions in QCD Factorization for $B \rightarrow PP$ Decays*DU Dong-Sheng¹⁾

(Institute of High Energy Physics of CAS, Beijing 100039, China)

Abstract The problem of chirally enhanced corrections for B decays into two light pseudoscalars in QCD factorization scheme is discussed. We find that the infrared divergences of the vertex corrections cancel only if the twist-3 wave functions are symmetric. In that case chirally enhanced corrections can be included consistently. The divergences appeared in the hard spectator scattering are also discussed briefly.

Key words B decays, QCD factorization, infrared divergence, twist-3 wave function

* Supported by National Natural Science Foundation of China
1) E-mail: duds@mail.ihep.ac.cn